

*к.т.н. Терешкевич Л. Б.,  
Т. М. Червінська,  
М. В. Кузьменко  
(Вінницький національний технічний університет,  
Вінниця, Україна, chervinskam@rambler.ru)*

## **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ КЕРУВАННЯ РЕАКТИВНОЮ ПОТУЖНІСТЮ ТА НЕСИМЕТРІЄЮ НАПРУГИ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ МЕРЕЖІ**

*Розроблені математичні моделі керування реактивною потужністю та несиметрією напруги за допомогою КУ, які дозволяють розраховувати керуючі впливи при несиметрії напруг, а також, при необхідності, прийняття погоджених рішень.*

***Ключові слова:** реактивна потужність, конденсаторна установка, несиметрія напруги, втрати активної потужності.*

*Разработаны математические модели управления реактивной мощностью и несимметрией напряжения с помощью КУ, которые позволяют рассчитать управляющие воздействия при несимметрии напряжения, а также, при необходимости, принятие согласованных решений.*

***Ключевые слова:** реактивная мощность, конденсаторная установка, несимметрия напряжения, потери активной мощности.*

**Постановка задачі дослідження.** Підвищення ефективності передачі та розподілу електричної енергії в мережах досягається шляхом правильної комбінації різноманітних технічних засобів, серед яких конденсаторні установки (КУ) як симетричного виконання (які призначені для компенсації реактивної потужності), так і несиметричного і неповнофазного виконання (які мають властивості компенсації реактивної потужності і симетрування напруги). Оскільки електричні режими динамічні, то виникає необхідність здійснювати керування реактивною потужністю та несиметрією напруги в реальному масштабі часу за допомогою КУ, які в переважній більшості випадків здійснюють дискретні як за величиною так і в часі керуючі впливи на параметри електричного режиму [1; 2].

Ефективність кінцевих результатів, що отримуються при експлуатації діючих КУ, визначається технічними параметрами КУ (які обгрун-

товуються на етапі проектування) і довершеністю математичного забезпечення систем прийняття рішення. Практично це досягається шляхом постановки задачі як задачі оптимального керування із врахуванням найбільш вагомих впливів на електричний режим.

Оскільки електричні режими динамічні, то з часом, внаслідок зміни параметрів стану системи електропостачання, виникає необхідність прийняття керуючого рішення за іншими критеріями оптимальності і забезпечення іншого переліку впливових факторів, які стали актуальними. Шлях створення математичної моделі, якою охоплюються всі можливі ситуації, треба визнати не раціональним хоча би зважаючи на обмежені обчислювальні можливості системи прийняття рішення у випадку її мікропроцесорної реалізації. Така обставина потребує розробки множини математичних моделей керування, кожною з яких доцільно скористатися за певних умов. Алгоритм роботи системи прийняття рішення передбачає попередньо за певними ознаками оцінити електричний режим, що склався на момент вибору керуючого рішення, звернутися до відповідної математичної моделі, а далі за результатами її аналізу визначити вектор керування.

В зв'язку з цим метою роботи є розробка математичних моделей керування КУ в залежності від режимів споживання реактивної енергії у електричних мережах. Одна з моделей використовується для визначення керуючого рішення для впливу на реактивну потужність в електричній мережі за умов несиметрії напруги в вузлі під'єднання КУ. Інша математична модель використовується в разі необхідності прийняття рішення по симетруванню напруги, коли здійснюється керування за допомогою КУ з керованими секціями, під'єднаними до окремих міжфазних напруг. Модель розроблена для випадку, коли керування здійснюється в двох вузлах мережі, що знаходяться за невеликим опором. Керуючі впливи в одному із вузлів змінюють режим зворотної послідовності в іншому. І тому виникає необхідність прийняття взаємо погоджених керуючих рішень.

