УДК 621.3:681.5.015.4

к.т.н. Ткачев Р.Ю.,
Глушко О.В.
(ДонГТУ, г Алчевск, Украина)

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ С РЕЦИКЛОМ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВЫХОДНОЙ КООРДИНАТЫ

Розглядається метод структурно-параметричної ідентифікації систем з рециклом на основі дискретної послідовності вихідної координати з використанням математичного аппарату Z-перетворювання та аналітичної теорії ланцюгових дробів.

Ключові слова: *структурно-параметрична ідентифікація, система з рециклом, ланцюгові дробі.*

Рассматривается метод структурно-параметрической идентификации систем с рециклом на основе дискретной последовательности выходной координаты с использованием математического аппарата Z-преобразования и аналитической теории цепных дробей.

Ключевые слова: *структурно-параметрическая идентификация, система с рециклом, цепные дроби.*

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Во многих технологических процессах химической, нефтехимической, металлургической, горной и других промышленностей встречаются объекты, в которых выходной поток или его часть возвращается на вход технологического агрегата. Такие объекты называют объектами с рециклом. Их характерной особенностью является наличие звена запаздывания в координатах объекта и вызвано оно именно контуром рециркуляции вещества, по которому выходной сигнал объекта, спустя время τ, поступает на его вход. Последнее имеет место во множестве практических многостадийных процессах, например, в процессах, протекающих в измельчительных агрегатах, агломерационных и флотационных машинах, а так же во множестве химических процессов, как например, в производстве серной кислоты, абсорбции, очистке сточных вод, и т.п. [1, 2].

Известно, что только при помощи рециркуляции можно добиться максимального использования сырья или энергоресурсов. Поэтому в последнее время существует тенденция развития многих технологических схем в переходе от работы агрегатов с открытым циклом к технологическим процессам с рециклом. Однако наличие в структуре технологического агрегата рециркуляционных потоков значительно усложняет объект исследования. Для осуществления эффективного управления такими объектами необходимы модели, особенно высокой степени точности т.к. даже незначительные изменения параметров и структуры модели относительно реального объекта могут привести к существенной потере качества управления, или даже к потере устойчивости.

Анализ исследований и публикаций. Из-за большой роли фактора рециркуляции и вследствие сложности идентификации известными методами, процедуре идентификации объектов с рециклом посвящено сравнительно мало работ.

Известны два подхода к идентификации таких объектов: с целенаправленным вмешательством в цепь рецикла (наиболее популярный подход) и без него [3]. Первый вариант позволяет получать динамические характеристики объекта с рециклом при замкнутой и разомкнутой цепи рецикла. А второй – только при замкнутой цепи рецикла. В обоих вариантах используются модифицированные рекуррентные алгоритмы идентификации, позволяющие уточнять параметры моделей, однако очевидным недостатком является то, что структура моделей является предопределенной, что может отрицательно сказываться на точности модели. Таким образом, осуществление не только параметрической, но и структурной идентификации является актуальной задачей, решение которой позволит улучшить качество работы систем управления объектами с рециклом.

Существующие методы определения структуры модели на основе итерационного перебора позволяют получить высокоточные результаты лишь в том случае, когда удачно задан класс моделей-кандидатов. Кроме того недостатком данных методов является большой объем вычислений и невозможность их применения в режиме реального времени с учетом существующих на сегодняшний день вычислительных мощностей.

Большинство методов структурной идентификации, включая предложенные Карабутовым Н.Н. [4], основанные на анализе фазовых портретов системы, не позволяют выявлять характерные динамические свойства объекта, при наличии запаздывания.

На практике используются, как правило, аналитические методы определения структуры моделей, полученные таким образом аппроксимирующие модели обычно отличаются от истинного описания как структурно, так и параметрически, что приводит к потере качества управления при автоматизации этих процессов. Таким образом, ввиду сложности протекающих процессов в системах с рециклом, методы структурно-параметрической идентификации данного вида систем на сегодняшний день не разработаны.

Постановка задачи. Ввиду того, что ввод информации о состоянии технологических процессов в современных системах управления осуществляется в цифровом виде, а большинство практических методов синтеза систем управления основаны на использовании моделей в виде непрерывных передаточных функций (НПФ), в данной работе ставится задача структурно-параметрической идентификации НПФ объектов с рециклом на основе значений измеряемых параметров в дискретные моменты времени.

