

*Канд .техн. наук, доцент Заблодский Н.Н.,
канд. техн. наук, доцент Плюгин В.Е.,
студент Лупанов А.,
студент Квасов В.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В СИСТЕМЕ «ЛЕГКОПЛАВКАЯ СРЕДА» – ЭЛЕКТРОТЕПЛОМЕХАНИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

Розглянуто формування математичної моделі і алгоритму розрахунку розподілу теплового поля в резервуарі з легкоплавким матеріалом при використанні електротепломеханічного перетворювача (ЕТМП) як нагрівального і перемішуючого пристрою.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Расчет процессов теплопроводности является одним из важных разделов современных инженерных исследований в машиностроительной, энергетической, атомной промышленности, в технологических процессах химической, строительной, текстильной, пищевой и других отраслях современного производства. Инженерные исследования кинетики целого ряда физических и химико-технологических процессов аналогичны задачам стационарной и нестационарной теплопроводности. Это процессы сорбции влаги, сушки, плавления, диффузии, вязкого течения и т.п. Перечисленным процессам уделяется исключительное внимание, затрагивающие теорию теплопроводности как в физической теплотехнике, так и в уравнениях математической физики, связанных с созданием аналитических, численных и численно-аналитических методов решения краевых задач теплопроводности.

Электротепломеханический преобразователь (ЭТМП) по целевому назначению предназначен для тепловой обработки вязкого легкоплавкого материала, его перемешивания и откачки полученного расплава из резервуара [1, 2]. Эти режимы не всегда проходят одновременно. Так, в режиме короткого замыкания ЭТМП, реализуется только функция нагрева. При вращении ротора происходит перемешивание расплава, сопровождающееся интенсивной отдачей тепла в окружающую среду. Математические модели распределения теплового поля в системе «легкоплавкий материал – ЭТМП» должны учитывать указанные выше режимы и их комбинации. В общем виде описание внешней среды

ЭТМП состоит из математических моделей, учитывающих следующие режимы работы:

- а) при неподвижном ЭТМП в режиме короткого замыкания;
- б) при вращении ЭТМП (с учетом увеличения коэффициента теплоотдачи);
- в) при перемещении ЭТМП в резервуаре с расплавом (учет изменения картины распределения теплового поля).

Окружающая среда определяет тепловую и механическую нагрузку устройства, потому рассмотрение тепловых процессов в обрабатываемом материале является необходимым условием получения исходной потребляемой мощности ЭТМП как асинхронного двигателя с массивным ротором. Потери мощности во внешней среде складываются из мощностей, затрачиваемых на нагревание и перемешивание (откачку) расплава:

$$\sum P_{н.с.} = P_{т} + P_{г}.$$

Анализ исследований и публикаций.

Анализ отечественных и зарубежных исследований и разработок показывает, что вопросы расчета распределения теплового поля и решение соответствующих двумерных задач в среде, меняющей свое фазовое состояние при внесении тела с более высокой температурой, достаточно широко освещены. Эти работы служат отправной точкой для исследования трехмерных тепловых полей в конкретной задаче использования ЭТМП для нагрева и плавления легкоплавкого вещества [2 - 4].

Постановка задачи.

Получить трехмерную картину распределения теплового поля в системе «легкоплавкий материал - ЭТМП» и рассчитать величину тепловой мощности, затрачиваемой на нагревание и плавление исследуемого легкоплавкого материала (парафина).

Изложение материала и его результаты.

Запишем начальные условия для системы ЭТМП – среда:

- 1) температура всей вязкой массы, а также той ее области, которая контактирует с поверхностью ЭТМП, равна температуре окружающего воздуха и принимается 25 °С;
- 2) температура внешней поверхности ЭТМП одинакова во всех точках и поддерживается постоянной и равной 110 °С;
- 3) пренебрегается время выхода внешней поверхности ЭТМП до установившейся температуры и в начальный момент времени принимается равной 110 °С;
- 4) в начальный момент времени ЭТМП погружен в среду и находится с ней в тесном контакте.

Рассматриваемый случай с ЭТП [3] относится к типу задач, когда тело вносится в среду с более низкой температурой. Между средой и телом сразу возникает процесс нестационарного теплообмена, и среда начинает подогреваться. Если решить задачу нестационарной теплопроводности - найти зависимость изменения температуры тела от количества переданного тепла во времени для любой точки тела, то получим математическое описание системы ЭТП – среда и значение суммарной тепловой мощности P_t . Такое решение можно получить путем решения дифференциального уравнения теплопроводности:

$$\frac{dt}{d\tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (1)$$

Для расчета нестационарной теплопроводности с учетом зависимости коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости от температуры используется метод элементарных балансов.