**Математична модель керування реактивною потужністю за умов несиметрії напруги.** Модель передбачає використання дискретно керованої КУ симетричного виконання (потужності плеч кожної секції такої установки, що відповідають номінальним напругам, однакові), що працює за схемою трикутника. При несиметричних режимах потужності плеч КУ, знаходячись під різними за величинами напругами, будуть неоднакових значень. В результаті добавки напруги, створені КУ по напругам трифазної системи, будуть різними. Причому для найбільшої за модулем напруги добавка буде найбільшою і навпаки. Під'єднання такої КУ в умовах несиметрії напруги остання буде посилюватись.

Можна припустити можливість таких режимів, що склалися в електричній мережі, коли несиметрія, яка знаходиться в межах допустимих норм, визначених ГОСТ 13109-97, в результаті реалізації керуючих рішень з компенсації реактивних навантажень вийде за межі допустимих нормованих значень (для КУ, з'єднаної за схемою трикутника можливе перевищення допустимого значення для коефіцієнта несиметрії напруги по зворотній послідовності).

В зв'язку з цим в таких ситуаціях виникає необхідність здійснювати вибір керуючих рішень із врахуванням технічного обмеження на величину напруги зворотної послідовності –  $U_2$ , яка буде після реалізації керування. Логічно обмежувати  $U_2$  значеннями, які відповідають нормованому коефіцієнту несиметрії напруги по зворотній послідовності. Іноді  $U_2$  може обмежуватись, виходячи із специфічних умов технологічного процесу.

При необхідності контролю рівня  $U_2$  в процесі керування реактивною потужністю можна для визначення вектора керування скористатись математичною моделлю:

$$\begin{cases} Q_H - \mathbf{X}^T \cdot \Delta Q(U) \rightarrow \min \\ Q_H - \mathbf{X}^T \cdot \Delta Q(U) \geq Q_{\text{доп}} \\ \left| \dot{U}_2 + \mathbf{X}^T \cdot \Delta \dot{U}_2 \right| \leq U_{2\text{доп}} \\ \mathbf{X} + \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{n} \\ x_i, \bar{x}_i = 1 \forall 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $Q'$  – природне (в припущенні, що всі секції БСК вимкнені) споживання реактивної потужності;

$\mathbf{X}$  - вектор керування вимірністю  $(m \times 1)$ , кожна компонента якого описує стан комутаційного апарату, яким здійснюється комутація відповідної секції; якщо  $x_i = 1$ , то секція  $i$  має бути ввімкнена, а якщо  $x_i = 0$ , то навпаки;

$T$  - індекс транспонування;

$\Delta Q(U)$  - матриця потужностей керованих секцій БСК, що відповідають реальним міжфазним або фазним напругам, вимірністю  $(m \times 1)$ , де  $m$  – кількість секцій БСК;

$Q_{\text{доп}}$  - допустиме значення реактивної потужності;

$\dot{U}_2$  - вектор напруги зворотної послідовності у вузлі під'єднання БСК (до реалізації керуючого рішення);

$\Delta \dot{U}_2$  - матриця добавок напруги зворотної послідовності, що має місце внаслідок ввімкнення відповідних секцій БСК, вимірністю  $(m \times 1)$ ;

$U_{2\text{доп}}$  - рівень напруги зворотної послідовності, що відповідає  $k_{2U\text{доп}}$  (таке, що відповідає допустимому за ГОСТ 13109-97 значенню для коефіцієнта несиметрії напруги по зворотній послідовності або більш жорстким вимогам технології);

$\bar{X}$  - фіктивний вектор вимірністю  $(m \times 1)$ , кожна компонента якого  $\bar{x}_i$  пов'язана із змінною  $x_i$  вектора  $X$  так, що коли  $\bar{x}_i = 1$ , то  $x_i = 0$  і навпаки;

$n$  - одинична стовпцева матриця вимірністю  $(m \times 1)$ ;

$\forall$  - знак логічної операції „АБО”.

Математична модель (1) є дискретною, що зумовлено конструктивними особливостями КУ.

