

д.т.н., проф. Пермяков В.О.
к.т.н., доц. Білик С.І.,
інж. Усенко М.В.,
(КНУБА, м. Київ, Україна),
к.т.н., доц. Усенко В.М.,
(ДонДТУ, м. Алчевськ, Україна)

ПОРІВНЯННЯ МЕТОДИК РОЗРАХУНКУ ЦЕНТРАЛЬНО СТИСНУТИХ ТОНКОСТІННИХ СТЕРЖНІВ ВІДКРИТОГО ПЕРЕРІЗУ ЗА ЗГИНАЛЬНО-КРУТИЛЬНОЮ ФОРМОЮ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ

Виконано порівняння теоретичних методик розрахунку центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого перерізу за згинально-крутильною формою втрати стійкості. Проведено їх аналіз та запропоновано нову методику розрахунку на основі експериментальних досліджень. Намічено шляхи для подальших досліджень тонкостінних сталевих гнутих профілів з перерізами відкритого типу.

Особливості роботи тонкостінних стержнів, що пов'язані з деплацією перерізів, істотно впливають не тільки на їх міцність, але й на стійкість. Теорія, що склалася в результаті обліку цих особливостей відрізняється від класичної теорії поздовжнього вигину тим, що розглядає факт втрати стійкості в більш загальній постановці – з урахуванням просторових згинально-крутильних форм рівноваги [1]. Загальна теорія вигину, кручення та стійкості тонкостінних стержнів розроблена професором В.З. Власовим. Ця теорія охоплює дослідження пружної стійкості стержнів, балок, пластин, оболонок, причому формули Ейлера, Тимошенко та ін. можуть розглядатися як окремі рішення, які витікають із загальної теорії В.З. Власова. Також слід відмітити, що перші випробування і аналіз стержнів відкритого профілю були проведені Н.С. Стрелецьким в [2].

На сьогодні існує ряд методик розрахунку тонкостінних стержнів відкритого профілю на центральний стиск [1], [3], [6], [7], проте кожна з цих методик дає дещо різні результати. Тому уточнення та аналіз цих методик залишається однією з проблем проектування.

У даній публікації розглядаються розрахунки центрально стиснутих стержнів по теорії В.З. Власова [1], за методикою розрахунку по нормах, які діють на території України [3], російському зводу правил [7], та за методикою, яка пропонується в [6].

Головним завданням роботи, викладеної у даній статті, є порівняння методик розрахунку центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого перерізу за згинально-крутильною формою втраті стійкості, порівняння теоретичних розрахунків із даними експериментальних випробувань та пропозиція власної методики розрахунку на основі проведених досліджень.

Стержні відкритого профілю при втраті стійкості працюють як просторові тонкостінні системи, в яких виникають поздовжні деформації не тільки унаслідок вигину, але також унаслідок закручування. При досягненні навантаженням критичного значення, окрім початкової (недеформованої) форми рівноваги, стає можливою відхилена (деформована) згинально-крутильна форма рівноваги. Характерною особливістю теорії В.З. Власова [1] є те, що втрата стійкості стержнів відбувається при менших значеннях критичних сил, чим це дає теорія Л. Ейлера.

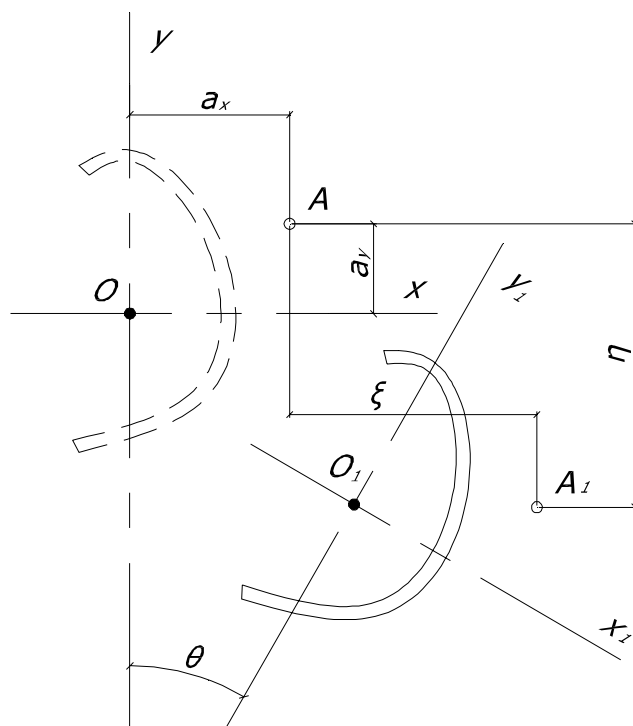


Рисунок 1 – Стискаюча сила P прикладена в центрі ваги перерізу, але центр ваги не співпадає з центром згину

