

*д.т.н. Заблодский Н.Н.,
к.т.н. Цодик И.А.,
Андрощук А.Д.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Приведена методика математического моделирования тепловых процессов сложных технологических устройств на примере нагревательной плиты вулканизационного пресса, предложен алгоритм решения мультифизических задач с использованием двух и трех-мерных моделей нагревательных плит, разработаны рекомендации для построения физической модели.

Ключевые слова: *тепловые процессы, методика моделирования, нагревательные плиты, равномерность температурного поля.*

Наведено методику математичного моделювання теплових процесів складних технологічних пристроїв на прикладі нагрівальної плити вулканізаційного преса, запропоновано алгоритм рішення мультифізичних завдань з використанням двох і трьох-мірних моделей нагрівальних плит, розроблені рекомендації для побудови фізичної моделі.

Ключові слова: *теплові процеси, методика моделювання, нагрівальні плити, рівномірність температурного поля.*

При решении проблем рационального использования энергии значительное место занимает оптимизация ее затрат на низкотемпературные процессы, на которые расходуется более половины всей потребляемой энергии [1]. Из существующих методов нагрева электронагрев является самым эффективным, а в некоторых случаях и единственно возможным методом.

При нагреве плоских поверхностей различных технологических устройств одним из самых рациональных видов нагрева является поверхностный электронагрев.

Поверхностный электронагрев объектов осуществляется для достижения одной из двух или обеих вместе целей: повышения теплосодержания объекта или проходящей через него среды и компенсации тепловых потерь в окружающую среду.

При расчете поверхностного электронагревателя обычно ставятся две взаимосвязанные задачи: определить мощность, которая должна выделяться нагревательным элементом для достижения поставленных технологических целей, и обеспечить требуемую равномерность распределения температур и тепловых потоков по поверхности объекта, необходимую для его нормального функционирования при минимальных тепловых потерях. Обе эти задачи требуют сложных и трудоемких вычислений.

Очевидно, что при поверхностном электронагреве желательно, чтобы нагревательный элемент занимал всю поверхность объекта нагрева и температура по всей этой поверхности была одинаковой (или заданной). На самом деле такое положение имеет место только в сравнительно редких случаях, при этом определение неравномерности температурного поля должно быть результатом решения задачи распределения температур в каждой конкретной системе электронагрева технологического оборудования. Решение такого ряда задач аналитическими методами весьма затруднительно, а изготовление и исследование физических моделей сопряжено со значительными материальными затратами. В этой связи оптимальным является метод математического моделирования.

Моделирование тепловых процессов сложных технологических устройств рассмотрим на примере нагревательных плит косоугольной формы вулканизационного пресса для стыковки и ремонта конвейерных лент. Косоугольная плита с острым углом равным $72^{\circ}30'$ выбрана как наиболее проблемная, с точки зрения обеспечения требуемой равномерности температурного поля, форма. Из работ [2,3] известно, что качество вулканизации в значительной степени зависит от равномерности температурного поля по всей площади стыка конвейерной ленты, при этом неравномерность температурного поля не должна превышать $T \pm 5^{\circ}\text{C}$.

Тепловая математическая модель вулканизационного пресса должна решить следующие задачи:

1. Рассчитать оптимальную мощность нагревательных элементов. Критерий оптимальности - равномерность температурного поля, минимальное время нагрева до температуры вулканизации, минимальный расход электроэнергии или минимальная удельная мощность.
2. Определить наиболее рациональную схему размещения нагревательных элементов по поверхности плиты и их удельную мощность.
3. Установить место расположения датчика температуры.

Для построения тепловой математической модели выбран один из самых современных программных продуктов COMSOL Multiphysics.

COMSOL Multiphysics - это мощная интерактивная среда для моделирования и расчетов научных и инженерных задач основанных на дифференциальных уравнениях в частных производных (PDE) методом конечных элементов. С этим программным пакетом можно расширять стандартные модели, использующие одно дифференциальное уравнение (прикладной режим) в мультифизические модели для расчета связанных между собой физических явлений. Расчет не требует глубокого знания математической физики и метода конечных элементов. Достаточно подробно порядок моделирования описан в [4].