Для получения расчетной формулы составим приблизительные формулы численного решения дифференциального уравнения теплопроводности, используя метод конечных разностей Шмидта, который преобразован к трехмерной системе координат. Этот метод основан на допущении возможности замещения непрерывного процесса скачкообразным как в пространстве, так и во времени. При этом дифференциальное уравнение теплопроводности (1) заменяется уравнением в конечных разностях, которое для трехмерного поля имеет вид:

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = a(t) \left(\frac{\Delta^2 t}{\Delta x^2} + \frac{\Delta^2 t}{\Delta y^2} + \frac{\Delta^2 t}{\Delta z^2} \right) \quad (2)$$

Слабым местом этого метода является принятие физических свойств тела постоянными. Соединяя преимущества метода элементарных балансов и метода конечных разностей Шмидта, получим от первого - схему разбиения среды на элементарные объемы и зависимость ее физических параметров от температуры, а от второго – простоту численных расчетов уравнения теплопроводности. Если знать распределение температур в среде для текущего интервала времени, можно найти распределение температур для следующего интервала времени $\tau + \Delta\tau$ и т.д. [3].

В том случае, если температура материала достигает температуры фазового перехода – плавления (кристаллизации), эта температура остается постоянной и равной температуре плавления (кристаллизации). Для определения мощности, затрачиваемой на плавление конечного объема материала, необходимо рассчитать время плавления этого объема при заданном тепловом потоке и начальных условиях [4].

Выражение для определения времени плавления слоя материала заданной толщины [4]:

$$\tau = \int_{r_0}^{y(\tau)} \left[\frac{\rho Q \left(1 - \frac{c}{Qy} \int_{r_0}^y r \frac{\partial T}{\partial y} dr \right)}{\alpha (T_c - T_L) + r_0 q_s / y} \right] dy. \quad (3)$$

С помощью уравнения (3) можно рассчитать значение времени, за которое граница раздела фаз дойдет до положения $\tau = y(\tau)$ (т.е. толщина расплава будет равна $y(\tau) - r_0$).

С целью снижения времени разогрева и плавления всего объема материала, включая отдаленные области, последние должны получать приблизительно тот же тепловой поток, что и области у непосредственной близости с нагревателем. Это возможно только в том случае, если ЭТМП вводить в материал, передвигая его в резервуаре по заданной траектории. Для кубической системы среда-нагреватель это будут перемещения вправо, влево; вперед, назад; вверх, вниз. Рассмотрим реализацию предложенного алгоритма расчета распределения теплового поля в системе «ЭТМП – легкоплавкий материал» и получения выделяемой тепловой мощности.

Для расчета теплового поля была написана программа с Windows-интерфейсом на объектно-ориентированном языке программирования C++ с использованием Visual Studio.Net. Расчет начинается с задания начальных условий и инициализации расчетной области. Предварительный этап расчета представлен ниже в виде модулей 1 – 3.

Модуль 1. Расчет итерационным методом интегрированного дифференциального уравнения (3) для получения времени плавления τ для толщины материала, равной ширине лопатки ЭТМП с внутренним радиусом r_0 , равным внешнему радиусу массивного ротора.

Модуль 2. Инициализация расчетной области ЭТМП.

Модуль 3. Задание начальных условий.

Последовательным вызовом программных модулей 1 – 3 заканчивается задание начальных условий и инициализация расчетных областей резервуара, среды и ЭТМП. Последующие блоки вызываются в цикле изменения времени работы ЭТМП. Это время задается пользователем в главном окне программы.

Модуль 4. Сканирование состояния расчетных точек. Этот модуль необходим для присвоения/получения сведений о состоянии всех точек расчетной области. Выделено пять состояний: НАГРЕВ;

ПЛАВЛЕНИЕ; КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ; ПЕРЕГРЕВ (*нагрев после окончания фазы плавления*); ЭТМП (*область, занимаемая ЭТМП*).

Сведения о состоянии точек расчетной области необходимы для реализации алгоритма работы с веществом, изменяющим свое фазовое состояние, а также для графического отображения распределения картины теплового поля по результатам расчета.

