

*д.т.н. Василев Я.Д.,
к.т.н. Коноводов Д.В.,
к.т.н. Василев Э.Я.
(НМетАУ, г. Днепрпетровск, Украина)*

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВОЙ МОДЕЛИ НАПРЯЖЕНИЙ ТРЕНИЯ

Наведені результати теоретичного визначення контактних напружень при холодній тонколистовій прокатці. Отримана математична модель для визначення середнього нормального контактного напруження.

Ключові слова: *холодна прокатка, контактна напруга, математична модель.*

Приведены результаты теоретического определения контактных напряжений при холодной тонколистовой прокатке. Получена математическая модель для расчета среднего нормального контактного напряжения.

Ключевые слова: *холодная прокатка, контактные напряжения, математическая модель.*

Современная теория холодной прокатки не обеспечивает требуемую точность определения средней величины и характера распределения напряжений на контактной поверхности полосы с инструментом [1, 2 и др.], что снижает точность прогнозирования энергосиловых параметров процесса. Поэтому изыскание возможностей для повышения точности определения контактных напряжений при холодной прокатке, несмотря на многочисленные исследования, посвященные данному вопросу, является актуальным.

Для теоретического определения нормальных контактных напряжений (удельных давлений) при холодной прокатке обычно пользуются дифференциальным уравнением равновесия сил, которое в трактовке и редакции А.И. Целикова записывается в виде [3]:

$$dp_x = \left(2k \pm \frac{\tau_x}{\operatorname{tg}\varphi_x} \right) \frac{dh_x}{h_x}, \quad (1)$$

где k , φ_x – соответственно, сопротивление чистому сдвигу материала полосы и текущий угол;

τ_x , p_x , h_x – соответственно, напряжение трения, нормальное контактное напряжение и толщина полосы в рассматриваемом сечении очага деформации.

Уравнение (1) получено при допущении, что полоса является идеально пластическим, а валки – идеально жесткими телами. Кроме того, деформацию полосы считали двухмерной, а распределение нормальных напряжений и скорости движения металла по толщине полосы равномерным.

Основная причина неудовлетворительной точности получаемых зависимостей для определения нормальных напряжений на контактной поверхности полосы с валком при решении уравнения (1) заключается в использовании некорректных моделей напряжений трения [4, 5].

Практически все опубликованные решения уравнения (1) выполнены для случая, когда напряжения трения описывают условием:

$$\tau_x = fp_x. \quad (2)$$

Ранее нами было показано [4-6], что применение условия (2) для описания напряжений трения при тонколистовой прокатке, в том числе холодной, является необоснованным и ошибочным. Это объясняется тем, что уровень и характер изменения напряжений трения по условию (2) не соответствует, не только количественно, но и качественно экспериментальным эпюрам напряжений трения при холодной прокатке. Например, напряжения трения по условию (2) приобретают максимальные значения в нейтральном сечении, меняют скачкообразно знак в этом сечении, а площадь их эпюр всегда превышает площадь экспериментальных эпюр напряжений трения. По этой причине решение уравнения (1) с использованием условия (2) приводит всегда к получению завышенных значений p_x . При прокатке относительно толстых полос ($R/h_0 < 100-500$, где R – радиус рабочего валка) и низких значениях коэффициента трения ($f < 0,05-0,07$), т.е. в условиях, когда влияние напряжений трения на p_x невелико, это завышение не столь заметно [3]. Однако с увеличением параметра R/h_0 до 600-1000 и более, т.е. при холодной прокатке тонких и особо тонких полос, эпюры $p_x = \varphi(x/l)$, полученные в результате совместного решения уравнений (1) и (2), отличаются чрезмерно высокими значениями контактных нормальных напряжений, не имеющих экспериментального подтверждения. Для обеспечения хорошего совпадения расчетных значений контактных нормальных напряжений и силы прокатки с экспериментальными в этих условиях прокатки, некоторые

исследователи [8 и др.] применяют искусственно заниженные значения коэффициента трения ($f = 0,015-0,030$ и менее), вероятность существования которых экспериментально не подтверждена.

С целью устранения этого недостатка, в данной статье, при решении дифференциального уравнения равновесия (1) были использованы новые модели напряжений трения, отражающие верно закономерности и особенности фрикционного взаимодействия полосы с валком при холодной прокатке [4-6]:

для зоны отставания

$$\tau_x = -fp_x \frac{h_0}{h_0 - h_H} \left(\frac{h_H}{h_x} - 1 \right), \quad (3)$$

для зоны опережения

$$\tau_x = -fp_x \frac{h_1}{h_H - h_1} \left(\frac{h_H}{h_x} - 1 \right), \quad (4)$$

где h_0 , h_H , h_1 - соответственно толщина полосы на входе, в нейтральном сечении и на выходе из очага деформации.