Цільова функція математичної моделі описує величину реактивної потужності в лінії живлення. Перше з обмежень контролює величину реактивної потужності, що буде мати місце в результаті реалізації вектора керування. Обмеження охоплює всі можливі випадки. Режим мінімальних навантажень, коли треба забезпечити споживання реактивної потужності не менше заданої величини. Режим максимальних навантажень, коли реактивна потужність має бути не більша за величину задану. В цьому випадку і в усіх інших, не характерних режимах, можна задати  $Q_{\text{доп}} = 0$ . Необхідні значення реактивної потужності будуть забезпечені лише у випадках, коли для цього достатньо потужностей КУ та за умови виконання наступного обмеження математичної моделі.

Друге обмеження забезпечує для режиму, який буде в результаті реалізації вектора керування, напругу  $U_2 \leq U_{2\text{доп}}$ .

Третє обмеження указує, що для отримання ефекту в мережі кожна із секцій КУ може бути ввімкненою або вимкненою.

Для вирішення задачі не можна скористатись жодним із класичних методів оптимізації. Причиною тому є те, що одне з обмежень (обмеження на величину напруги зворотної послідовності) описується не скалярною функцією дійсного змінного. Відомі методи аналізу моделей не скалярної оптимізації [3; 4; 5] стосуються математичних моделей, в яких цільова функція описується в не скалярному вигляді, і тому потребують деякої адаптації до задачі (1).

Розроблений числовий метод для вирішення задачі, базується на ідеях методу динамічного програмування. Вибір методу динамічного програмування зумовлений тим, що дана задача по суті є багатоетапною (на кожному етапі визначається яку чергову секцію КУ необхідно ввімкнути), а також метод має просту (в порівнянні з іншими) обчислюваль-

ну процедуру [6], що є важливим для подальшої мікропроцесорної реалізації.

В загальних рисах суть обчислювального методу полягає в наступному:

Крок 1. Всі елементи вектора  $X$  прирівнюються до нуля.

Крок 2. Розраховуються потужності секцій КУ, що відповідають реальним напругам в мережі. Виконується перебір секцій КУ, по яким не прийнято рішення, і відбираються такі, що задовільняють обмеження моделі (1). Потужності відібраних секцій формують масив  $D_k$ , де  $k$  – номер етапу.

Якщо  $D_k$  пустий, то оптимальний розв'язок досягнуто на етапі  $k-1$ . Вектор керування реалізується.

Крок 3. Перебираються всі потужності секцій масиву  $D_k$  і визначається та, що забезпечує максимальний від'ємний приріст цільової функції.

Крок 4. Проводиться розрахунок для уточнення потужності, відібраної до ввімкнення секції і тих секцій, рішення по яким прийнято по всіх попередніх  $k-1$  етапах, вважаючи, що вона ввімкнена.

Перевіряються на виконання умови описані обмеженнями моделі (1).

Якщо будь-яке обмеження не виконується, то потужність даної секції вилучається із масиву  $D_k$  і з подальшого розгляду, а розрахунки проводяться починаючи з кроку 3.

Крок 5. Відповідна компонента вектора керування прирівнюється до одиниці,  $k=k+1$ , та здійснюється перехід до кроку 2.

**Математична модель для симетрування напруг у випадках, коли треба визначити погоджене керуюче рішення.** Якщо КУ встановлені у вузлах, розділених деяким опором, для отримання кращих результатів із симетрування напруги керуючі рішення мають погоджуватись.

Дослідженнями встановлено [7], що в складній мережі чутливість додаткових втрат активної потужності, зумовлених несиметрією напруги,  $\Delta P_2$ , до симетрування напруги в різних вузлах різна і залежить від параметрів режиму, схеми та змінюється в часі. (Під чутливістю розуміється степінь зниження  $\Delta P_2$  в розподільчих мережах, підключених до вузла, при ввімкненні секції КУ одиничної потужності). Згадана властивість використана при синтезі математичної моделі та при розробці обчислювального методу до неї.