COMSOL Multiphysics позволяет создавать мультифизические модели, в которых рассчитывается поле температур и одновременно по результатам расчета определяются конвективные потоки. В этих моделях используют два прикладных режима: General Heat Transfer и Non-Isothermal Flow, которые одновременно решают уравнения теплового баланса и Навье - Стокса.

Режим неизотермического потока (*The Non-Isothermal Flow*), моделируется с помощью уравнений Навье-Стокса, описывающих связь скорости жидкости, u , и давления, p , как:

$$\begin{aligned} \rho(u \cdot \nabla)u &= \nabla \cdot [-pI + \eta(\nabla u + (\nabla u)^T) - (2\eta/3 - k)(\nabla \cdot u)I] + (\rho - \rho_0) \cdot g; \\ \nabla \cdot (\rho u) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Из-за нагрева жидкости или газа, происходят отклонения локальной плотности, ρ , по сравнению с плотностью на входе, ρ_0 . В результате возникает местная выталкивающая сила выраженная как $(\rho - \rho_0)g$. Модель так же рассматривает вязкость η , как зависящую от температуры.

Режим теплопереноса основан на уравнении баланса энергии учитывающего скорость теплоносителя.

$$\nabla \cdot (-k \nabla T) = Q - \rho C_p T u \cdot \nabla T, \quad (2)$$

где k - теплопроводность; C_p - удельная теплоемкость и Q - тепловая мощность в единице объема.

Модель рассматривает свойства воздуха как зависящие от температуры согласно следующим уравнениям:

$$\rho = (p_0 M_w) / (RT), \quad (3)$$

где $p_0 = 101.3$ кПа, $M_w = 0.0288$ кг/моль, и $R = 8.314$ Дж/моль*К.
Затем, $C_p = 1100$

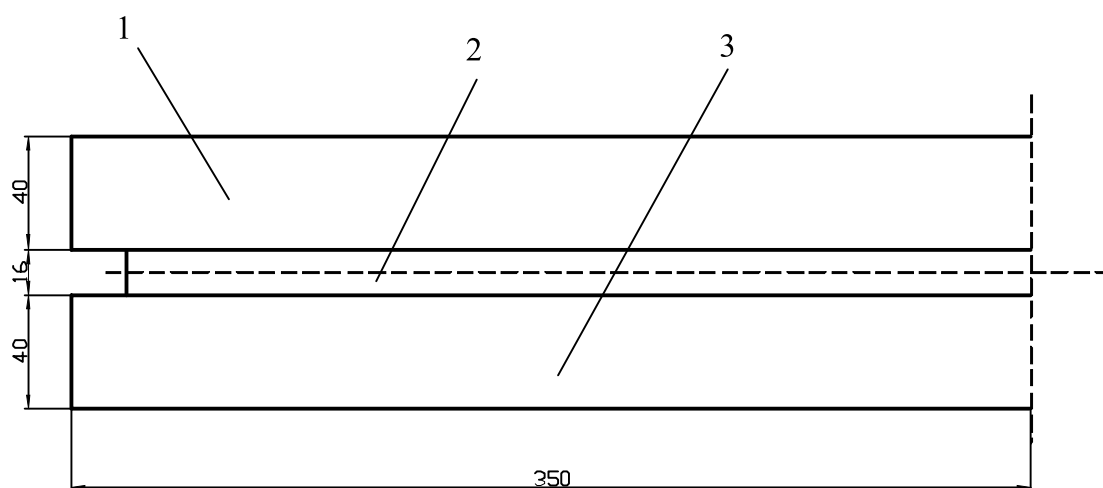
$$\log k = (-3,723 + 0,865 \log(T)), \quad (4)$$

$$\eta = 6.0 \times 10^{-6} + 4.0 \times 10^{-8} T. \quad (5)$$

Таким образом, можно смоделировать и исследовать любое технологическое устройство. Однако при построении модели (особенно трехмерной 3D) возникает ряд проблем, преодолеть которые не просто. Во-первых: компьютер должен иметь достаточно большой объем оперативной памяти, во-вторых: мультифизические задачи зачастую становятся неустойчивыми. Исходя из выше изложенного, моделирование проводилось в следующей последовательности:

1. По максимально упрощенной модели, решив мультифизическую задачу, определяем средние коэффициенты теплоотдачи.
2. Определяем распределение температуры и тепловой поток на различных участках в двухмерной модели
3. Синтезируем упрощенную трехмерную модель, параметры которой определяются по результатам испытаний двухмерной модели.

Для моделирования конвективного теплообмена максимально упростим модель, приняв, что энергия в плите выделяется равномерно. На рисунке 1 показана геометрическая модель для этого случая. В результате моделирования процессов теплоотдачи получено распределение температуры окружающего воздуха и определены средние коэффициенты теплоотдачи поверхностей пресса, приведенные в таблице 1. Используя полученные коэффициенты, синтезируем двухмерную модель, которая учитывает структуру плиты. Эта модель позволяет исследовать динамические режимы и получить распределение температуры по продольной оси ленты.



1 – плита верхняя; 2 – конвейерная лента; 3 – плита нижняя.

Рисунок 1 – Геометрические параметры модели

Таблица 1 – Средние коэффициенты теплоотдачи поверхностей пресса

Наименование	Обозначение	Величина, Вт/м ² *К
Наружная поверхность верхней плиты	h_1	5,66
Торцевая поверхность верхней плиты	h_2	13,0
Выступающая часть рабочей поверхности верхней плиты	h_3	2,65
Торцевая поверхность ленты	h_4	0,564
Выступающая часть рабочей поверхности нижней плиты	h_5	12,3
Торцевая поверхность нижней плиты	h_6	14,4
Наружная поверхность нижней плиты	h_7	6,55

При синтезе трехмерной модели приняты следующие допущения:

а) нагрев верхней и нижней плиты одинаковый, поэтому середину ленты можно считать плоскостью симметрии;

б) нагревательные элементы имеют КПД = 100%;

в) теплоотдача от внешней поверхности рабочей плиты проходит через участки не занятые нагревательными элементами, коэффициент теплоотдачи с этих поверхностей определяется по результатам эксперимента на двухмерной модели;

г) теплоотдача с торцевой поверхности осуществляется только через торцевую поверхность рабочей плиты, коэффициент теплоотдачи, при этом, определяется по результатам эксперимента на двухмерной модели.

С учетом указанных допущений модель принимает вид, который показан на рисунке 2.

Коэффициенты теплоотдачи с наружных поверхностей рабочей плиты необходимо скорректировать так, чтобы тепловой поток при переходе от двумерной модели к трехмерной не изменился.

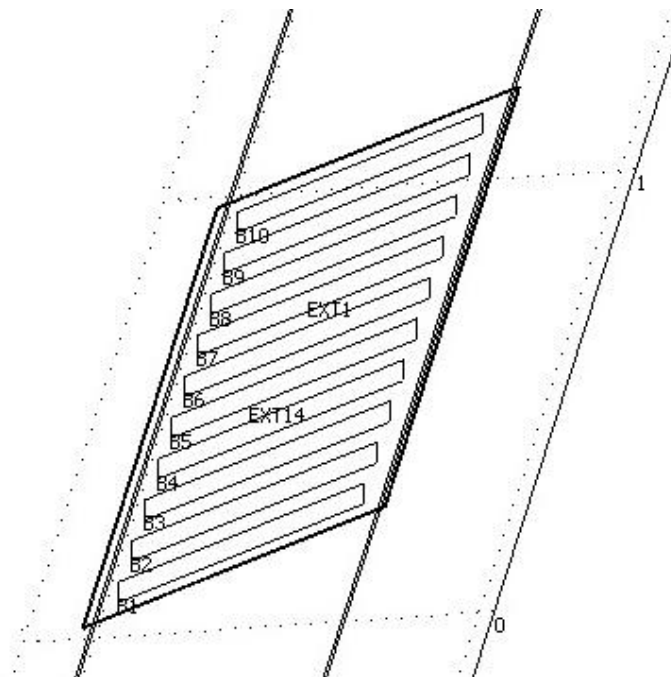
Для выполнения этого условия скорректируем коэффициент теплоотдачи с учетом изменения площади теплоотдачи и перегрева поверхности.