Диференціальні рівняння рівноваги деформованого стержня, коли стискаюча сила P прикладена в центрі ваги перерізу, але центр ваги не співпадає з центром згину згідно з рисунком 1 мають вигляд [1]:

$$\begin{aligned}
EI_y \xi^{IV} + P \xi'' + P a_y \theta'' &= 0; \\
EI_x \eta^{IV} + P \eta'' + P a_x \theta'' &= 0; \\
P a_y \xi'' - P a_x \eta'' + EI_\omega \theta^{IV} + (r^2 P - GI_t) \theta'' &= 0,
\end{aligned}
\tag{1}$$

де ξ, η, θ – переміщення центру згину A в напрямку осей x і y відповідно та кут повороту всього перерізу в площині xOy .

EI_x і EI_y – жорсткості перерізу при вигині стержня відносно осей x і y ;

GI_t – жорсткість перерізу при чистому крученні стержня.

$$I_t = \alpha \sum_{i=1}^n \frac{b_i t_i^3}{3}, \tag{2}$$

де b_i і t_i – висота і товщина прямокутних елементів перерізу;

α – коефіцієнт збільшення жорсткості профілів; наприклад, для двотавра $\alpha = 1,31$; для швелера $\alpha = 1,12$; для кутика та всіх видів зварних перерізів $\alpha = 1$;

EI_ω – секторіальна жорсткість перерізу при депланації стержня;

I_ω – секторіальний момент інерції;

a_x і a_y – координати центра згину A ;

r – геометрична характеристика, що визначається за формулою:

$$r^2 = a_x^2 + a_y^2 + \frac{I_x + I_y}{A}, \tag{3}$$

де A – площа перерізу.

При виведенні диференціальних рівнянь рівноваги, передбачалося, що контури поперечних перерізів стержня не деформуються (основна гіпотеза теорії тонкостінних стержнів). Тому повинна бути забезпечена недеформованість контура за допомогою діафрагм або ребер жорсткості.

При розгляді перерізу з однією віссю симетрії, якщо цією віссю є вісь x , то $a_y = 0$. Диференціальні рівняння рівноваги (1) в цьому випадку приймуть вигляд:

$$\begin{aligned}
EI_y \xi^{IV} + P \xi'' &= 0; \\
EI_x \eta^{IV} + P \eta'' - P a_x \theta'' &= 0; \\
-P a_x \eta'' + EI_\omega \theta^{IV} + (r^2 P - GI_t) \theta'' &= 0.
\end{aligned}
\tag{4}$$

Рівняння стійкості розпадається на два рівняння:

$$P_y - P = 0; \quad (5)$$

і

$$\begin{vmatrix} P_x - P & a_x P \\ a_x P & r^2 (P_\omega - P) \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

З першого рівняння отримуємо ейлерову критичну силу:

$$P = P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2}. \quad (7)$$

Друге рівняння дозволяє визначити дві інші критичні сили:

$$r^2 (P_x - P)(P_\omega - P) - a_x^2 P^2 = 0. \quad (8)$$

Розташовуючи за ступенями P , запишемо це рівняння в остаточному вигляді:

$$(r^2 - a_x^2) P^2 - r^2 (P_x + P_\omega) P + r^2 P_x P_\omega = 0. \quad (9)$$

Розкриваючи визначника (3), отримуємо:

$$P_{2,3} = \frac{(P_\omega + P_x) r^2 \pm \sqrt{(P_\omega - P_x)^2 r^4 + 4 P_x P_\omega r^2 a_x^2}}{2 (r^2 - a_x^2)}. \quad (10)$$