При работе ЭТМП в легкоплавкой среде возможны следующие ситуации:

1) Температура расчетной точки (далее - точки) может увеличиться от начальной до температуры плавления. Точка переводится из состояния НАГРЕВ в состояние ПЛАВЛЕНИЕ. При этом меняются теплофизические параметры вещества (плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности), и расчет количества теплоты производится с новыми теплофизическими параметрами.

2) Если точка была в состоянии ПЛАВЛЕНИЕ, время плавления истекло, а окружающие точки среды имеют более высокую температуру, то точка переводится в состояние ПЕРЕГРЕВ. При этом меняются теплофизические параметры вещества (плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности), и расчет количества теплоты производится по обычным выражениям для нагрева, но уже с новыми теплофизическими параметрами.

3) Если точка была в состоянии ПЕРЕГРЕВ, но ее температура снизилась до температуры кристаллизации (такое состояние возможно, когда ЭТМП покинул разогреваемую область в резервуаре), то точка переводится в режим КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ. При этом температура точки задается равной температуре кристаллизации в течение времени кристаллизации (до обнуления счетчика кристаллизации).

4) Если точка была в состоянии КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ, время кристаллизации истекло, а окружающие точки среды имеют более низкую температуру, то точка переводится в состояние НАГРЕВ (подразумевается охлаждение). Режим для охлаждения не был выделен, т.к. для расчета температур важно лишь состояние расчетной точки и этих состояний, влияющих на расчет, всего три: нагрев/охлаждение при температурах ниже температуры плавления; плавление/кристаллизация; нагрев/охлаждение при температурах выше температуры плавления. Приведенные состояния влияют на теплофизические характеристики вещества и расчет количества теплоты. Для точек, имеющих температуру ниже или выше температуры плавления, это будут выражения, зависящие от разности температур близлежащих точек, и они будут положительными для нагрева и отрицательными для охлаждения. Для точек, находящихся в состоянии плавления – температура не меняется, и расчет количества теплоты производится по соответствующим выражениям для

плавления. При этом меняются теплофизические параметры вещества (плотность, удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности), и расчет количества теплоты производится по обычным выражениям для нагрева, но уже с новыми теплофизическими параметрами.

5) Если точка была в состоянии КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ, время кристаллизации не истекло, а окружающие точки среды имеют более высокую температуру, то точка переводится в состояние ПЛАВЛЕНИЕ, и счетчик времени кристаллизации не уменьшается, а наоборот, увеличивается. Температура точки задается равной температуре плавления. Такой режим возможен, если ЭТМП подошел к области, находящейся в состоянии кристаллизации и начал ее подогревать. Если счетчик плавления достигнет максимального значения, а окружающие точки имеют более высокую температуру, то расчетная точка переводится в состояние ПЕРЕГРЕВ. При этом расчет количества теплоты производится по обычным выражениям для нагрева, но уже с новыми теплофизическими параметрами.

6) Если точка была в состоянии ПЛАВЛЕНИЕ, время плавления не истекло, а окружающие точки среды имеют более низкую температуру, то точка переводится в состояние КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ. Счетчик времени плавления теперь не уменьшается, а увеличивается. Если счетчик достигнет максимального значения, то кристаллизация окончится, и точка будет подвергаться дальнейшему охлаждению. Режим охлаждения после кристаллизации уже был рассмотрен выше.

Модуль 5. Задание закона перемещения ЭТМП.

Закон перемещения ЭТМП по разворачивающейся из центра резервуара спирали реализуется следующим образом. Движение возможно, если точки в направлении движения уже прошли фазу плавления и перешли в состояние перегрева. При этом все точки области ЭТМП параллельным переносом с температурой ЭТМП смещаются в направлении движения с заданным ранее шагом. Таким образом, точки среды, которые были в состоянии ПЕРЕГРЕВ, замещаются точками с температурой ЭТМП и переводятся в состояние «ЭТМП». Точки среды, высвобожденные ЭТМП после перемещения, переводятся в состояние ПЕРЕГРЕВ, а температуры этих точек принимаются равными тем, которые находились на пути движения ЭТМП до их замещения. Такое распределение температур моделирует реальное поведение расплава при его вытеснении против движения ЭТМП.