Изложение материала и его результаты. Проблема структурно-параметрической идентификации линейных динамических объектов с запаздыванием может быть решена с помощью свертки цепных дробей аппроксимирующих аналитические функции, представленные формальными рядами Лорана (ФРЛ) с последующим восстановлением НПФ на основании полученной в результате свертки дискретной передаточной функции (ДПФ). Общая теория соответствия непрерывных дробей и ФРЛ представлена в литературе посвященной аналитической теории непрерывных дробей [5,6]. В качестве формы представления цепных дробей будем использовать форму Роджерса, в качестве метода свертки, был выбран метод Рутисхаузера, согласно которому формируется цепная дробь вида [6]:

$$\frac{c_0}{1}\underset{-}{}\frac{q_1^{(0)}z^{-1}}{1}\underset{-}{}\frac{e_1^{(0)}z^{-1}}{1}\underset{-}{}\frac{q_2^{(0)}z^{-1}}{1}\underset{-}{}\frac{e_2^{(0)}z^{-1}}{1}\underset{-}{}\cdots,$$

где последовательности $\{e_m^{(n)}\}$ и $\{q_m^{(n)}\}$, соответствующие ФРЛ по убывающим степеням z $\{c_n\}$:

$$e_0^{(n)} = 0,\ \mathrm{n} = 1,2,3,...,\ q_1^{(n)} = \frac{c_{n+1}}{c_n},\ \mathrm{n} = 1,2,3,...,$$

$$e_m^{(n)} = q_m^{(n+1)} - q_m^{(n)} + e_{m-1}^{(n+1)},\ \mathrm{m} = 1,2,3,...,\mathrm{n} = 0,1,2,...,$$

$$q_{m+1}^{(n)} = \frac{e_m^{(n+1)}}{e_m^{(n)}} q_m^{(n+1)},\ \mathrm{m} = 1,2,3,...,\mathrm{n} = 0,1,2,... .$$

Поскольку $e_m^{(n)} \neq 0$, то необходимо последовательности $\{c_n\}$ сдвигать до первого ненулевого элемента, в связи с чем, результирующая непрерывная дробь будет умножена на z^{-d} согласно теореме о запаздывании, где d – сдвиг решетчатой функции.

Определение искомой цепной дроби может быть реализовано с помощью расчета матрицы идентификации вида

$$\begin{array}{cccccc} 0 & a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} \\ 0 & a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n-2} & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & & \\ 0 & a_{n-1,1} & & & & \\ 0 & & & & & \end{array}, \qquad (1)$$

где n - длина последовательности $\{c_n\}$, $a_{i,1} = \dfrac{c_{i+1}}{c_i}$, и для $j \geq 2$: $a_{i,j} = \dfrac{a_{i+1,j-1}}{a_{i,j-1}} a_{i+1,j-2}$ - для четных j и $a_{i,j} = a_{i+1,j-1} - a_{i,j-1} + a_{i+1,j-2}$ - для нечетных j.

Расчет ведется до первого нулевого (или близкого к нулю) элемента первой строки (что обеспечивает малую величину остаточного ряда цепной дроби), после чего на основе элементов первой строки формируется цепная дробь, свертка которой с учетом известного изображения входного сигнала определит ДПФ объекта в дробно-рациональной форме

$$G(z) = \left(\frac{c_0}{1} \underset{-}{} \frac{a_{1,1} z^{-1}}{1} \underset{-}{} \dots \underset{-}{} \frac{a_{1,n} z^{-1}}{1} \right) \frac{z^{-d}}{Z(y_c(t))} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + h_1 z^{-1} + \dots + h_n z^{-n}} z^{-d}, \qquad (2)$$

где n – порядок модели, определяемый размерностью идентифицирующей матрицы; d – дискретное значение транспортного запаздывания; $y_c(t)$ - дискретная последовательность входного сигнала.

Исходя из строгой эквивалентности дискретной модели непрерывному объекту, можно восстановить исходную НПФ с помощью обратного согласованного Z-преобразования.