Изменение толщины полосы в очаге h_x описывали уравнением параболы:

$$h_x = \frac{\Delta h}{l^2} \cdot (x-1)^2 - h_1, \quad (5)$$

где Δh , l - соответственно, абсолютное обжатие полосы и длина очага деформации ($l = \sqrt{R\Delta h}$) при прокатке.

В результате совместного решения (1), (3) - (5) получили следующие уравнения для определения нормальных контактных напряжений:

в зоне отставания

$$\frac{dp_x}{2kdx} = \frac{dn_{\sigma x}}{dx} = \frac{2}{\delta(x-1)^2 - h_1} \left\{ \delta(x-1) - fa_0 n_{\sigma x} \left[1 - \frac{h_H}{h_1 - \delta(x-1)^2} \right] \right\}; \quad (6)$$

в зоне опережения

$$\frac{dp_x}{2kdx} = \frac{dn_{\sigma x}}{dx} = \frac{2}{\delta(x-1)^2 - h_1} \left\{ \delta(x-1) + fa_1 n_{\sigma x} \left[\frac{h_H}{h_1 - \delta(x-1)^2} - 1 \right] \right\}; \quad (7)$$

где
$$a_0 = \frac{h_0}{h_0 - h_H}; \quad (8)$$

$$a_1 = \frac{h_1}{h_H - h_1}; \quad (9)$$

$$n_{\sigma x} = \frac{p_x}{2k}; \quad (10)$$

$$\delta = \frac{\Delta h}{l^2}. \quad (11)$$

Решение уравнений (6), (7) в явном виде оказалось невозможным. Поэтому для получения данных о контактных напряжениях по этим уравнениям применили численный метод Рунге-Кутты. При этом очаг деформации делили на 20 частей и использовали следующие исходные данные, охватывающие практически весь диапазон условий деформаций на промышленных станах полосовой холодной прокатки: $R = 300$ мм; $R/h_0 = 100-3000$; $\varepsilon = 0,01-0,40$ (где ε - частное относительное обжатие при холодной прокатке); $f = 0,04-0,12$. Положение нейтрального сечения (толщину полосы h_H) находили методом итерации. По полученным расчетным данным $p_x/2k$ и τ_x/k строили зависимости (эпюры) $p_x/k = \varphi(x/l)$ и $\tau_x/k = \varphi(x/l)$ и вычисляли среднюю величину коэффициента напряженного состояния при прокатке n_σ ($n_\sigma = p_{cp}/2k$, где p_{cp} – средняя величина контактного нормального напряжения). Одновременно для указанных исходных данных строили эпюры $p_x/2k$, τ_x/k и вычисляли n_σ по зависимостям А.И. Целикова [3], полученным в результате совместного решения уравнений (1) и (2).

На рисунке 1, в качестве примера, представлены эпюры контактных нормальных напряжений ($p_x/2k$) и напряжений трения (τ_x/k), построенные по решению А.И. Целикова (а) и по предлагаемому решению (б) для случая холодной прокатки, когда $R/h_0 = 500$, $\varepsilon = 0,3$ и $f=0,1$.

Из представленных данных видно, что эпюры $p_x/2k$ по предлагаемому решению (рис. 1, б) имеют куполообразный вид, а эпюры τ_x/k плавно меняют знак в нейтральном сечении, т.е. практически соответствуют экспериментальным эпюрам. Максимальные значения $p_x/2k$ примерно равны 2,0, а средние – чуть выше 1,5, что также согласуется с экспериментальными данными. Эпюры $p_x/2k$ и τ_x/k по решению А.И. Целикова (рис. 1, а) свидетельствуют об очень интенсивном росте и чрезмерно высоком уровне нормальных контактных напряжений и на-

пряжений трения. Максимальные значения $p_x/2k$ достигают 4,8, а средние – более 2,5, что нереально для рассматриваемых условий холодной прокатки. Кроме того, напряжения трения τ_x/k меняют скачкообразно знак в нейтральном сечении и на большей части очага деформации имеют значения больше 0,5, что принципиально невозможно.