$$h_3 = h_2 \cdot \frac{T_{3D} - T_0}{T_{2D} - T_0} \cdot \frac{S_{2D}}{S_{3D}}, \quad (6)$$

где h_2, h_3 - коэффициент теплоотдачи в моделях 2D и 3D соответственно;

$T_{2D} - T_0$, $T_{3D} - T_0$ – средние температуры перегрева поверхностей в моделях 2D и 3D соответственно;

S_{2D} , S_{3D} – площади поверхностей в моделях 2D и 3D соответственно.



1 – конвейерная лента; 2 – плита, 3 – нагревательный элемент.

Рисунок 2 – Схема трехмерной модели

Например, тепловой поток с не рабочей поверхности в двумерной модели проходит по ребрам, а затем через наружную плиту в окружающую среду. В трехмерной модели принято, что тепловой поток с не рабочей поверхности рабочей плиты сразу уходит в окружающую среду. Вполне понятно, что перегрев во втором случае будет больше. Так по результатам моделирования в модели 2D средняя температура наружной поверхности внешней плиты составила $102,5^{\circ}\text{C}$, а не рабочей поверхности рабочей плиты $152,2^{\circ}\text{C}$. Поэтому $T_{2D} - T_0 = 102,5^{\circ}\text{C}$, а $T_{3D} - T_0 = 152,2^{\circ}\text{C}$. Тепловой поток с не рабочей поверхности уходит в окружающую среду через поверхность не занятую нагревательными элементами и она значительно меньше чем полная площадь всей плиты. Аналогичным образом поступаем с коэффициентами теплоотдачи с остальных поверхностей.

Такой подход позволил получить работоспособную модель, эксперименты с которой можно проводить на ЭВМ средней мощности.

Было рассчитано температурное поле на рабочей поверхности вулканизационного прессы с равномерным расположением нагревательных элементов одинаковой мощности. На рисунке 3 приведен эскиз такой плиты.

