

*Денисенко Е. А.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПЛАНОВЫХ КООРДИНАТ ТОЧЕК С ПОВЕРХНОСТИ В ШАХТУ ГРАВИТАЦИОННЫМ СПОСОБОМ

Досліджені чинники, що впливають на точність проектування координат гравітаційним способом. Встановлена залежність сил гравітаційної взаємодії від відстані між свинцевою кулькою і стінкою ствола, залежності швидкості і тривалості руху кульки по стволу від глибини горизонту з врахуванням опору повітря.

***Ключові слова:** проектування координат, точність, впливаючі чинники, швидкість і тривалість руху кульки, гравітаційна взаємодія, похибка центрування.*

Исследованы факторы, влияющие на точность проектирования координат гравитационным способом. Установлена зависимость сил гравитационного взаимодействия от расстояния между свинцовым шариком и стенкой ствола, зависимости скорости и продолжительности движения шарика по стволу от глубины горизонта с учетом сопротивления воздуха.

***Ключевые слова:** проектирование координат, точность, влияющие факторы, скорость и продолжительность движения шарика, гравитационное взаимодействие, погрешность центрирования.*

Проектирование плановых координат с поверхности на ориентированный горизонт осуществляется путем строго вертикального переноса зафиксированной точки с земной поверхности на горизонт горных работ с высокой точностью[1]. Для получения высокой точности используем свойства свободно падающего по вертикальному стволу свинцового шарика [2,3].

На точность проектирования координат X , Y точек с поверхности в шахту гравитационным способом влияют следующие факторы:

1. Неравномерное движение воздуха и капеж в стволе.
2. Схождение отвесных линий к центру сферической поверхности Земли.
3. Погрешность расстояний между отвесными линиями при переходе с эллипсоида на плоскость.

4. Разность линейного движения на различных горизонтах при вращении Земли.

5. Притяжение шарика более плотными породами за счет сил гравитационного взаимодействия.

Целью данной статьи является анализ погрешностей центрирования гравитационным способом и определение их зависимости от определяющих факторов. При проектировании координат X , Y с поверхности в шахту данным способом необходимо свести к минимуму влияние вышеприведенных основных погрешностей.

Влияние первых четырех факторов рассмотрены в статьях [4,5], но более детальное исследование указывает на необходимость вернуться к первому фактору.

Продолжительность движения шарика можно найти с помощью скорости, которую мы определяли в статьях [4,5], по законам свободного падения тел, но учитывая то, что в пространстве ствола находится воздух, отягощенный породной пылью, который к тому же хаотично движется. Поэтому падение металлического шарика в воздушном пространстве ствола нельзя считать свободным потому, что сопротивление воздуха оказывает на тело, падающее на большую глубину, значительное воздействие [6].

При проектировании точки методом падения свинцового шарика, производится пуск его из зафиксированной точки земной поверхности и фиксируется точка его падения на ориентируемом горизонте. Шарик движется по вертикальному шахтному стволу с начальной скоростью, равной нулю.

Падение шарика происходит под действием силы тяжести, зависящей от расстояния r до центра Земли, показанного на рисунке 1, и силы сопротивления среды $F_{св}$ (в нашем случае воздуха) [6].

При падении тела с большой высоты h на земную поверхность необходимо учитывать зависимость силы тяготения от расстояния, определяемого по формуле (1):

$$r = R + h - x, \quad (1)$$

где R – радиус Земли, равный 6371,1 км;

h – высота над земной поверхностью, м;

x – пройденный путь, отсчитываемый от начального положения;

r – расстояние от центра Земли до x [6].

При падении шарика на большую глубину H формула (1) будет иметь вид:

$$r = R - H, \quad (2)$$

где H – глубина горизонта, м;

r – расстояние от центра Земли до текущего горизонта, м.