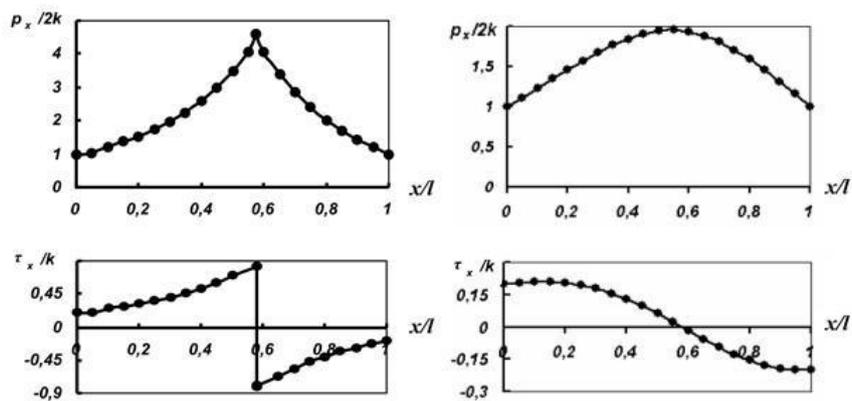


Рисунок 1 – Зависимости (эпюры) $p_x/2k=\varphi(x/l)$ и $\tau_x/k=\varphi(x/l)$, построенные по предлагаемому (б) решению и решению А.И.Целикова (а) при $R/h_0 = 500$; $R=300$ мм; $\varepsilon=0,3$; $f=0,1$

Эпюры, представленные на рисунке 1, подтверждают изложенные выше соображения об искусственном увеличении влияния напряжений трения на уровень и характер распределения нормальных напряжений, в случае описания их с использованием условия (2) и свидетельствуют об ошибочности применения данного условия при теоретическом определении нормальных контактных напряжений. Анализ эпюр контактных нормальных напряжений, полученных при другом сочетании принятых исходных данных подтверждают справедливость данного вывода.

Большой интерес для инженерной практики представляет определение средней величины нормального контактного напряжения p_{cp} при холодной прокатке. С этой целью была исследована взаимосвязь среднего коэффициента напряженного состояния n_σ ($n_\sigma=p_{cp}/2k$), рассчитанного по эпюрам распределения нормальных контактных напряжений построенных по уравнениям (6), (7) с варьируемыми параметрами. При этом было установлено, что между коэффициентом напряженного состояния n_σ и фактором формы очага деформации l/h_{cp} (где h_{cp} – средняя толщина полосы в очаге деформации) при $f=const$ существует четкая взаимосвязь. По результатам выполненного моделирования были построены зависимости $n_\sigma=\varphi(l/h_{cp})$ для разных значений коэффициента трения.

Аппроксимация этих зависимостей позволила получить следующие уравнения для определения среднего коэффициента напряженного состояния $n_{\sigma B}$ и средней величины контактного нормального напряжения (среднего удельного давления) $p_{срв}$ на участке пластического контакта полосы с валком при холодной прокатке:

$$n_{\sigma B} = 1 + \frac{fl_B}{3h_{ср}} (1 + 0,5\varepsilon); \quad (12)$$

$$p_{срв} = \beta \sigma_{тср\epsilon} \left[1 + \frac{fl_B}{3h_{ср}} (1 + 0,5\varepsilon) \right]; \quad (13)$$

$$h_{ср} = 0,5(h_0 + h_1);$$

где β , $\sigma_{тср\epsilon}$ – соответственно, коэффициент Лодэ и среднее значение предела текучести материала полосы в очаге деформации, подсчитанное с учетом влияния только упрочнения ($\beta \sigma_{тср\epsilon} = 2k$);

l_B – протяженность пластического контакта полосы с валком.

Дело в том, что все металлы и сплавы обладают не только пластическими, но и упругими свойствами. В связи с этим процесс холодной прокатки осуществляется в результате упруго-пластического взаимодействия полосы с валком [2] и реальный очаг деформации, а следовательно и реальные эпюры контактных нормальных напряжений при холодной прокатке состоят из трех участков [2]: упругого сжатия протяженностью $x_{оп}$, пластической деформации протяженностью l_B и упругого восстановления полосы $x_{1п}$. Поэтому для определения средней величины контактного нормального напряжения при холодной прокатке с учетом влияния упругих деформаций валков и полосы $p_{срс}$ рекомендуется уравнение [2]:

$$p_{срс} = 0,5 \left(p_0 \frac{x_{оп}}{l_c} + p_1 \frac{x_{1п}}{l_c} \right) + p_{срв} \frac{l_B}{l_c}, \quad (14)$$

где p_0 , p_1 – нормальные напряжения на границе упруго-пластического контакта полосы соответственно, в зонах отставания и опережения;

l_c – длина очага деформации, рассчитанная с учетом влияния упругих деформаций валков и полосы.