Згідно СНиП II-23-81* [3], п. 5.5 стиснуті елементи з суцільними стінками відкритого П-образного перерізу із співвідношенням гнучкості $\lambda_x < 3\lambda_y$ при відсутності планок або решітки рекомендується розраховувати за згинальною формою втрати стійкості за формулою:

$$\frac{N}{\varphi A} \leq R_y \gamma_c, \quad (11)$$

і додатково виконувати перевірку за згинально-крутильною формою, що враховується введенням у розрахункову формулу понижуючого коефіцієнта c :

$$\frac{N}{c \varphi_y A} \leq R_y \gamma_c, \quad (12)$$

де N – стискаюча сила;

A – площа поперечного перерізу;

R_y – розрахунковий опір сталі за межою текучості;

γ_c – коефіцієнт умов роботи;

φ, φ_y – коефіцієнти поздовжнього вигину;

c – коефіцієнт, що визначається за формулою:

$$c = \frac{2}{1 + \delta + \sqrt{(1 - \delta)^2 + \frac{16\alpha^2}{\mu}}}, \quad (13)$$

$$\text{де } \delta = \frac{4\rho}{\mu}; \quad \mu = \frac{8I_\omega}{I_y h^2} + 0,156 \frac{I_t}{Ah^2} \lambda_y^2; \quad \rho = \frac{I_x + I_y}{Ah^2} + \alpha^2; \quad I_t = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3,$$

I_ω – секторіальний момент інерції перерізу,

b_i і t_i – відповідно ширина і товщина прямокутних елементів перерізу.

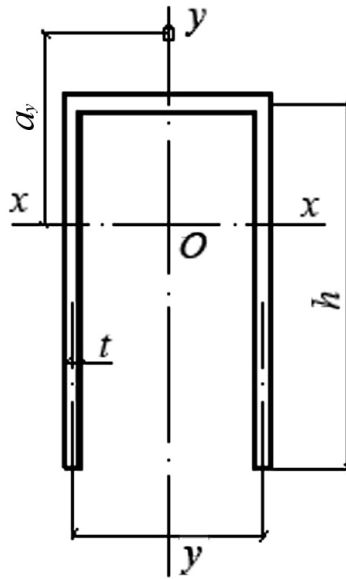


Рисунок 2 – Поперечний переріз стержня відкритого профілю

Для перерізу, приведенного на рисунку 2

$\frac{I_\omega}{I_y h^2}$, $\frac{I_t}{Ah^2}$ і α повинні визначатися за формулами:

$$\frac{I_\omega}{I_y h^2} = \frac{39 + 2\beta}{(6 + \beta)^2}; \quad \frac{I_t}{Ah^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{t}{h} \right)^2; \quad \alpha = \frac{4(3 + \beta)}{(2 + \beta)(6 + \beta)},$$

$$\text{де } \beta = \frac{b}{h}.$$

У публікації [4] рекомендується у виразі при визначенні $\frac{I_\omega}{I_y h^2}$ перший доданок 39 у чисельнику необхідно замінити на 3, тобто вираз бу-

де записаний таким чином: $\frac{I_\omega}{I_y h^2} = \frac{3+2\beta}{(6+\beta)^2}$. В порівнянні з методикою СНиП відмінність при визначенні цього виразу виходить на порядок нижче оскільки β має порядок 1.

У публікації [6] пропонується дещо інший підхід до розрахунку тонкостінних стержнів. Рекомендується визначати коефіцієнт φ для згинально-крутильної форми по гнучкості, що обчислюється з урахуванням понижуючого коефіцієнта c . Тоді формула для критичного напруження прийме такий вигляд:

$$\sigma_{зг.-кр.} = c \frac{\pi^2}{\lambda_y^2}. \quad (14)$$

Якщо прийняти, що $\lambda_{зг.-кр.} = \frac{\lambda^2}{\sqrt{c}}$, то $\sigma_{зг.-кр.} = c \frac{\pi^2 E}{\lambda_{зг.-кр.}^2}$. Вираз для розрахунку $\lambda_{зг.-кр.}$ визначає еквівалентну гнучкість для згинально-крутильної форми, для цієї гнучкості, по таблицях СНиП визначається коефіцієнт $\varphi_{зг.-кр.}$, а розрахункова формула виглядатиме так:

$$\frac{N}{\varphi_{зг.-кр.}} \leq R_y \gamma_c. \quad (15)$$

По методиці, викладеній в російському зводу правил СП 53-102-2004 [7] згинально-крутильну стійкість стиснутих елементів з суцільними стінками відкритого П-образного перерізу перевіряють за формулою:

$$\frac{N}{\varphi_C A R_y \gamma_c} \leq 1, \quad (16)$$

де φ_C – коефіцієнт, що приймається рівним:

$$\varphi_C = \varphi_1 \text{ при } \varphi_1 \leq 0,85;$$

$$\varphi_C = 0,68 + 0,21\varphi_1 \leq 1 \text{ при } \varphi_1 > 0,85.$$

$$\text{Тут } \varphi_1 = \frac{7,6c_{\max}}{\lambda_y^2}, \quad c_{\max} = \frac{2}{1 + \delta B + \sqrt{(1 - \delta B)^2 + \frac{16}{\mu} \left(\alpha - \frac{e_x}{h} \right)^2}},$$

$$\delta = \frac{4\rho}{\mu}, \quad \mu = 8\omega + \frac{0,156 I_t \lambda_y^2}{A h^2}; \quad \rho = \frac{I_x + I_y}{A h^2} + \alpha^2.$$

Для перерізу, наведеного на рисунку 2:

$$I_t = 0,37 \sum b_i t_i^3, \quad \omega = \frac{3+2\eta}{(6+\eta)^2}, \quad \alpha = \frac{4(3+\eta)}{(2+\eta)(6+\eta)}, \quad \eta = \frac{b}{h}.$$

Таким чином, у порівнянні з [3] за методикою [7] у виразі для ви-

значення $\frac{I_\omega}{I_y h^2} = \frac{39 + 2\beta}{(6 + \beta)^2}$, позначеного в СП 53-102-2004 як $\omega = \frac{3 + 2\eta}{(6 + \eta)^2}$, враховані рекомендації [4] по заміні першого доданку в чисельнику 39 на 3. Крім того, розрахункова формула приймає вигляд $\frac{N}{\varphi_c A R_y \gamma_c} \leq 1$, в знаменнику якої добуток коефіцієнтів $c\varphi_y$ замінюється на єдиний понижуючий коефіцієнт φ_c .

Така різноманітність в існуючих методиках розрахунку на згинально-крутильну стійкість викликала необхідність проведення експериментальних досліджень тонкостінних стержнів відкритого типу перерізу на центральний стиск. Дослідження проводилися на базі випробувальної лабораторії кафедри металевих та дерев'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури [8]. Для експериментальних досліджень використовувалися три С-образних натурних зразки, геометричні характеристики яких наведені у таблиці 1. Загальна схема розміщення прогиномірів у середньому перерізі зразків показана на рисунку 3.

Несуча здатність натурних зразків, що отримана на основі експериментальних досліджень становить 60,2 кН, 64,0 кН, 61,3 кН для зразків № 1, № 2, № 3 відповідно.

Таблиця 1 – Геометричні характеристики стержнів

Зразок №	b , см	h , см	c , см	t , см	A , см ²	J_x^{min} , см ⁴	J_y^{max} , см ⁴
1	13,56	6,12	1,87	0,2	5,53	31,79	168,70
2	13,51	6,11	1,85	0,2	5,56	31,84	168,98
3	13,34	6,15	1,86	0,2	5,58	32,36	165,06

Зразок №	J_ω , см ⁶	J_T , см ⁴	a_y , см	l_{ef} , см	λ_x^{max}	$\bar{\lambda}$
1	1312,48	0,065	5,10	200,6	83,58	2,85
2	1297,23	0,066	5,08	201,0	84,10	2,87
3	1298,55	0,067	5,14	200,6	83,24	2,84

На основі проведених експериментальних досліджень запропоновано методику розрахунку центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого перерізу, яка полягає в наступному.