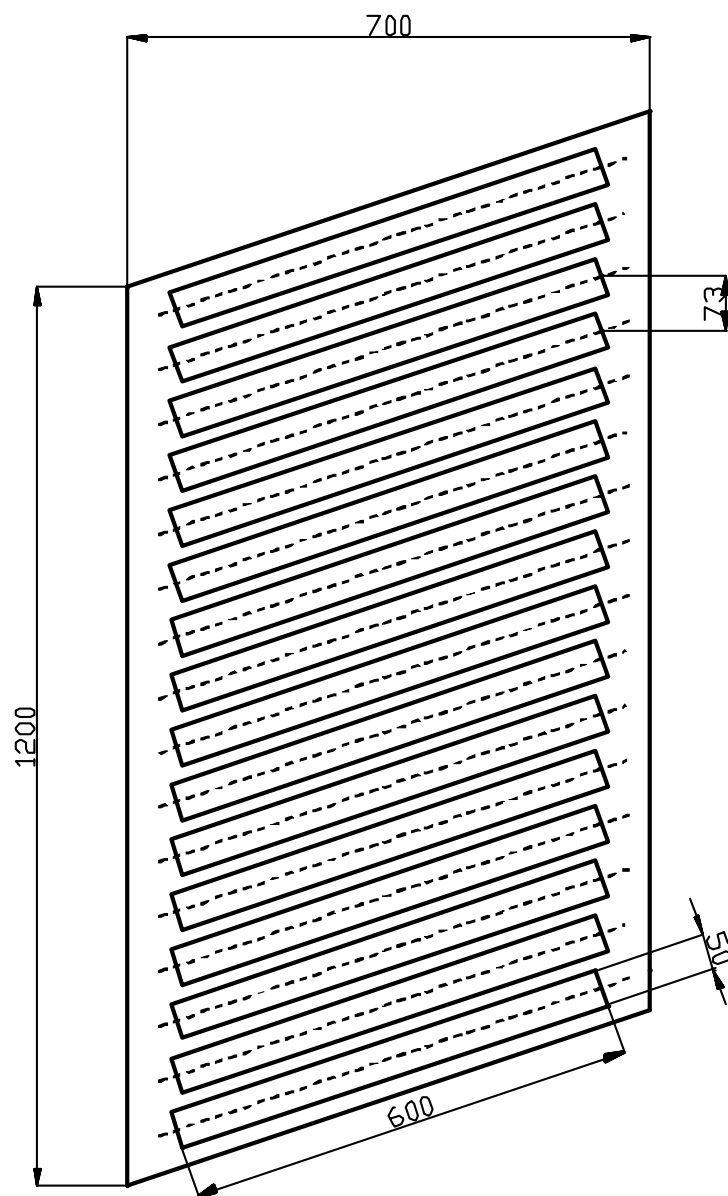
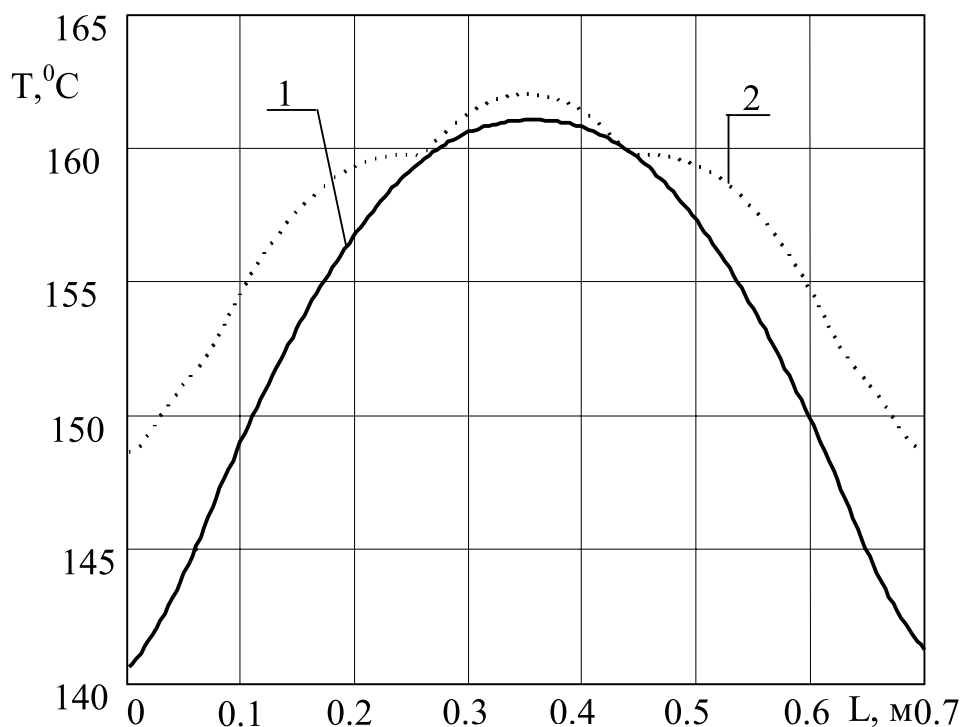


Рисунок 3 – Эскиз нагревательной плиты с равномерным расположением нагревательных элементов одинаковой мощности

Для оценки адекватности и точности трехмерной модели необходимо сравнить кривые распределения температуры в среднем сечении плиты, полученные с помощью двухмерной и трехмерной моделей (рисунок 4), при условии, что тепловая нагрузка на плиту одинаковая. Более высокая температура у двухмерной модели объясняется тем, что она не учитывает теплоотдачу в продольном направлении. Разность температур между краем и серединой ленты у ленты с прямоугольным стыком и в двухмерной модели практически совпадают.