Вирішити задачу керування несиметрією напруги, забезпечивши погодження розв'язків по вузлах А та Б, рисунок 1, можна за допомогою математичної моделі (2)

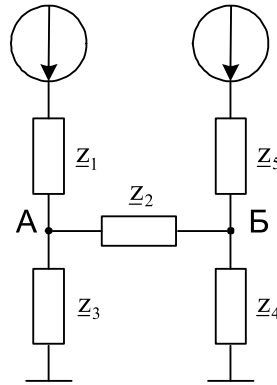


Рисунок 1 - Схема заміщення для струмів зворотної послідовності

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{N_1} \Delta p_n x_n + \sum_{m=1}^{N_2} \Delta p_m x_m \rightarrow \min \\ x_n + \bar{x}_n = 1, n = 1, 2, \dots, N_1 \\ x_m + \bar{x}_m = 1, m = 1, 2, \dots, N_2 \\ Q_A - \sum_{n=1}^{N_1} \Delta Q_n x_n \geq 0 \\ Q_B - \sum_{m=1}^{N_2} \Delta Q_m x_m \geq 0 \\ x_n; \bar{x}_n; x_m; \bar{x}_m = 1 \forall 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

де  $\Delta p_n$ ,  $\Delta p_m$  – приріст додаткових втрат активної потужності, пов’язаних із несиметрією напруги в опорах  $z_3$  та  $z_4$ , рис.1, при ввімкненні відповідної секції  $n$  КУ, яка встановлена в вузлі А, та секції  $m$  КУ, встановленої в вузлі Б;

$x_n$ ,  $x_m$  - керовані змінні; якщо  $x_n = 1$  та  $x_m = 1$ , то отриманий розв’язок реалізується ввімкненням секції  $n$  КУ, встановленої в вузлі А (вимикача  $n$ ) та секції  $m$  КУ, встановленої в вузлі Б (вимикача  $m$ ), а якщо змінна дорівнює нулю, то відповідну секцію КУ вмикати не треба;

$\bar{x}_n$ ,  $\bar{x}_m$  - фіктивні змінні (фізичного змісту не мають);

$Q_A$ ,  $Q_B$  - природне споживання реактивної потужності в вузлах А та Б (в припущенні, що всі секції КУ, встановлених в вузлах А та Б вимкнені)

$N_1$ ,  $N_2$  - загальна кількість секцій КУ, встановлених відповідно в вузлах А та Б;

$\Delta Q_n$ ,  $\Delta Q_m$  - потужність секцій  $n$  та  $m$  КУ, встановлених відповідно в вузлах А та Б.

Цільова функція математичної моделі (2) передбачає максимальне зменшення сумарних додаткових втрат активної потужності в опорах  $z_3$  та  $z_4$  шляхом симетрування напруги в вузлах А та Б за допомогою КУ, встановлених в цих вузлах.

Серед обмежень такі, що описують можливі стани кожної секції КУ, під'єднаних до вузлів А та Б, а також, які виключають можливість отримання таких розв'язків, коли реактивна потужність спрямована в живильні мережі.

Всі обмеження математичної моделі (2) лінійні функції від керуванних змінних. Цільова функція формально також лінійно залежить від змінних, але її коефіцієнти, які відображають зменшення додаткових втрат активної потужності від несиметрії напруги, змінюються в процесі розв'язування задачі. Фізично ця зміна пов'язана з тим, що реалізація рішення, прийнятого на 1-му етапі розв'язування задачі змінить несиметрію напруги як в вузлі А так і в вузлі Б. Інших значень набуде як модуль напруги зворотної потужності, так і фаза. Тому для (1+1) етапу зниження додаткових втрат активної потужності при ввімкненні секцій КУ, по яким ще не прийнято рішення, буде іншим в порівнянні із значенням для етапу 1. Тому алгоритм вирішення задачі повинен передбачати на кожному етапі поновлення коефіцієнтів цільової функції  $\Delta P_n$  та  $\Delta P_m$ .

Таку оптимізаційну задачу класичними математичними методами вирішити не можна. Всі вони хоча і передбачають перерахунок коефіцієнтів цільової функції, але цей перерахунок пов'язаний із визначенням нового пробного розв'язку. Метод вирішення задачі, що розроблений, як і у випадку класичних методів оптимізаційних розрахунків, реалізує такі ідеї:

- процес вирішення задачі ітераційний;
- на кожній ітерації приймається найбільш ефективне рішення.