В программе алгоритм перемещения ЭТМП задается следующей последовательностью, если смотреть на резервуар сверху: (*первый круг*) ВПРАВО – ВВЕРХ – ВЛЕВО – ВНИЗ – (*второй круг*) ВПРАВО – ВВЕРХ... и т.д. Пусть ЭТМП находится в центре резервуара и начинает движение, согласно алгоритму, вправо. Перед началом движения в спе-

циально выделенных переменных запоминается начальное положение ЭТМП, и задается длина перемещения для первого круга, равная ширине параллелепипеда, эквивалентного орбренному ротору. ЭТМП перемещается не сразу на всю заданную длину траектории ВПРАВО первого круга, а на элементарные шаги, по мере перехода точек в направлении текущего движения в состояние ПЕРЕГРЕВ. Каждый выполненный шаг вычитается из переменной, хранящей общую длину пути для первого круга. Как только эта длина становится равной нулю, происходит реализация алгоритма движения ВВЕРХ. Из длины пути, которая вновь принимает первоначальное значение, отнимаются элементарные шаги на пути перемещения и т.д. После окончания движения по первому кругу длина пути перемещения для второго круга увеличивается на величину, равную шагу разбивки координатной сетки. Таким образом, выполняется алгоритм разворачивающейся спирали.

Если ЭТМП достигает границ резервуара, то движение в направлении границы запрещается, и разрешение на движение автоматически переходит к следующему направлению в соответствии с алгоритмом.

Если будет расплавлен весь материал в плоскости (слое) движения ЭТМП, а время работы не истекло, то выдается разрешение на погружение ЭТМП в расплав на расстояние, равное его высоте или меньшему значению, если достигнуто дно резервуара. Далее повторяется разогрев материала в новом слое согласно описанному выше алгоритму.

Модуль 6. Расчет температурного поля среды во внутренней области резервуара.

В модуле расчета температурного поля внутренней области резервуара, в цикле по трем координатам вызываются две подпрограммы. Первая из них рассчитывает собственно температуру текущей точки в зависимости от температур соседних точек, реализуя метод конечных разностей. Вторая предназначена для расчета количества теплоты при нагреве или плавлении в зависимости от состояния расчетной точки.

Модуль 7. Расчет температур на границах расчетных областей.

Расчет температур в приграничных областях отличается сопоставлением температур точек близлежащих к расчетной. Рассматриваются следующие граничные области: четыре стенки и дно резервуара (текущего слоя нагреваемого материала), четыре грани стенок и дно ЭТМП.

После расчета модуля 7 программы происходят повторные расчеты модулей 4 – 7 в течение цикла, определяющегося заданным временем работы ЭТМП. По окончании расчетов. Создаются файлы данных, содержащие температуры всех точек резервуара с ЭТМП, а также файл отчета с результатами расчета. В частности, находятся суммарное количество теплоты, затраченное на нагрев и плавление материала, также затраченное на это время, и, что требовалось в постановке задачи расчета

распределения теплового поля, затраченную на процессы нагрева и плавления тепловую мощность.

На рис. 1 представлены результаты моделирования распределения теплового поля на поперечном сечении, выбранном в средней точке ротора ЭТМП.