1 – кривая распределения температуры для 3D модели
 2 – кривая распределения температуры для 2D модели

Рисунок 4 – Распределение температуры по поперечной оси на рабочей поверхности нагревательной плиты 1 – 3D модель прессы для лент с косым стыком; 2 – 2D модель

Анализ полученных результатов показывает, что неравномерность температурного поля по поперечной оси составляет $151 \pm 10^{\circ}\text{C}$, а по всей площади нагревательной плиты – $136 \pm 25^{\circ}\text{C}$, что не соответствует требованиям, изложенным в [2].

Для повышения равномерности температурного поля до требуемого значения необходимо неравномерное размещение нагревательных элементов различной мощности. На рисунке 5 приведен эскиз одного из вариантов нагревательной плиты с комбинированным (продольно – поперечным) расположением нагревательных элементов различной мощности, благодаря которому удалось повысить равномерность температурного поля до требуемого значения $151 \pm 5^{\circ}\text{C}$. Распределение температуры по поперечной оси нагревательной плиты при равномерном (поперечном) расположении нагревательных элементов одинаковой мощности – кривая 1 и (продольно-поперечным) расположении нагревательных элементов различной мощности – кривая 2 представлены на рисунке 6.

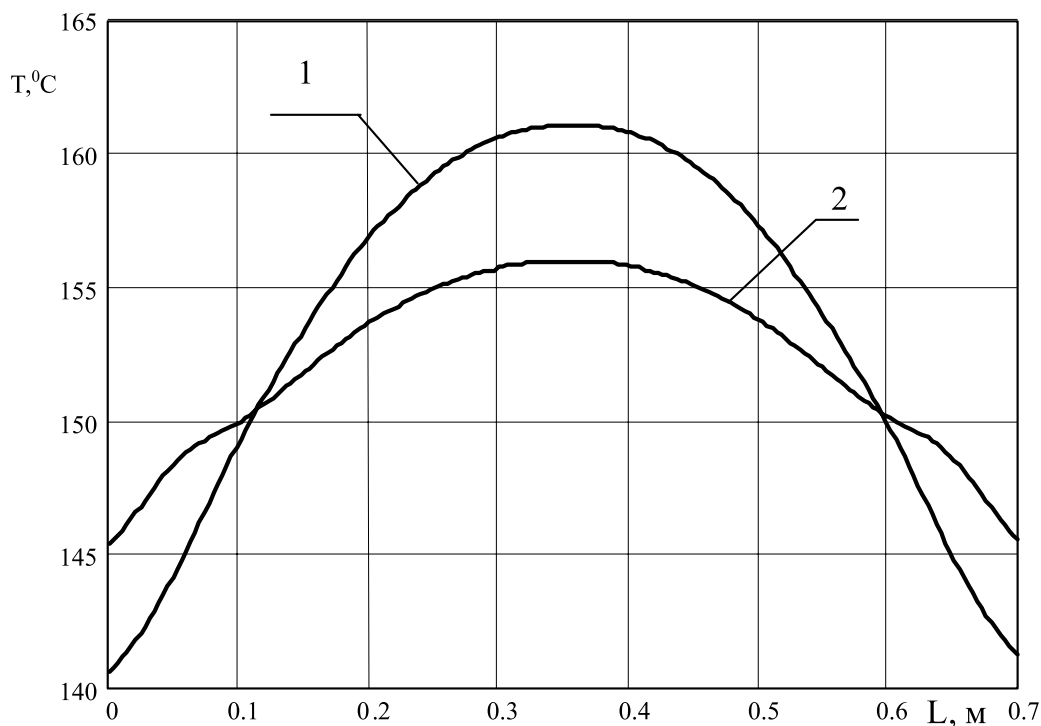


Рисунок 6 – Распределение температуры по поперечной оси нагревательной плиты при равномерном (кривая 1) и неравномерном (кривая 2) расположении нагревательных элементов

Используя математическую модель нагревательной плиты косоугольной формы при неравномерном расположении нагревательных элементов различной мощности, были разработаны рекомендации для построения физической модели, на основании которых был изготовлен опытный образец плиты вулканизационного прессы серии ВКЛ, представленный на рисунке 7.

