

к.т.н. Плюгин В.Е.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ С МАССИВНЫМ РОТОРОМ В УСТАНОВИВШИХСЯ И ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ

Приведені результати теоретичних досліджень, отримана математична модель асинхронної машини з масивним ротором в статому і переходному режимах роботи.

Ключові слова: математична модель, узагальнена машина, асинхронна машина, масивний ротор.

Приведены результаты теоретических исследований, получена математическая модель асинхронной машины с массивным ротором в установившихся и переходных режимах работы.

Ключевые слова: математическая модель, обобщенная машина, асинхронная машина, массивный ротор.

Электротепломеханические преобразователи (ЭТМП), предназначенные для транспортировки, нагрева рабочей нагрузочно-охлаждающей среды, представляют собой асинхронный двигатель с внешним массивным ферромагнитным ротором [1 - 2]. На сегодняшний день отсутствует единый подход в моделировании такого типа машин.

В настоящей работе рассматривается формирование математической модели асинхронного двигателя с массивным ротором в соответствие с теорией обобщенной электрической машины [3].

Как известно, обобщенная электрическая машина – это двухполюсная двухфазная симметричная идеализированная машина, имеющая две пары обмоток на роторе и статоре. Схема размещения обмоток показана на рисунке 1.

Для такой машины справедливы уравнения напряжения (1), уравнение электромагнитного момента (2) и уравнение движения (3).

Уравнения Кирхгофа содержат выражения напряжений, падения напряжений на активных сопротивлениях, ЭДС вращения и трансформаторные ЭДС: $L_{s\alpha} \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + M \frac{d}{dt} i_{r\alpha}$, $M \frac{d}{dt} i_{s\alpha} + L_{r\alpha} \frac{d}{dt} i_{r\alpha}$.

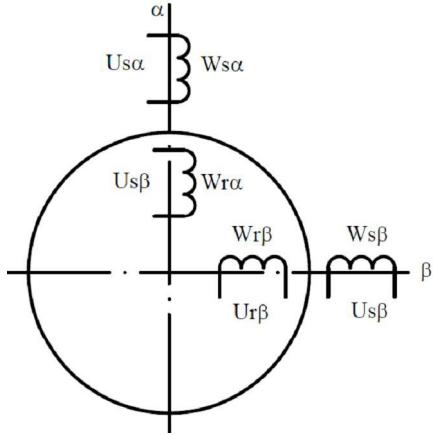


Рисунок 1 – Модель обобщенной электрической машины

$$\begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ U_{r\alpha} \\ U_{r\beta} \\ U_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \frac{d}{dt} L_{s\alpha} & \frac{d}{dt} M & 0 & 0 \\ \frac{d}{dt} M & r_2 + \frac{d}{dt} L_{r\alpha} & L_{r\beta} \omega_r & M \omega_r \\ -M \omega_r & -L_{r\alpha} \omega_r & r_2 + \frac{d}{dt} L_{r\beta} & \frac{d}{dt} M \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt} M & r_1 + \frac{d}{dt} L_{s\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$M_s = M(i_{s\beta} \cdot i_{r\alpha} - i_{s\alpha} \cdot i_{r\beta}), \quad (2)$$

$$J \frac{d\omega_r}{dt} \pm M_c = M_s. \quad (3)$$

Будем рассматривать приведенную выше систему уравнений для установившегося режима, являющегося частным случаем режима динамического. Уравнения напряжений установившегося режима получаются из дифференциальных уравнений электромеханического преобразователя (ЭП) путем замены в них оператора дифференцирования $\frac{d}{dt}$ на $j\omega$. Для обобщенной машины в системе координат α, β уравнения установившегося режима могут быть получены из (1) в следующем виде:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{s\alpha} \\ -\dot{U}_{r\alpha} \\ -\dot{U}_{r\beta} \\ \dot{U}_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + jx_1 & jx_m & 0 & 0 \\ jx_m & r_2 + jx_2 & vx_2 & vx_m \\ -vx_m & -vx_2 & r_2 + jx_2 & jx_m \\ 0 & 0 & jx_m & r_1 + jx_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{s\alpha} \\ \dot{I}_{r\alpha} \\ \dot{I}_{r\beta} \\ \dot{I}_{s\beta} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Здесь $v = \omega_r / \omega_c$ - относительная скорость; r_1, r_2 – активные сопротивления обмоток статора и ротора; $x_1 = \omega L_1$ – индуктивное сопротивление обмотки статора; $x_2 = \omega L_2$ – индуктивное сопротивление обмотки ротора; $x_m = \omega M$ – сопротивление взаимной индукции.