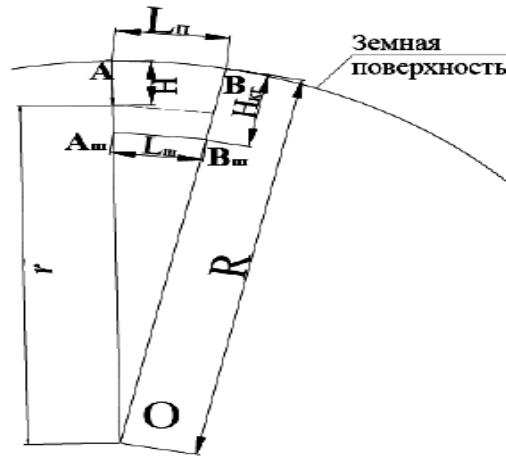


Рисунок 1 – Схема определения параметров расчета скорости падения шарика

Ускорение центра тяжести падающего тела с высоты изменяется при этом по закону [6]:

$$\omega = g_0 R^2 / r^2, \quad (3)$$

а скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2g_0 x}{\left(1 + \frac{h}{R}\right) \left[1 + \frac{h-x}{R}\right]}}. \quad (4)$$

Преобразуем формулу (4) и рассчитаем скорость падения тела с поверхности на глубину ориентируемого горизонта H :

$$v = \sqrt{\frac{2g_0 H}{\left(1 + \frac{H}{R}\right) \left(1 + \frac{H}{R}\right)}}. \quad (5)$$

Основное влияние вращения Земли на падение шарика с малой высоты учитывается прибавлением к силе тяготения переносной (центробежной) силы инерции. Сумма этих двух сил даёт направленную по вертикали силу тяжести P , под действием которой и происходит падение шарика. При этом ускорение свободного падения (ускорение силы тяжести) g несколько отличается от g_0 как численно, так и по направлению. Ускорение свободного падения состоит из двух слагаемых: гравитационного ускорения и центростремительного ускорения. Значение

гравитационного ускорения на поверхности планеты можно приблизительно подсчитать, представив планету точечной массой M , и вычислив гравитационное ускорение на расстоянии её радиуса R следующим образом:

$$g = G \frac{M}{R^2}, \quad (6)$$

где G — гравитационная постоянная ($6,6742 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2} \text{ кг}^{-1}$);
 M — масса Земли ($5,9736 \times 10^{24} \text{ кг}$).

Но с углублением во внутрь Земли уменьшается радиус, тогда ускорение силы тяжести изменяется по закону:

$$g = G \frac{M}{r^2}. \quad (7)$$

Величина скорости также определяется формулой (5) с заменой в ней g_0 на g .

Учёт сопротивления среды существенно изменяет закон падения тела. Когда скорость падения не достигает скорости звука (в воздухе практически при $v < 300 \text{ м/с}$), сила сопротивления воздуха определяется по формуле:

$$F_{c.v.} = 0,5 C_x \rho S v^2, \quad (8)$$

где S — площадь миделевого сечения (наибольшее по площади поперечное сечение тела, движущегося в воде или воздухе) — площадь шарика в диаметре:

$$S = \pi R_{\text{ш}}^2, \quad (9)$$

$R_{\text{ш}}$ — радиус свинцового шарика;

ρ — плотность воздуха ($1,22 \text{ кг/м}^3$);

C_x — коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела (коэффициент сопротивления шарообразного тела равен 0,3).

При таком законе сопротивления и постоянном значении ρ , предельная скорость падения равна:

$$v_{\text{пр}} = \frac{2P}{C_x \rho S}, \quad (10)$$

где P — сила тяжести, определяемая по формуле:

$$P = mg, \quad (11)$$

где m — масса металлического шарика, кг.