Коефіцієнт c , що входить до умови перевірки згинально-крутильної стійкості, враховує зниження критичного навантаження в порівнянні зі згинальною формою (щодо осі y) [9]:

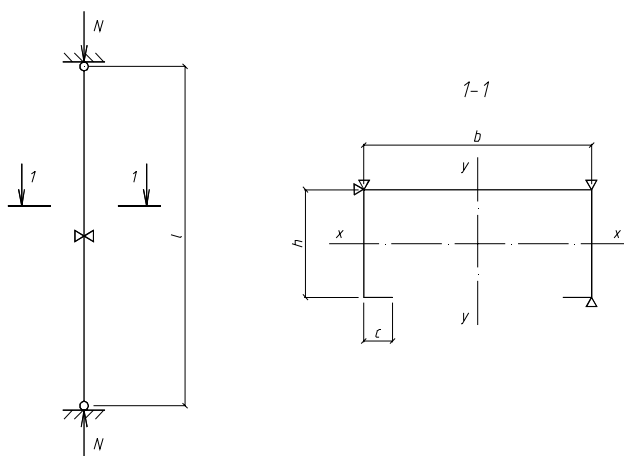


Рисунок 3 – Загальна схема розміщення прогиномірів у середньому перерізі зразка

$$c = \frac{N_{зг.-кр.}}{N_y}, \quad (17)$$

де $N_{зг.-кр.}$ – мінімальне з двох значень, що визначається за [9], яке відповідає знаку «мінус» у чисельнику.

Коефіцієнт c , отриманий експериментальним шляхом визначається як

$$c_{експ} = \frac{N_{експ.мін}}{N_y}. \quad (18)$$

Із співвідношення коефіцієнтів, отриманих теоретичним і експериментальним шляхом можемо отримати:

$$\frac{c}{c_{експ}} = k_{експ}; \quad c_{метод} = \frac{c}{k_{експ} k_{зан}}, \quad (19)$$

тут $k_{зан}$ – коефіцієнт запасу стійкості.

Таким чином, у розрахунках пропонується використовувати коефіцієнт $c_{метод}$. Наприклад, для випробуваних профілів мінімальна $N_{експ.мін} = 60.2$ кН несуча здатність, для цього профілю при $k_{зан} = 1.2$:

$$c = \frac{N_{зг.-кр.}}{N_y} = \frac{100.307}{160.554} = 0.625,$$

$$c_{експ} = \frac{N_{експ.мін}}{N_y} = \frac{60.2}{160.554} = 0.375,$$

$$k_{експ} = \frac{c}{c_{експ}} = \frac{0.625}{0.375} = 1.667,$$

$$c_{метод} = \frac{c}{k_{експ} k_{зан}} = \frac{0.625}{1.667 \cdot 1.2} = 0.312,$$

при $\lambda = 83.58 \rightarrow \varphi = 0.658$ (по таблиці 72 [3]),

$$[N_{метод}] = c_{метод} \cdot \varphi \cdot A \cdot R_y \cdot \gamma_c = 0.312 \cdot 0.658 \cdot 5.53 \text{ см}^2 \cdot 24 \text{ кН/см}^2 \cdot 1 = 27.25 \text{ кН}.$$

На рисунку 4 показані значення несучої здатності стержня $[N]$ у залежності від гнучкості λ , розрахованих за вище зазначеними методами. Точками на графіку показані значення несучої здатності натурних зразків, які отримані експериментальним шляхом.