Сутність обчислювального методу для аналізу моделі (2) полягає в тому, що на кожному етапі розрахунку приймається рішення про ввімкнення чергової секції КУ в одному з двох вузлів на підставі оцінки чутливості  $\Delta P_2$  до симетрування напруги. Рішення про ввімкнення секції приймається для того вузла, який є найбільш чутливим до зменшення  $\Delta P_2$ . Це забезпечує найбільший ефект (зниження  $\Delta P_2$ ), що приходить ся на 1 квар конденсаторної потужності, що вмикається.

Оцінку чутливості  $\Delta P_2$  можна робити, оперуючи пробною секцією КУ одиничної потужності, а потім після цього приймати керуюче рішення, виходячи із потужності секцій КУ, що залишились не реалізованими на попередніх етапах вирішення задачі. Побудова алгоритму розрахунку вектора керування несиметрією напруг за таким підходом ускладнює його, оскільки потрібно передбачити варіанти коли:

- пробна оцінка чутливості свідчить, що необхідно ввімкнути секцію КУ в вузлі і на міжфазну напругу  $\varepsilon$ , а в схемі КУ такої секції немає, або по всіх що є вже прийняті рішення про їх ввімкнення;

- те саме, але є декілька секцій і всі вони різної потужності;

- те саме, але ввімкнення будь-якої забезпечує  $|\dot{U}_2 + \dot{U}_2^{KY}| \geq |\dot{U}_2|$ ,

де  $\dot{U}_2^{KY}$  – вектор напруги зворотної послідовності, що створюється в вузлі і при ввімкненні секції КУ на напругу  $\varepsilon$  (випадок, коли не ввімкненими залишились секції КУ великих потужностей);

$\dot{U}_2$  – вихідне значення вектору напруги зворотної послідовності в вузлі і.

Алгоритм, що розроблено, передбачає визначати рішення про ввімкнення чергової секції на будь-якому етапі вирішення задачі, виходячи із оцінки чутливості  $\Delta P_2$  до ввімкнення всіх секцій КУ, встановлених в одному та другому вузлі, та рішення по яким не прийняті на попередніх етапах.

Працездатність математичної моделі (1) та обчислювального методу до неї продемонструємо на числовому прикладі.

Приклад

У вузлі навантаження чотирипровідної електричної мережі промислового підприємства, рисунок 2, встановлено КУ із керованими секціями симетричного виконання, що під'єднані до лінійних напруг. Потужності секцій що відповідають номінальній напрузі, 450, 300, 225, 150, 105, 60, 30 квар. Фазні напруги в вузлі під'єднання КУ  $\dot{U}_A = 225,51e^{-j1,73^\circ}$  В,  $\dot{U}_B = 217,59e^{-j118,41^\circ}$  В,  $\dot{U}_C = 217,08e^{j120,21^\circ}$  В

Знайти вектор керування КУ, за умов, що:

1) допустиме значення реактивної потужності  $Q_{\text{доп}} = 0$  квар;

2) коефіцієнт несиметрії напруги по зворотній послідовності,  $k_{2U}$ , не перевищує допустимого значення  $k_{2U} \leq 1,65\%$  (згідно технологічного процесу даного виробництва).

Вихідний стан характеризується:

- напругою прямої послідовності – 220 В;

- напругою зворотної послідовності – 3,5 В;

- напругою нульової послідовності – 5,5 В;

- коефіцієнтом несиметрії напруги по зворотній послідовності – 1,59%.