Напряжения p_0 и p_1 действуют на границах упруго-пластического контакта полосы с валком, соответственно в зоне отставания и опережения. Значения этих напряжений зависят от подпирающего действия на-

пряжений трения на участках упругого контакта полосы с валком. По этой причине $\beta\sigma_{\tau 0} < p_0$ и $\beta\sigma_{\tau 1} < p_1$ (где $\beta\sigma_{\tau 0}$, $\beta\sigma_{\tau 1}$ – соответственно, напряжение текучести материала полосы на входе и выходе из очага деформации). Влияние данного фактора на $p_{\text{срв}}$, p_0 и p_1 оценивали по методике, приведенной в работе [2]. С учетом сказанного уравнение (14) представилось в виде:

$$p_{\text{срв}} = \frac{\beta}{2(1-\nu_{\text{II}}^2)} \left(\sigma_{\tau 0} \xi_0 \frac{x_{0\text{II}}}{l_c} + \sigma_{\tau 1} \xi_1 \frac{x_{1\text{II}}}{l_c} \right) + \frac{\beta\sigma_{\text{тр}\varepsilon} \xi_{\text{ср}}}{1-\nu_{\text{II}}^2} \left[1 + \frac{fl_{\text{в}}}{3h_{\text{ср}}} (1+0,5\varepsilon) \right] \frac{l_{\text{в}}}{l_c}, \quad (15)$$

где:

$$\sigma_{\tau 0} = \sigma_{\text{тисх}} + m(100\varepsilon_{\text{пр}})^k; \quad (16)$$

$$\sigma_{\tau 1} = \sigma_{\text{тисх}} + m(100\varepsilon_{\Sigma})^k; \quad (17)$$

$$\varepsilon_{\Sigma} = 1 - (1 - \varepsilon_{\text{пр}})(1 - \varepsilon); \quad (18)$$

$$\sigma_{\text{тр}\varepsilon} = \sigma_{\text{тисх}} + \frac{m100^k}{\varepsilon(1 - \varepsilon_{\text{пр}})(1 + k)} \left[(\varepsilon + \varepsilon_{\text{пр}} - \varepsilon\varepsilon_{\text{пр}})^{k+1} - \varepsilon_{\text{пр}}^{k+1} \right]; \quad (19)$$

$$\xi_0 = 1 - \frac{q_0}{\beta\sigma_{\tau 0}}; \quad (20)$$

$$\xi_1 = 1 - \frac{q_1}{\beta\sigma_{\tau 1}}; \quad (21)$$

$$\xi_{\text{ср}} = \xi_0 \left(1,05 + 0,1 \frac{\xi_1}{\xi_0} - 0,15 \frac{\xi_0}{\xi_1} \right); \quad (22)$$

$$\frac{x_{1\text{II}}}{l_c} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 + \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \frac{E_{\text{II}}}{\beta\sigma_{\tau 1} \xi_1}}}; \quad (23)$$

$$\left(\frac{x_{0\text{II}}}{l_c} \right) = \left(1 - \frac{x_{1\text{II}}}{l_c} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{\beta\sigma_{\tau 0} \xi_0}{\varepsilon E_{\text{II}} + \beta\sigma_{\tau 1} \xi_1 (1 - \varepsilon)}} \right]; \quad (24)$$

$$\frac{l_B}{l_c} = 1 - \frac{x_{0п}}{l_c} - \frac{x_{1п}}{l_c}; \quad (25)$$

$$l_c = x_1 + \sqrt{R\Delta h + x_1^2}; \quad (26)$$

$$x_1 = x_{1п} + 6 \frac{1 - \nu_B^2}{\pi E_B} p_{срс} R \left(1 - 2 \frac{x_{1п}}{l_c} \right) \left[4 \frac{x_{1п}}{l_c} \left(1 - \frac{x_{1п}}{l_c} \right) + 1 \right]; \quad (27)$$

$\sigma_{тисх}$ – исходный предел текучести материала полосы (после горячей прокатки или термической обработки); m, k – эмпирические коэффициенты, зависящие от химического состава материала полосы;

$\varepsilon_{пр}, \varepsilon$ – соответственно, предварительное и частное относительное обжатие полосы при прокатке;

$\nu_{п}, E_{п}, \nu_{в}, E_{в}$ – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала полосы и валков соответственно;

q_0, q_1 – соответственно, заднее и переднее удельное натяжение;

x_1 – приращение длины дуги контакта за линией, соединяющей центры вращения валков, вызванное упругим сжатием валков и упругим восстановлением полосы.