Тогда формула (10) будет выглядеть следующим образом:

$$v_{\text{пр}} = \frac{2mg}{C_x \rho S}. \quad (12)$$

Из формулы (5) видно, что с возрастанием глубины скорость v стремится к $v_{\text{пр}}$, называемой предельной скоростью падения. На опреде-

ленном начальном участке пути свинцовый шарик набирает скорость до того момента, пока не достигнет предельного значения и дальнейшее падение шарика происходит с практически постоянной скоростью $v_{пр}$.

Сведем расчет скорости падения шарика в таблицу 1 и построим график зависимости v от H на рисунке 2.

Из таблицы 1 и рисунка 2 видно, что металлический шарик, выпущенный на поверхности, летит по вертикальному стволу увеличивая скорость до горизонта $H = 400,534$ м, на уровне этого горизонта силы тяжести и сопротивления воздуха, действующие на него, уравниваются и его скорость достигает предельного значения равного $v_{пр} = 88,695$ м/с и далее она остается практически неизменной на всей протяженности полета, увеличиваясь незначительно за счет увеличения силы притяжения Земли с углублением.

В таблице 1 приведены результаты расчета продолжительности движения шарика по стволу T , вычисленной по формуле:

$$T = \frac{H}{v_{cp}}, \text{ с} \quad (13)$$

где v_{cp} – средняя скорость движения шарика по стволу, м/с.