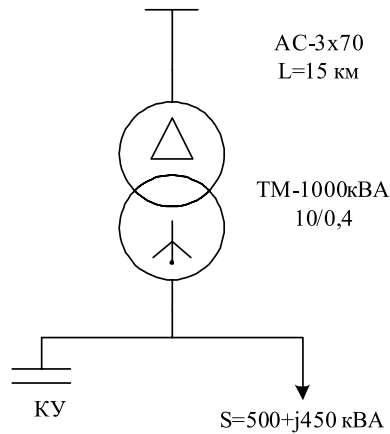


Рисунок 2 – Розрахункова схема

Отримані результати для випадку прийняття рішення відповідно до математичної моделі (1) наведені в таблиці 1 та без врахування несиметрії напруги наведені в таблиці 2, де  $Q$  - реактивна потужність в лінії живлення,  $Q = Q' - \Delta Q(U) \cdot X$

Таблиця 1 - Результати керування реактивною потужністю із врахуванням несиметрії напруги

№ етапу	Вектор керування X	Q, квар	U <sub>2</sub> , В	k <sub>2U</sub> , %
Вих. стан	(0 0 0 0 0 0 0)	450	3,5	1,59
1	(0 1 0 0 0 0 0)	162,5	3,59	1,632
2	(0 1 0 0 1 0 0)	3,63	3,63	1,648

Таблиця 2 - Результати керування реактивною потужністю без врахування несиметрії напруги

№ етапу	Вектор керування X	Q, квар	U <sub>2</sub> , В	k <sub>2U</sub> , %
Вих. стан	(0 0 0 0 0 0 0)	450	3,5	1,59
1	(1 0 0 0 0 0 0)	6,56	3,64	1,655

Із порівнянь результатів, наведених в таблицях 1 та 2, видно, що прийняття керуючого рішення, використовуючи для цього математичну модель (1), забезпечує допустимі значення напруги зворотної послідовності при керуванні реактивною потужністю в мережі.

### **Висновки:**

1. Керування реактивною потужністю в умовах несиметрії напруги можна виконати за допомогою математичної моделі (1), що виключає можливість появи режимів, для яких в результаті реалізації прийнятого рішення, коефіцієнт несиметрії напруги по зворотній послідовності перевищить допустимі за ГОСТ 13109-97 значення.

2. Погоджені керуючі рішення при симетруванні режиму за допомогою КУ, які встановлені в двох вузлах електричної мережі, за умови, коли керування в одному вузлі змінює режим в іншому і таким чином іншими стають вихідні умови для прийняття рішення, можна визначити за математичною моделлю (2).

3. Аналіз математичних моделей може проводитись за розробленими обчислювальними методами.

### **Бібліографічний список**

1. Кузнецов В. Г. Компенсация реактивной мощности в электрических сетях с несимметричными нагрузками / В.Г. Кузнецов // *Электричество*. – 1983. – №2. – С. 64-67.

2. Кузнецов В. Г. Снижение несимметрии и несинусоидальности напряжений в электрических сетях / Кузнецов В. Г., Григорьев А.С., Данилюк В.Б. – К. : Наукова думка, 1992. – 240с.

3. Авакумов В. Г. Методы нескалярной оптимизации и их приложения / В.Г. Авакумов – К. : Вища школа, 1990. – 188 с.

4. Авакумов В. Г. Решение задачи с нескалярным целевым функционалом при расчете электроэнергетических систем / В. Г. Авакумов // *Электричество*. – 1982. - №9. – С. 5-10.

5. Терешкевич Л. Б. Математичні моделі управління графіком реактивних навантажень підприємств з потужними несиметричними споживачами / Терешкевич Л. Б., Хінді Айман Тахер // *Праці Інституту електродинаміки Національної академії наук України: Зб. наук. тр. К.: 2003. – №2(5). – С. 94-101.*

6. Терешкевич Л. Б. Математична модель оптимального управління конденсаторними пристроями в системі електропостачання / Терешкевич Л. Б., Хінді Айман Тахер // *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. – 2001. – №3(36). – С. 59-62.

7. Терешкевич Л. Б. Втрати активної потужності в системах електропостачання споживачів АПК та мережах живлення, зумовлені несиметрією режимів / Л. Б. Терешкевич, М. Й. Бурбело, В. В. Захаров, М. І. Цибульський // *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка, Випуск 37 «Проблеми енергозабезпечення та енергозбереження в АПК України» Том 1, Харків. – 2005. – С. 36-43.*

*Рекомендовано до друку д.т.н., проф. Заблодським М.М.*