Причем целесообразно производить преобразование в пределах основной полосы частот, исходя из чего, отрицательные корни z-плоскости отбрасываются при отображении в s-плоскость, что позволяет восстановить точную структуру идентифицируемого объекта. При этом стоит учесть влияние отброшенных корней на установившееся значение переходного процесса системы и скорректировать соответствующим образом коэффициент усиления объекта согласно теоремы о граничных значениях. Параметрическое соответствие модели объекту при этом главным образом зависит от ошибки дискретизации запаздывания. В общем случае запаздывание непрерывного объекта можно представить в виде: $\tau = \mathrm{d} \cdot \mathrm{T} - \Delta\tau$, где $\Delta\tau$ - ошибка дискретизации запаздывания, $0 \le \Delta\tau < \mathrm{T}$. Очевидно, что точное определение параметров модели возможно в случае, когда дискретное транспортное запаздывание d точно соответствует непрерывному ($\Delta\tau = 0$). Иначе имеет место смещение решетчатой функции, которое приводит к искажению нулей восстановленной модели. Так, если все полюса НПФ простые, то уточнить параметры модели можно на основе решения системы уравнений, согласно формуле модифицированного Z-преобразования

$$G^*(z,m) = z^{-1}\sum_{i=1}^{n} M_i\left(s_i^n\right)\frac{e^{msT}}{1-e^{sT}z^{-1}}, \tag{3}$$

где s_i^n – известные полюса приведенной НПФ системы; $M_i\left(s_i^n\right)$ – вычеты в этих полюсах; m - смещение решетчатой функции.

Исходя из (3), с учетом ранее определенных параметров НПФ с помощью согласованного обратного z-преобразования с отбрасыванием корней, можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} k(s_1^n - s_1^н)(s_1^n - s_2^н)...(s_1^n - s_j^н)e^{ms_1^nT} = X_1D'(s_1^n) \\ k(s_2^n - s_1^н)(s_2^n - s_2^н)...(s_2^n - s_j^н)e^{ms_2^nT} = X_2D'(s_2^n) \\ \qquad\qquad\qquad ... \\ k(s_i^n - s_1^н)(s_i^n - s_2^н)...(s_i^n - s_j^н)e^{ms_i^nT} = X_iD'(s_i^n) \end{cases}, \tag{4}$$

где $s_i^н$– неизвестные нули НПФ; m – неизвестное смещение решетчатой функции; X_i – известные числители соответствующих простых дробей ДПФ; $D'(s_i^n)$ – производная характеристического полинома приведенной НПФ системы, как функция от известных полюсов.

В случае кратных, либо же достаточно близких по значению полюсов НПФ, применение формулы (3) невозможно (в связи с делением на ноль, либо на величину, стремящуюся к нулю). В таком случае логичным решением является составление подобной системы на базе разложения НПФ на простые дроби, с последующим вычислением Z-преобразования по формуле (3) для дробей, не содержащих кратные полюса и для дробей, содержащих кратные полюса согласно известному отношению

$$\text{если } G(s)=\frac{\partial}{\partial a}G_1(as)\text{, то } Z\big(G(s)\big)=\frac{\partial}{\partial a}Z\big(G_1(as)\big). \qquad (5)$$

Переходной процесс системы с контуром рецикла можно разделить на три стадии: 1) процесс в разомкнутом главном канале (ввиду наличия запаздывания обратная связь на данном этапе не действует); 2) процесс, обусловленный запоздалой реакцией обратной связи; 3) процесс, вызванный реакцией на предыдущий этап и т.д.

Выявить данные этапы переходных процессов можно на основе оценки конечных разностей дискретной последовательности выходной величины, однако данная процедура связана с большим объемом вычислений, поэтому ее применение не желательно.

Первый этап переходного процесса позволяет определить передаточную функцию основного канала. Определение же передаточной функции замкнутой системы на основе непосредственной идентификации второго этапа переходного процесса представляет собой сложную задачу ввиду наличия запаздывания не только по выходу, но и по состоянию. Кроме того, количество нулей и полюсов замкнутой системы больше, чем у контуров, взятых по отдельности, и если учесть тот факт, что длительность каждого последующего этапа меньше предыдущего, для идентификации замкнутой системы может просто не хватить дискретных отсчетов.

Решить данную проблему можно за счет перехода от ДПФ, полученной в результате свертки цепной дроби, к уравнению в конечных разностях. Так как данное уравнение соответствует смещенной решетчатой функции, то разрешив его относительно входной координаты можно определить выход контура рецикла с высокой степенью точности. Кроме того, данный подход также позволяет определить начало следующего этапа идентификации по изменению восстановленной входной координате при известной входной последовательности и тем самым избежать процедуры оценки конечных разностей. Используя восстановленную последовательность входной координаты главного контура можно восстановить передаточную функцию последовательно соединенных основного и рециркулирующего каналов. После чего с учетом ранее определенной передаточной функции главного канала, восстановить передаточную функцию канала рецикла не представляет сложности.