При этом, $x_1 = x_m + x_s$, $x_2 = x_m + x_r$, где $x_s = \omega l_{s\sigma}$ и $x_r = \omega l_{r\sigma}$ - индуктивные сопротивления рассеяния соответственно статора и ротора.

В установившемся режиме ($d/dt = 0$) уравнение движения вырождается

$$M_c = pM_s. \quad (6)$$

Уравнение электромагнитного момента в установившемся режиме имеет вид:

$$M_s = \frac{mp}{2} M (I_{r\alpha A} I_{s\beta A} + I_{r\alpha P} I_{s\beta P} - I_{r\beta A} I_{s\alpha A} - I_{r\beta P} I_{s\alpha P}), \quad (7)$$

где $I_{s\alpha A}, I_{s\beta A}, I_{r\alpha A}, I_{r\beta A}$ – соответственно активные составляющие токов статора и ротора по осям α и β ; $I_{s\alpha P}, I_{s\beta P}, I_{r\alpha P}, I_{r\beta P}$ – соответственно реактивные составляющие токов статора и ротора по осям α и β .

Из уравнений установившегося режима обобщенной машины (5 - 7) можно получить уравнения для асинхронных и синхронных машин, а также для трансформаторов. Так, для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором, уравнения установившегося режима примут вид с учетом $U_{r\alpha} = 0, U_{r\beta} = 0$:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{s\alpha} \\ 0 \\ 0 \\ \dot{U}_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + jx_1 & jx_m & 0 & 0 \\ jx_m & r_2 + jx_2 & vx_2 & vx_m \\ -vx_m & -vx_2 & r_2 + jx_2 & jx_m \\ 0 & 0 & jx_m & r_1 + jx_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{s\alpha} \\ \dot{I}_{r\alpha} \\ \dot{I}_{r\beta} \\ \dot{I}_{s\beta} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

В результате преобразования системы уравнений (8) можно вывести уравнения асинхронной машины, составляемые обычно по Т-образной схеме замещения (комплексные уравнения с приведенным числом витков)

$$\begin{cases} \dot{U}_s = -\dot{E}_0 + \dot{I}_s z_s, \\ 0 = \dot{E}_0 - \dot{I}'_r z_r - \dot{I}'_r R'_r \frac{(1-s)}{s}, \\ \dot{I}_0 = \dot{I}_s + \dot{I}_r, \end{cases} \quad (9)$$

где $z_s = R_s + jx_s$, $z_r = R'_r + jx'_r$.

Для асинхронной машины с массивным ротором может быть предложена Т-образная схема замещения, показанная на рисунке 2 [4].

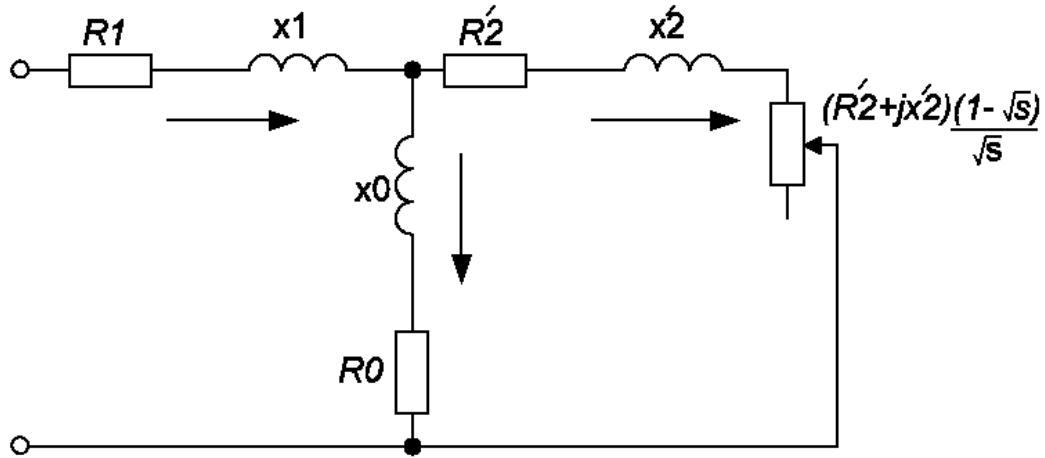


Рисунок 2 – Схема замещения асинхронного двигателя с массивным ротором

По схеме замещения составляются уравнения Кирхгофа [4]

$$\begin{cases} \dot{U}_s = -\dot{E}_0 + \dot{I}_s z_s, \\ 0 = \dot{E}_0 - \dot{I}'_r z_r - \dot{I}'_r z_r \frac{(1-\sqrt{s})}{\sqrt{s}}, \\ \dot{I}_0 = \dot{I}_s + \dot{I}_r. \end{cases} \quad (10)$$

Отличительной особенностью системы уравнений (10) является зависимость параметров вторичной цепи (активного и индуктивного сопротивлений ротора) от скольжения.