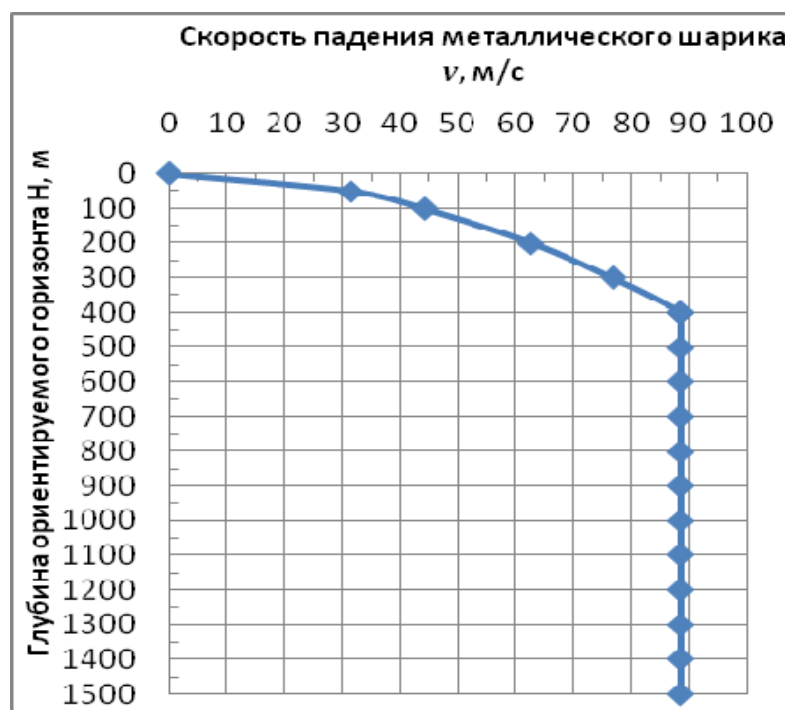


Рисунок 2 - Зависимость скорости движения шарика от глубины горизонта

Таблица 1 – Расчет скорости падения шарика на различные глубины

Горизонт ориентирования, Н, м	Скорость падения без учета силы сопротивления воздуха, v_0 , м/с	Расстояние от центра Земли до текущего горизонта, Г, м	Сила сопротивления воздуха, $F_{св}$, Н	Ускорение силы тяжести, g , м/с ²	Предельная скорость падения, $v_{пр}$, м/с	Реальная скорость падения шарика, v , м/с	Средняя скорость, $v_{ср}$, м/с	Продолжительность падения шарика, $T_{шар}$, с
0	0	6371110	0	9,8221	88,69	0	25,22	3,97
100	44,317	6371010	0,08	9,8224	88,691	44,317		
200	62,674	6370910	0,17	9,8227	88,692	62,674	64,25	7,78
300	76,76	6370810	0,25	9,823	88,694	76,76		
400	88,636	6370710	0,33	9,8233	88,695	88,636		
400,534	88,695	6370709	0,33	9,8233	88,695	88,695		
500	99,099	6370610	0,42	9,8237	88,697	88,697		
600	108,558	6370510	0,5	9,824	88,698	88,698	74,44	13,43
700	117,257	6370410	0,58	9,8243	88,699	88,699		
800	125,354	6370310	0,67	9,8246	88,701	88,701		
900	132,959	6370210	0,75	9,8249	88,702	88,702		
1000	140,152	6370110	0,83	9,8252	88,703	88,703		
1100	146,994	6370010	0,92	9,8255	88,705	88,705	78,64	19,08
1200	153,532	6369910	1	9,8258	88,706	88,706		
1300	159,802	6369810	1,08	9,8261	88,708	88,708		
1400	165,836	6369710	1,17	9,8264	88,709	88,709		
1500	171,658	6369610	1,25	9,8267	88,71	88,71		

Глубина конечного горизонта $H_{кр} = 1500$ м

Радиус Земли $R = 6371110$ м

Коэффициент сопротивления шарообразного тела $C_x = 0,3$

Плотность воздуха $\rho = 1,22$ кг/м³

Площадь миделевого сечения $S = 0,00023$ м²

Гравитационная постоянная, $G = 6,6742 \times 10^{-11}$ м³с⁻²кг⁻¹

Масса Земли $M = 5,9736 \times 10^{24}$ кг

Масса шарика $m = 0,034$ кг

График зависимости на рисунке 3 показывает, что средняя продолжительность движения шарика ниже горизонта 400м имеет прямо пропорциональную линейную зависимость, увеличиваясь с глубиной.

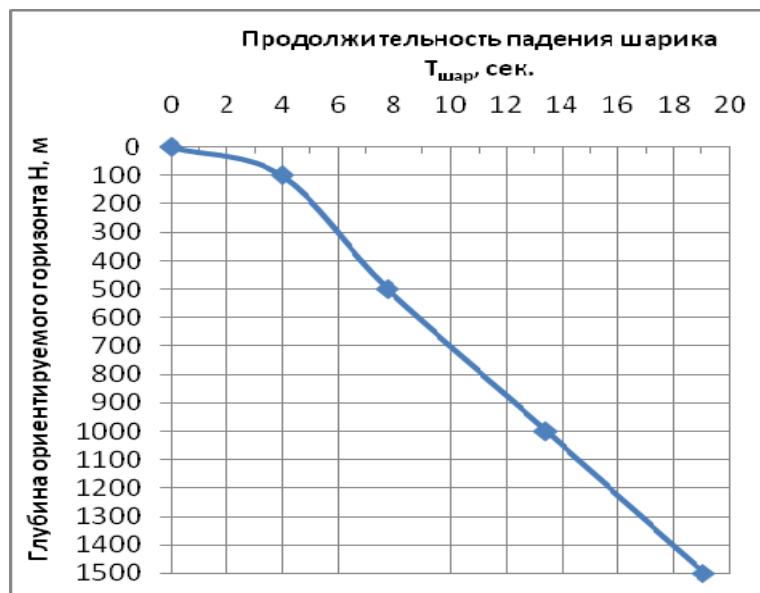


Рисунок 3 - Зависимость продолжительности движения шарика от глубины горизонта

По результатам расчетов в таблице 1 видно, что продолжительность влияния воздушного потока на металлический шарик примерно в 1500 раз меньше в сравнении с продолжительностью влияния его на шахтный отвес.

Погрешность, возникающая за счет отклонения траектории шарика от вертикали вследствие сил взаимодействия между телами, называется погрешностью гравитационного взаимодействия.