Рассмотрим методику идентификации на примере объекта с рециклом, прямой канал которого зададим передаточной функцией

$$W_{осн}(s) = \frac{(s+1)}{(2s+1)^2} e^{-12,3s}, \tag{6}$$

а канал рециркуляции – передаточной функцией

$$W_p(s) = \frac{0,6}{(1,5s+1)} e^{-2,1s}. \tag{7}$$

В качестве входного сигнала x(t) принят единичный ступенчатый сигнал. Ряд значений отклика объекта, при шаге дискретизации T=1c $\{y\}$ = {0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0,1720; 0,3909; 0,5658; 0,6973; 0,7926; 0,8597; 0,9061; 0,9378; 0,9590; 0,9732; 0,9826; 0,9887; 0,9927; 0,9953; 0,9970; 1,0008; 1,0174; 1,0529; 1,1051; 1,1677; 1,2340; 1,2986; 1,3576; 1,4092; 1,4524; 1,4877; 1,5158; 1,5376; 1,5543; 1,5669; 1,5762…}.

Составим идентифицирующую матрицу прямого канала

$$\begin{array}{lllllll}
0 & 2,2730 & -0,8257 & 0,3763 & -0,0406 & 0,4301 & 0 \\
0 & 1,4472 & -0,2147 & 0,5505 & -0.0317 & 0,4618 & \\
0 & 1,2325 & -0,0959 & 0,6147 & -0,0238 & & \\
0 & 1,1366 & -0,0519 & 0,6428 & & & \\
0 & 1,0847 & -0,0307 & & & & \\
0 & 1,0540 & & & & & \\
0 & & & & & &
\end{array}.$$

ДПФ главного канала с учетом изображения входного сигнала

$$G_{осн}(z) = z^{-13}\left(\frac{0,1720}{1} - \frac{2,2703z^{-1}}{1} + \frac{0,8257z^{-1}}{1} - \frac{0,3763z^{-1}}{1} + \frac{0,0406z^{-1}}{1} - \right.$$
$$\left. - \frac{0,4301z^{-1}}{1}\right)\frac{z-1}{z} = z^{-13}\frac{0,172z^3 - 0.1617z^2 + 0,03779z + 0,02748}{z^3 - 2,213z^2 + 1,581z - 0,3679}. \tag{8}$$

Соответствующее уравнение в конечных разностях, разрешенное относительно входной координаты, с учетом сдвига выходной последовательности на смещение решетчатой функции

$$x(n) = 5,814y(n) - 12,8663y(n-1) + 9,1919y(n-2) -$$
$$-2,1390y(n-3) + 0,9401x(n-1) - 0,2197x(n-2) - 0,1598x(n-3). \tag{9}$$

Восстановленная на основе (9) последовательность входной координаты прямого канала $\{x\}$ = {1; 1 … 1; 1,0157; 1,0884; 1,1838; 1,2780; 1,3598; 1,4256; 1,4761; 1,5135; 1,5404, 1,5595…}.

Вычитая из данной последовательности 1, получим последовательность для идентификации контура рецикла $\{y_p\}$ = { 0,0157; 0,0884; 0,2780; 0,3598; 0,4256; 0,4761; 0,5135; 0,5404; 0,5595…}. Составим матрицу идентификации для канала рециркуляции

$$\begin{array}{lllllllll}
0 & 5,6241 & -3,5436 & 0,3336 & -0,3208 & 0,2565 & -0,0158 & 0,3925 & 0 \\
0 & 2,0805 & -0,5682 & 0,5810 & -0,1416 & 0,3822 & -0,0163 & 0,4087 & \\
0 & 1,5123 & -0,2183 & 9,6578 & -0,0823 & 0,4483 & -0,0148 & & \\
0 & 1,2940 & -0,1110 & 0,6864 & -0,0537 & 0,4872 & & & \\
0 & 1,1830 & -0,0644 & 0,6971 & -0,0376 & & & & \\
0 & 1,1186 & -0,0401 & 0,6997 & & & & & \\
0 & 1,0785 & -0,0260 & & & & & & \\
0 & 1,0525 & & & & & & & \\
0 & & & & & & & &
\end{array}$$

и в соответствии с методом определим ДПФ

$$G_{np}(z) = z^{-15}\frac{0,01571z^4 + 0.02981z^3 - 0,05991z^2 + 0,01274z + 0,001649}{z^4 - 2,726z^3 + 2,717z^2 - 1,18z + 0,1889}. \quad (10)$$

На основе согласованного обратного Z-преобразование с учетом отброшенных корней и корректировки коэффициентов усиления, определим НПФ соответствующие (8) и (10):

$$G_{осн}(s) = \frac{0,2461(s+0,9919)}{(s+0,5)^2}e^{-13s}, \quad (11)$$

$$G_{np}(s) = \frac{0,015711(s+1)}{(s+0,6667)(s+0,5)^2}e^{-15s}. \quad (12)$$

В общем случае для получения точных НПФ необходимо решать системы уравнений, составленных на основе (3)-(6).