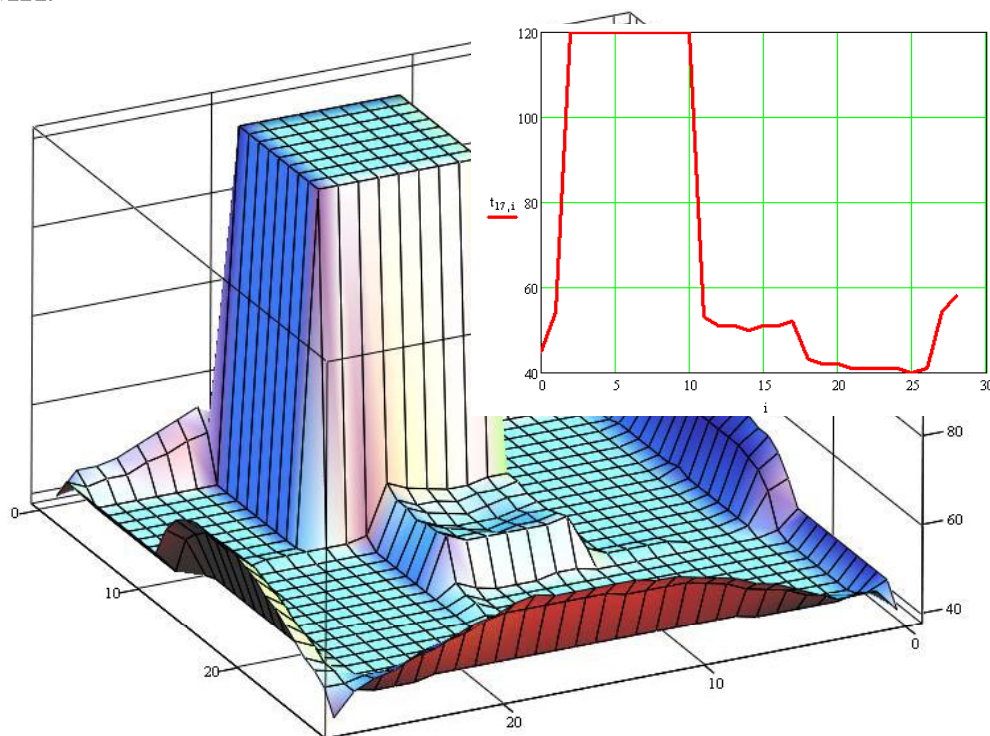


Рисунок 1 – Картина теплового поля через 6 часов.

На рис. 1 видно повышение температуры точек среды, перемещение ЭТМП, разогретые области, оставленные ЭТМП, а также повышение температуры нижней площадки среды выше 40°C - температуры плавления парафина. Полученная тепловая мощность для разогрева парафина от 25°C до, как минимум 40°C , в резервуаре размерами (ДхШхВ) $1400 \times 1400 \times 1300$ мм в течение 6 часов составила 115 кВт. Исходя из полученного значения тепловой мощности, можно подходить к выбору проектной мощности ЭТМП и гарантировать разогрев парафина в рассматриваемом резервуаре за указанное время.

Выводы и направления дальнейших исследований.

Совмещение координатной системы ЭТМП с координатной системой резервуара с легкоплавким веществом при условии применения одинаковых элементарных кубов расчетной сетки дает возможность перейти к моделированию теплового поля в среде при перемещении ЭТМП. Применение траектории перемещения ЭТМП, которая имеет вид спирали, разворачивающейся от центра резервуара, уменьшает время нагревания и плавления вещества от 2 – до 6 раз в сравнении с другими способами перемещения ЭТМП и в 12 раз при работе ЭТМП в не-

подвижном состоянии. Применение ЭТМП в качестве нагревателя легкоплавкого материала повышает скорость нагрева в 4 – 5 раз по сравнению с электрическими и индукционными устройствами, и в 2,5 – 3 раза при использовании паро-газового способа нагрева. Использование ЭТМП повышает качество обработки материала - предотвращает его обводнение и перегрев. Области расплава, оставляемые ЭТМП при перемещении, сохраняют приобретенную температуру до следующего подхода ЭТМП по траектории. При этом прогреваются соседние области на расстоянии 80 – 100 мм. Такая дополнительная термообработка за счет аккумуляции тепла расплавом приводит к уменьшению времени нагревания вещества в 3 – 4 раза. Получены необходимые данные для расчета проектной мощности и последующего электромагнитного расчета ЭТМП.

Рассмотрено формирование математической модели и алгоритма расчета распределения теплового поля в резервуаре с легкоплавким материалом при использовании электротепломеханического преобразователя (ЭТМП) в качестве нагревательного и перемешивающего устройства.

Forming of mathematical model and algorithm of calculation of distributing of the thermal field in a reservoir with fusible material with the electro-thermo-mechanical converter as a heater and mixing device is considered.

Библиографический список.

1. Патент України № 75771 від 15.05.2006, МПК H05B 6/10 «Заглибний електронагрівач». Бюл. № 5, автори Заблодський М.М., Дорофєєв В.М., Окаєлов В.М., Плюгін В.Є. та інші.
2. Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е., Чан Дай Шон. Энергетическая эффективность вращающихся электромеханических нагревателей // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск «Проблеми сучасної електротехніки».-2000. – Част. 6.- С. 74-77.
3. Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е., Заблодская Т.П. Моделирование распределения теплового поля замкнутой системы легкоплавкая среда – нагреватель // Вестник МАНЭБ. – Санкт-Петербург. – 2001. - № 1. – С. 90 – 93.
4. Заблодский Н.Н., Плюгин В.Е., Заблодская Т.П. Учет фазового перехода при моделировании теплового поля электромеханического нагревателя в среде легкоплавкого материала. Вісник СХУ. – Луганськ. – 2002. - № 4. - С. 175 – 179.