Выведем обратные преобразования, позволяющие перейти от системы уравнений (10) к системе уравнений, подобной составленным для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором (8). В таком случае, мы получим математическую модель асинхронной машины с массивным ротором, унаследованной от модели обобщенной машины.

Интерес представляет второе уравнение (10), записанное для цепи ротора, поскольку для цепи статора преобразования будут аналогичны показанным ранее в (8). Запишем развернутое выражение для ротора:

$$0 = \dot{E}_0 - R'_2 \dot{I}_r - jx'_r \dot{I}_r - (R'_2 + jx'_r) \dot{I}_r \frac{1-\sqrt{s}}{\sqrt{s}}. \quad (11)$$

Раскроем скобки в (11), умножим обе части уравнения на \sqrt{s} и проведем преобразования:

$$0 = \dot{E}_0 \sqrt{s} - R_2 \dot{I}_r - jx_r \dot{I}_r. \quad (12)$$

Для сравнения, выражение (12) для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором на данном этапе преобразований выглядит следующим образом:

$$0 = \dot{E}_0 s - R_2 \dot{I}_r - jx_r \dot{I}_r s. \quad (13)$$

После замены переменных $\dot{E}_0 = -jx_0 \dot{I}_0$ и $\dot{I}_0 = \dot{I}_s + \dot{I}_r$ получим

$$0 = -R_2 \dot{I}_r - jx_r \dot{I}_r - jx_0 \dot{I}_r \sqrt{s} - jx_0 \dot{I}_s \sqrt{s}. \quad (14)$$

Аналогичное выражение для асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором:

$$0 = -R_2 \dot{I}_r - jx_r \dot{I}_r s - jx_0 \dot{I}_r s - jx_0 \dot{I}_s s. \quad (15)$$

Учитывая, что $\dot{I}_{s\beta} = j\dot{I}_{s\alpha}$, $\dot{I}_{r\beta} = j\dot{I}_{r\alpha}$, $s = 1 - \nu$ и пропуская промежуточные преобразования для обмоток статора и ротора, расположенных на одной оси, получим для оси α

$$0 = -R_2 \dot{I}_{r\alpha} - jx_r \dot{I}_{r\alpha} - x_0 \dot{I}_{r\beta} \sqrt{1-\nu} - x_0 \dot{I}_{s\beta} \sqrt{1-\nu}. \quad (16)$$

Для выделения в (16) ЭДС вращения, умножим и разделим обе части уравнения на $\sqrt{1-\nu}$:

$$0 = R_2 \dot{I}_{r\alpha} \sqrt{1-\nu} + j(x_r \sqrt{1-\nu} + x_0) \dot{I}_{r\alpha} + jx_0 \dot{I}_{s\alpha} - x_0 \dot{I}_{r\beta} \nu - x_0 \dot{I}_{s\beta} \nu. \quad (17)$$

Аналогично для оси β

$$0 = R_2 \dot{I}_{r\beta} \sqrt{1-\nu} + j(x_r \sqrt{1-\nu} + x_0) \dot{I}_{r\beta} + jx_0 \dot{I}_{s\beta} + x_0 \dot{I}_{r\alpha} \nu + x_0 \dot{I}_{s\alpha} \nu. \quad (18)$$

С учетом выражений для осей α и β статора в (5), а также $x_0 = x_m$, получим математическую модель асинхронной машины с массивным ротором