Как показали исследования, неравномерность температурного поля всей поверхности плиты составила $146 \pm 7,5^\circ\text{C}$, а рабочей зоны плиты (без учета консольных частей плиты, не участвующих в нагреве стыка конвейерной ленты) – $148 \pm 4^\circ\text{C}$, что полностью соответствует требованиям нормативных документов. При этом удельная мощность плиты составила $5,7 \text{ кВт/м}^2$.

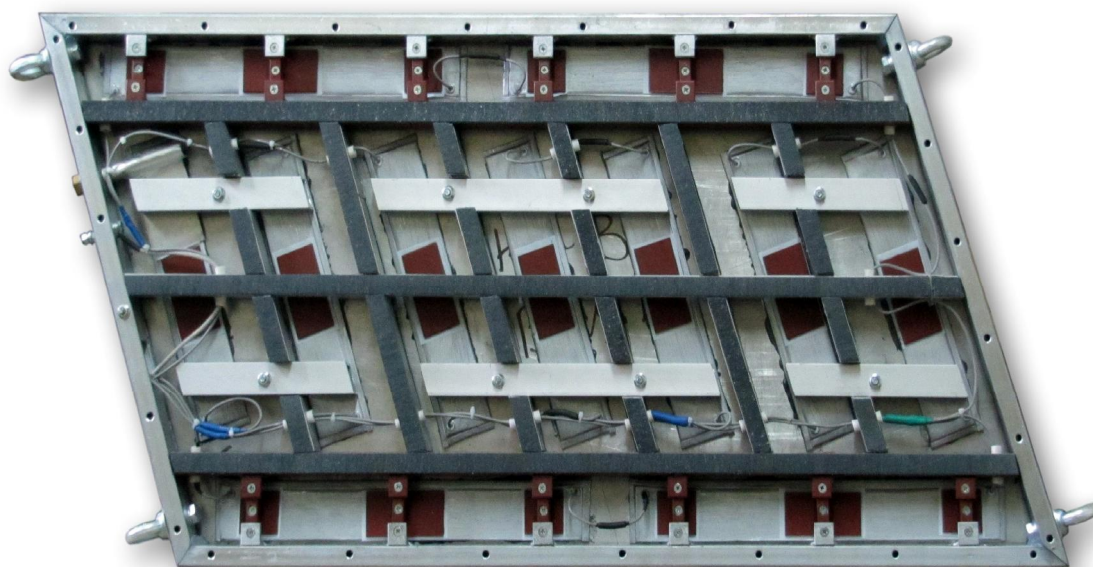


Рисунок 7 – Общий вид плиты вулканизационного пресса серии ВКЛ с продольно-поперечным расположением нагревательных элементов

Полученные результаты показывают, что трехмерная модель, синтезированная по описанному алгоритму, несмотря на принятые упрощения, обеспечивает удовлетворительную точность и может быть использована при проектировании вулканизационных прессов различных типоразмеров. Аналогичный подход применим для тепловых расчетов технологического оборудования любой формы и размеров.

Библиографический список

1. Гриффен Л.А. *Текстильные электронагреватели* / Гриффен Л.А. - К.: Экономика и право, 2001. – 200 с.
2. Высочин Е.М. *Стыковка и ремонт конвейерных лент на предприятиях черной металлургии* / Е.М. Высочин, Е.Х. Завгородний, В.И. Заренков. – М.: Металлургия, 1989. – 192с.
3. Шакула Н.М. *Вулканизатор-пресс ВПИ-1 для стыковки и ремонта конвейерных лент в шахтах* / Н.М. Шакула, С.М. Фурцев, А.Д. Андрощук // *Уголь Украины*. – 1992.- №7. – С.34-37.
4. Егоров В.И. *Приложение ЭВМ для решения задач теплопроводности: [учебное пособие]* / В.И. Егоров. – СПб: СПб ГУИТМО, 2006. – 77с.