Рассмотрим процесс уточнения параметров модели на основе передаточной функции основного канала (8). С учетом передаточной функции экстраполятора нулевого порядка, ДПФ (8) примет вид

$$G_{осн}(z) = z^{-13}\frac{0,172z^3 + 0,01031z^2 - 0,02748z - 0,09127}{z^3 - 2,213z^2 + 1,581z - 0,3679}.$$

Представив данную ДПФ в виде суммы простых дробей получим

$$G_{осн}(z) = \frac{-0,10684}{(z-0,6065)^2} - \frac{-0,82792}{z-0,6065} + \frac{0,9999}{z-1}.$$

Тогда система уравнений для уточнения параметров модели

$$\begin{cases} -\dfrac{k}{0,25}s_н = 0,9999, \\ \dfrac{k}{0,25}e^{-0,5m}(0,5m(-s_н - 0,5) - s_н) = 0,82792, \\ \dfrac{k}{0,25}0,5e^{-0,5m}(-s_н - 0,5)e^{-0,5} = 0,10684. \end{cases}$$

Решение данной относительно неизвестных параметров k, m, $s_н$ численными методами (где в качестве начальных приближений k и $s_н$ целесообразно использовать параметры определенной на основе обратного согласованного Z-преобразования НПФ (11), а начальное значение смещения решетчатой функции m принять равным 0,5).

В результате решения данной системы была с точностью восстановлена передаточная функция основного канала

$$G_{осн}(s) = \frac{0,25(s+1)}{(s+0,5)^2}e^{-12,3s}. \qquad (13)$$

На основе аналогичной системы уравнений, составленной для (10) можно определить точную НПФ последовательно соединенных основного канала и канала рециркуляции, в результате чего

$$G_{пр}(s) = \frac{0,1(s+1)}{(s+0,6667)(s+0,5)^2}e^{-14,4s}. \qquad (14)$$

Разделив (14) на (13) получим передаточную функцию канала рециркуляции

$$W_p(s) = \frac{0,4}{(s+0,6667)} e^{-2,1s} .$$

Таким образом, с высокой степенью точности были восстановлены передаточные функции основного канала и контура рециркуляции.

Выводы и направления дальнейших исследований.

Представленные результаты позволяют сделать вывод о возможности определения точной структуры и параметров объектов управления с контурами рециркуляции на основе свертки цепных дробей на основе дискретной последовательности выходной координаты системы. Направлением дальнейших исследований являются модификации метода для применения в условиях существенно-зашумленных измерений выходной координаты, а также разработка методов идентификации систем с рециклом на основе импульсных воздействий.

Библиографический список

1. Утеуш Э. В. Управление измельчительными агрегатами / Э. В. Утеуш, З. В. Утеуш. — М.: Машиностроение, 1973. — 280 с.

2. Амелин А. Г. Производство серной кислоты / А. Г. Амелин, Е. В. Яшке. — М.: Высшая школа, 1980. — 245 с.

3. Львова Е. И. Принципы, методы и алгоритмы идентификации промышленных объектов / Е. И. Львова, Л. П. Мишляев // Труды VIII Международной конференции "Идентификация систем и задачи управления" SCIPRO'09. — 2009. — С. 889—899.

4. Карабутов Н. Н. Структурная идентификация систем. Анализ динамических структур / Н. Н. Карабутов. — М.: МГИУ, 2008. — 160 с.

5. Бейкер Дж. Аппроксимации Паде / Дж. Бейкер, П. Грейвс-Моррис. — М.: Мир, 1986. — 502 с.

6. Джонс У. Непрерывные дроби. Аналитическая теория и приложения / У. Джонс, В. Трон. — М.: Мир, 1985. — 414 с.

Рекомендована к печати к.т.н., проф. Паэрандом Ю.Э.