Гравитационное взаимодействие описывается законом всемирного тяготения Ньютона, который гласит, что сила гравитационного притяжения между двумя материальными точками массы m и M , разделёнными расстоянием r , пропорциональна обеим массам и обратно пропорциональна квадрату расстояния:

$$F_{\text{вд.}} = G \frac{mM}{r^2}, \quad (14)$$

где G — гравитационная постоянная, равная примерно $6,6742 \times 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.

В нашем случае материальными точками служат свинцовый шарик и окружающие его горные породы, так как шарик летит в замкнутом пространстве шахтного ствола, пробуренного внутри толщи горных пород. Значит, обозначим m — массу свинцового шарика, а M — массу

элементарного объема горных пород. Под элементарным объемом мы понимаем тот объем горных пород, который непосредственно взаимодействует с шариком в определенный момент времени и центр тяжести этого объема расположен на одной горизонтальной прямой с центром тяжести шарика в этот временной момент.

Величина элементарного объема определена с помощью радиуса действия сил гравитационного взаимодействия, определяемого дальностью полета элементарной частицы гравитационного поля любого тела, которая движется со скоростью света, таким образом, за одну секунду частица преодолет расстояние равное этой скорости, но свинцовый шарик, двигаясь вниз по стволу, за одну секунду преодолевает расстояние примерно 75 м, значит, элементарный объем горных пород взаимодействующих с шариком представляет собой половину шара, диаметр которого равен 75 м (рисунок 4) и определяется по формуле:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3.14 \cdot 32,5^3 = 71860 \text{ м}^3, \quad (15)$$

где R - радиус действия сил гравитационного взаимодействия, м.

Отсюда масса элементарного объема будет равняться:

$$M = V \cdot \rho = 71860 \cdot 2500 = 1.796 \cdot 10^8 \text{ кг}, \quad (16)$$

где ρ – плотность горных пород. Принята средняя плотность песчаника равная $2500 \text{ м}^3/\text{кг}$, как максимальная плотность рассматриваемых горных пород, а также совпадающая с плотностью бетона, которым крепят большинство стволов.

Рассчитаем силу взаимодействия между телами на различных расстояниях между ними с целью определения минимально безопасного расстояния.

Под действием описанной выше силы притяжения, шарик двигаясь по отвесной линии, будет смещаться в сторону ближайшей стенки выработки. Величина этого смещения и составляет данную погрешность s .

Второй закон Ньютона гласит, что векторная сумма всех приложенных к телу сил прямо пропорциональна произведению массы этого тела на его ускорение, то есть:

$$\vec{F} = m\vec{a}, \quad (17)$$

где: \vec{F} – равнодействующая всех приложенных к телу сил;

m – масса тела;

\vec{a} - ускорение тела.

На свинцовый шарик, летящий по вертикальному стволу, действуют три основные силы: сила тяжести, сила сопротивления воздуха и

сила взаимодействия между телами. Как выглядят векторы направленности этих сил показано на рисунке 5.