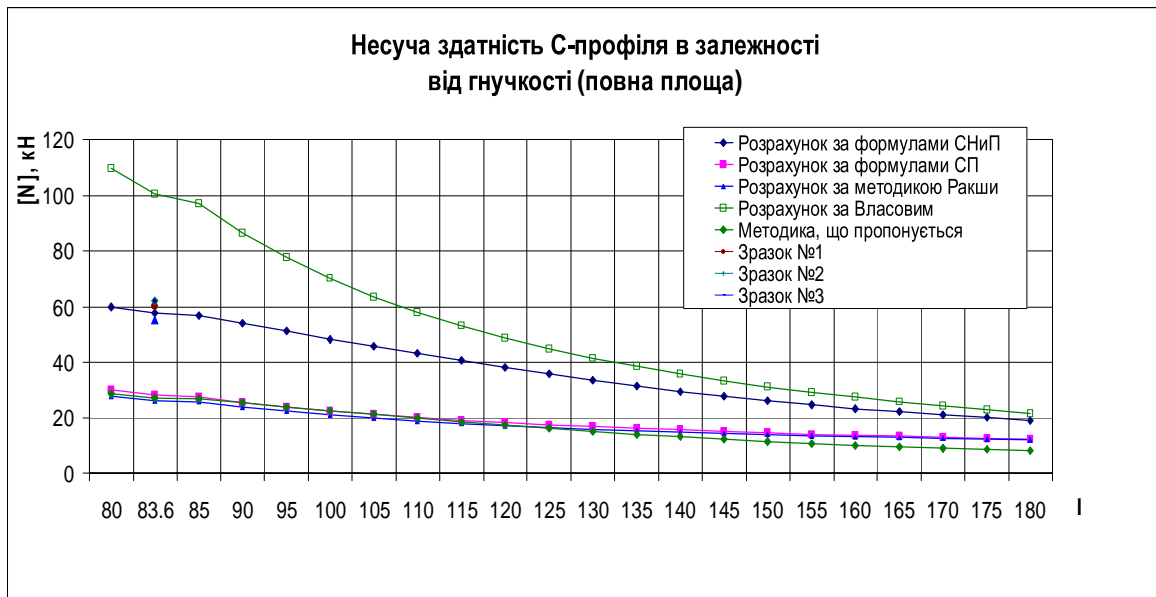


Рисунок 4 – Значення несучої здатності стержня $[N]$ у залежності від гнучкості λ .

Виводи та напрямок подальших досліджень. Аналіз графіків, показаних на рисунку 4, вказує на хорошу збігаємість результатів розрахунків по методиці [6], результатів за методикою, що пропонується та даними експериментальних досліджень. У той же час, підсумок розрахунків за СНиП і методикою В.З. Власова дає завищене значення критичної сили $[N]$, причому збігаємість результатів поліпшується зі збільшенням гнучкості.

Наявність розбіжностей у результатах розрахунків центрально стиснутих тонкостінних стержнів відкритого перерізу за згинально-крутильною формою втраті стійкості пояснюється різними підходами до розв'язання поставлених завдань та вказує на необхідність проведення подальших досліджень з метою вдосконалення методики розрахунку наявних конструкцій.

Выполнено сравнение теоретических методик расчета центрально сжатых тонкостенных стержней открытого профиля по изгибно-крутильной форме потери устойчивости. Проведен их анализ и предложена новая методика расчета на основе экспериментальных исследований. Намечены пути для последующих исследований тонкостенных стальных холодногнутых профилей с сечениями открытого типа.

A theoretical methods of torsional-flexural buckling calculation of the pure compressed thin-walled bars with cross-section of the opened types is presented. Their analysis is performed and the new method of calculation is offered on the basis of experimental researches. Ways for subsequent researches of the thin-walled steel cold-formed profiles with the cross-sections of the opened type are targeted.

Бібліографічний список

1. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Госфитматгиз, 1959.

2. Стрелецкий Н.С. Работа сжатых стоек. – М.: Госстройиздат, 1959. – 281 с.

3. СНиП II-23-81*. Стальные конструкции / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1990. – 96 с.

4. Грабинский Н.Г. К вопросу о проверке на устойчивость тонкостенных стержней открытого профиля по СНиП II-23-81 // Известия вузов. Строительство, 1992. – № 9, 10. – с. 112-115.

5. Грабинский Н.Г. Расчет стержней на устойчивость с учетом изгибно-крутильных деформаций // Известия вузов. Строительство, 1994. – № 1. – с. 17-20.

6. Маневич А.И., Ракша С.В. О расчете по СНиП II-23-81 тонкостенных стержней на устойчивость по изгибно-крутильной форме // Известия вузов. Строительство, 2000. – № 12. – с. 119-123.

7. СП 53-102-2004. Общие правила проектирования стальных конструкций. – М.: ФГУП ЦПП, 2005. – 132 с.

8. Белов І.Д., Білик С.І., Усенко М.В., Джаубасєв М.М. Експериментальні випробування центрально-стиснутих тонкостінних сталевих гнутих профілів з перерізами відкритого типу // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Збірник наукових праць. Випуск 16. Частина 2. – Рівне. – МОН України. Національний університет водного господарства, 2008. – с. 66-72.

9. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП II-23-81*) – М.: ЦНИИСК им. Кучеренко, 1989. – 247 с.

Рекомендовано до друку д.т.н., проф. Давиденко О.І.