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{s\alpha} \\ 0 \\ 0 \\ \dot{U}_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + jx_1 & jx_m & 0 & 0 \\ jx_m & (r_2 + jx_r)\sqrt{1-\nu} + x_m & -\nu x_m & -\nu x_m \\ vx_m & vx_m & (r_2 + jx_r)\sqrt{1-\nu} + x_m & jx_m \\ 0 & 0 & jx_m & r_1 + jx_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{I}_{s\alpha} \\ \dot{I}_{r\alpha} \\ \dot{I}_{r\beta} \\ \dot{I}_{s\beta} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Математическая модель (19) для динамического режима в дифференциальной форме будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} U_{s\alpha} \\ 0 \\ 0 \\ U_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 + \frac{d}{dt}L_{s\alpha} & \frac{d}{dt}M & 0 & 0 \\ \frac{d}{dt}M & \left(r_2 + \frac{d}{dt}L_{r\alpha}\right)\sqrt{1-\nu} + M & -M\nu & -M\nu \\ M\nu & M\nu & \left(r_2 + \frac{d}{dt}L_{r\beta}\right)\sqrt{1-\nu} + M & \frac{d}{dt}M \\ 0 & 0 & \frac{d}{dt}M & r_1 + \frac{d}{dt}L_{s\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (20)$$

В заключение надо отметить, что уравнения статических режимов это частный случай системы уравнений динамики. При решении новых задач электромеханики следует начинать с дифференциальных уравнений, а затем, получив из них уравнения установившегося режима, предлагать схемы замещения и векторные диаграммы.

В случае с асинхронной машиной с массивным ротором, ввиду отсутствия математической модели, построенной на основании теории обобщенного ЭП, в настоящей работе был рассмотрен алгоритм обратного преобразования путем решения от частного к общему. Так как процессы, протекающие в асинхронном двигателе с короткозамкнутым ротором и асинхронном двигателе с массивным ротором сходны между собой, то анализ решенной задачи и полученных результатов позволяет сделать вывод о справедливости и корректности приведенных выше преобразований.

Выходы

1) Рассмотрен метод получения уравнений обобщенной математической модели асинхронной машины с массивным ротором путем преобразований от частного к общему – от комплексных уравнений установившегося режима, до системы уравнений режима динамического.

2) Полученные уравнения обобщенной модели асинхронной машины с массивным ротором могут быть применены для описания процессов преобразования энергии в двухфазной системе координат.

3) Анализ уравнений напряжений обобщенной модели идеализированного электромеханического преобразователя, асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором и асинхронного двигателя с массивным ротором позволяет выделить характерные признаки, которые приводят к изменению уравнений при переходе от обобщенной машины к ее конкретной реализации. Выделенные признаки могут быть использованы в анализе мутаций электрических машин в соответствие с положениями теории эволюции электромеханических систем [5], а также в объектно-ориентированном проектировании электромеханических преобразователей [6 - 7].

Библиографический список

1. Пат. № 50242 Україна, МКІ 7F26B 17/18. Шнековий сушильний апарат / Заблодський М.М., Захарченко П.І., Шинкаренко В.Ф., Плюгін В.Є. та іни.; заявник і патентовласник Донбас.держ.техн.унт.-№2001128244; заявл. 03.12.2001; опубл. 17.01.2005, Бюл. №1.– 3 с.: іл..
2. Пат. № 75771 Україна, МПК H05B 6/10. Пристрій для видавлення парафіну зі стінок нафтогазових свердловин / Заблодський М.М., Дорофеєв В.М., Захарченко П.І., Шинкаренко В.Ф., Плюгін В.Є. та іни.; заявник і патентовласник Донбас.держ.техн.ун-т. - №2001128246; заявл. 03.12.2001; опубл. 15.10.2004, Бюл. № 10.– 3 с.: іл..
3. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учеб. [для студ. высш. учебн. завед.] / Копылов И.П. – М.: Высш. шк., 2001. – 327 с.
4. Куцевалов В.М. Вопросы теории и расчета асинхронных машин с массивными роторами / Куцевалов В.М.– М.-Л.: Энергия, 1966. – 304с.
5. Шинкаренко В.Ф. Основи теорії еволюції електромеханічних систем: [монографія] / Шинкаренко В.Ф. – К.: Наукова думка, 2002. – 288с.
6. Объектно-ориентированное проектирование электротепломеханических преобразователей / Заблодский Н.Н., Шинкаренко В.Ф., Плюгин В.Е., Гринь Г.М. // Техн. Електродинаміка. – 2008. – С. 106 - 112.
7. Object oriented designing of electro-thermo-mechanical converters with optimum thermodynamic structure / N.N. Zablodsky, V.E. Plyugin [etc.]// A DunajvarosiFoiskolaKozlemeyei. - 2007. – Р. 193 – 200.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Заблодским Н.Н.