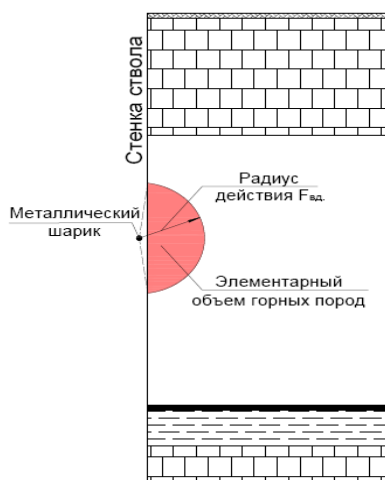


Рисунок 4 – Схема определения элементарного объема горных пород

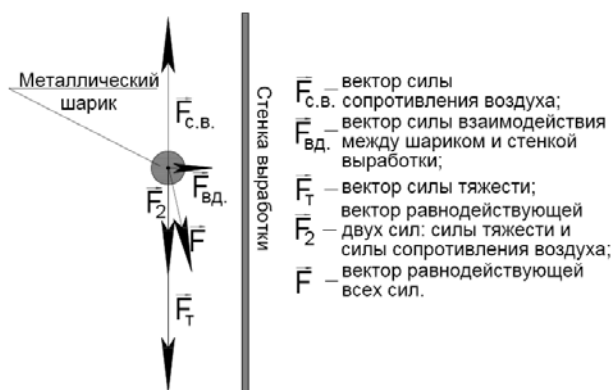


Рисунок 5 – Схема направленности векторов сил, действующих на шарик

Как описано выше, шарик с поверхности до горизонта 400м летит, увеличивая скорость, значит в этот момент сила тяжести больше силы сопротивления воздуха. Направление равнодействующей этих двух сил совпадает с направлением силы тяжести и равна геометрической их сумме, так как сила тяжести превышает силу сопротивления воздуха. Учитывая то, что их векторы направлены по одной прямой, но в разных направлениях, они будут иметь разные знаки.

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_T - \vec{F}_{с.в.} \quad (18)$$

Тогда равнодействующая всех сил будет равна геометрической сумме \vec{F}_2 и $\vec{F}_{вд.}$. И представляет собой третий вектор равный по величине и направлен по диагонали прямоугольника, построенного с помощью складываемых векторов. Тогда, вектор равнодействующей всех сил будет равен:

$$F = \sqrt{F_2^2 + F_{вд.}^2}. \quad (19)$$

После преобразований получим:

$$F = \sqrt{(F_T - F_{с.в.})^2 + F_{вд.}^2}, \quad (20)$$

где F_T – сила тяжести, определяемая по формуле:

$$F_T = mg = 0,034 \cdot 9,824 = 0,334\text{Н}, \quad (21)$$

где g – ускорение силы тяжести в толще Земли, принято среднее значение из таблицы 2.

Сила сопротивления воздуха определяется по формуле (8), принята равной 0,333Н в момент достижения шариком горизонта 400м, а сила взаимодействия между телами – по формуле (14).

Подставив формулу (17) в формулу (20), получим:

$$ma = \sqrt{(F_T - F_{с.в.})^2 + F_{вд.}^2}, \quad (22)$$

где a – ускорение тела;

v – скорость смещения шарика в сторону стенки выработки.

Данные значения можно рассчитать по формулам:

$$a = \frac{v}{t}; v = \frac{s}{t}, \quad (23)$$

где s – величина смещения шарика от вертикального положения, м;
 t – время взаимодействия шарика с элементарным объемом, равное $20,29 \cdot 10^{-5}$ с.

После преобразований получим:

$$m \frac{s}{t^2} = \sqrt{(F_T - F_{с.в.})^2 + F_{вд.}^2}. \quad (24)$$

Отсюда найдем величину смещения шарика:

$$s = \frac{t^2 \sqrt{(F_T - F_{с.в.})^2 + F_{вд.}^2}}{m}. \quad (25)$$

В момент достижения шариком горизонта 400м сила тяжести и сила сопротивления воздуха уравниваются и их геометрическая сумма равна нулю, значит от указанного горизонта и ниже равнодействующая

всех сил будет равняться силе взаимодействия. В этом случае формула (25) примет вид:

$$S = \frac{t^2 F_{\text{вд.}}}{m} . \quad (26)$$

Расчеты приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчет смещения шарика от вертикали

Расстояние от шарика до стенки выработки, г, м	Сила взаимодействия, $F_{\text{вд.}}$, Н	Равнодействующая всех сил F , Н	Смещение шарика s , мм
0,001	407,66799	407,6680	0,4936189
0,005	16,30672	16,3067	0,0197448
0,01	4,07668	4,0767	0,0049362
0,05	0,16307	0,1631	0,0001975
0,1	0,04077	0,0408	0,0000494
0,3	0,00453	0,0046	0,0000056
0,5	0,00163	0,0019	0,0000023
1	0,00041	0,0010	0,0000012

Масса шарика, $m=0,034$ кг; Масса элементарного объема, $M=1,796$ кг• 10^8 ; Гравитационная постоянная, $G=6,6742$ м³/(кг•с²)• 10^{-11} ; Время взаимодействия с эл. об., $t=1$ с; Ускорение силы тяжести, $g=9,824$ м/с².

По результатам расчетов в таблице 2 можно сделать вывод, что смещение траектории шарика от вертикали обратно пропорционально расстоянию от него до стенки ствола, значит, чем дальше траектория от стенки ствола, тем смещение меньше. Из таблицы видно, что уже на расстоянии 1мм от стенки, смещение составляет менее 0,5мм, что удовлетворяет требованиям [1].

Выводы

Исследования погрешностей, влияющих на точность проектирования плановых координат точек с земной поверхности на ориентированный горизонт гравитационным способом показали, что:

- продолжительность падения свинцового шарика с учетом сопротивления воздуха, а также следовательно и влияния на него воздушного потока и капежа в стволе, до горизонтов 500; 1000 и 1500 м составляет 8; 13 и 19 с соответственно, что в 1500 раз меньше в сравнении с проектированием традиционным способом шахтными отвесами;

- в результате влияния сил гравитационного притяжения траектория полета шарика смещается от вертикали на $0,5$; $5,6 \cdot 10^{-6}$ и $1,2 \cdot 10^{-6}$ мм при расстоянии между траекторией и стенкой ствола $0,001$; $0,3$ и 1 м соответственно, что удовлетворяет условиям допуска [1];

- направляющие отверстия для шариков (при ориентировании через один ствол) необходимо располагать вблизи стенок ствола для минимальных значений угловой погрешности, но не ближе $0,3$ м к ним для минимального смещения предполагаемой траектории шарика от вертикали, а также из технических соображений, во избежание столкновения с неровностями бетонного крепления ствола.

Предложенный авторами статьи [2,3] гравитационный способ проектирования координат точек с поверхности в шахту имеет преимущества перед существующими не только в отношении простоты и скорости выполнения самого процесса центрирования, но и отличается высокой точностью, основываясь на физических законах гравитации, что позволяет рекомендовать его к внедрению на горных предприятиях.

Библиографический список

1. *Маркшейдерські роботи на вугільних шахтах та розрізах: Інструкція / [Ред. коміс. М.Є. Коплонець та ін.]. – Донецьк: ТОВ «Алан», 2001. - 264с.*

2. *Пат. 56401 U Україна, МПК G 01 C 15/12. Спосіб проектування координат точок з поверхні на горизонт при орієнтуванні шахт. / В.Г.Ларченко, О.О.Денисенко; заявитель и патентообладатель Донбаський державний технічний університет. - №u201008687; заявл. 12.07.10; опубл. 10.01.11., Бюл. № 1.*

3. *Ларченко В. Г. Способ проектирования координат точек с поверхности в шахту / В. Г. Ларченко, Е. А. Денисенко // Сборник научных трудов ДонГТУ, Вып. 32. – Алчевск: ДонГТУ, 2010. – С. 95-100.*

4. *Ларченко В. Г. Анализ погрешностей проектирования координат точек с поверхности на ориентируемый горизонт / В. Г. Ларченко, Е. А. Денисенко // Сб. науч. тр. ДонГТУ. – 2011. – Вып. 33.– С. 63–70.*

5. *Гравитационный способ проектирования плановых координат с земной поверхности в шахту через вертикальные стволы/ В.Г. Ларченко, Е.А. Денисенко // Журнал Уголь Украины. - №10. -2011.*

6. *Теоретическая механика: метод. указания для студ. заоч. вузов [под. ред. С. М. Тарга], 4-е изд. – М.: Высшая школа, 1989. – 137 с.*

Рекомендована к печати д.т.н., проф. Клишиным Н.К.