В таблице 1 приведены результаты тестовых расчетов среднего контактного нормального напряжения по уравнению (15), и сопутствующих параметров, моделирующие условия деформации в первых и последних клетях (пропусках) непрерывных (реверсивных) станов при холодной прокатке конструкционного листа (варианты 1-3), жести одинарной прокатки (вариант 4) и тонкой жести двойной прокатки (варианты 5-7) из стали 08кп. При выполнении тестовых расчетов принимали следующие исходные данные: $R = 300$ мм; $\sigma_{тисх} = 230$ Н/мм², $m = 34,6$ Н/мм², $k = 0,6$ (варианты 1-4); $\sigma_{тисх} = 330$ Н/мм², $m = 40$ Н/мм², $k = 0,55$ (варианты 5-7); $\nu_{п} = \nu_{в} = 0,29$; $E_{п} = E_{в} = 2,16 \times 10^5$ Н/мм²; $\beta = 1,15$.

Представленные в таблице 1 данные подтверждают работоспособность формулы (15) и возможность ее использования для расчета среднего нормального контактного напряжения при изменении параметра R/h_0 от 85,7 до 3158 и коэффициента трения от 0,04 до 0,12, что соответствует диапазону условий деформации, реализуемых на промышленных станах холодной прокатки, и свидетельствуют о том, что расчетные значения $p_{срс}$ не противоречат имеющимся экспериментальным данным [1-3, 6, 7]. Результаты экспериментальной проверки точности формулы (15) будут рассмотрены в следующей публикации.

Таблица 1 – Результаты тестовых расчетов $p_{ср}$ при холодной прокатке полос из стали 08кп по уравнению (15)

№ п/п	Исходные данные							Расчетные значения параметра				
	h_0 , мм	h_1 , мм	ε	$\varepsilon_{пр}$	$q_0, \frac{H}{мм^2}$	$q_1, \frac{H}{мм^2}$	f	$\frac{x_{0n}}{l_c} \cdot 10^{-3}$	$\frac{x_{1n}}{l_c} \cdot 10^{-2}$	l_c , мм	$p_{ср}, \frac{H}{мм^2}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	15	16	19	21	
1	3,50	2,66	0,24	0,00	30	90	0,12	2,08	7,43	18,70	501	
	1,12	1,00	0,107	0,68	120	30	0,075	11,69	14,37	10,17	840	
2	2,50	2,00	0,2	0,00	20	160	0,11	2,61	7,38	14,66	464	
	0,705	0,55	0,22	0,72	150	20	0,08	5,92	10,16	11,68	1053	
3	2,00	1,30	0,35	0,00	20	180	0,120	1,52	5,66	17,26	637	
	0,58	0,50	0,14	0,71	220	40	0,085	7,92	12,67	9,17	918	
4	2,40	2,11	0,12	0,00	25	150	0,09	4,17	9,00	11,41	372	
	0,35	0,22	0,37	0,85	200	45	0,045	3,67	7,39	10,95	1186	
5	0,23	0,1886	0,18	0,00	120	210	0,065	3,04	8,33	6,03	613	
	0,1886	0,15	0,205	0,18	210	100	0,043	4,01	9,38	6,64	762	
6	0,15	0,12	0,20	0,00	130	220	0,080	2,64	7,88	6,62	872	
	0,12	0,10	0,167	0,2	220	100	0,042	4,89	10,44	6,34	863	
7	0,12	0,095	0,208	0,00	140	230	0,080	2,45	7,66	7,10	1020	
	0,095	0,08	0,158	0,208	230	100	0,040	5,09	10,74	6,46	932	

Выводы.

1. Предложено теоретическое решение для определения нормальных напряжений на участке пластического контакта полосы с валком с использованием новой модели напряжений трения, отражающей верно закономерности и особенности фрикционного взаимодействия металла с инструментом при холодной прокатке. По сравнению с решением А.И. Целикова нормальные напряжения и напряжения трения на контакте полосы с валком по предложенному решению отличаются плавным характером изменения и более низкими значениями, что близко соответствует экспериментальным эпюрам этих параметров.

2. С использованием результатов нового теоретического решения для определения контактных напряжений получена более корректная формула для прогнозирования среднего значения нормального напряжения при холодной прокатке, учитывающая особенности и закономерности упруго-пластического контакта полосы с валком при холодной прокатке. На ее основе создана математическая модель среднего контактного нормального напряжения при холодной прокатке без учета влияния температурно-скоростных условий деформации и соответствующая методика для ее реализации. Выполнено моделирование влияния технологических параметров процесса холодной прокатки на средние контактные нормальные напряжения. Тестовые расчеты показали, что новая математическая модель средних контактных напряжений работоспособна во всем диапазоне условий деформаций, реализуемых на действующих станах холодной прокатки, и обеспечивает получение данных о $\sigma_{\text{срс}}$, которые согласуются с результатами опубликованных исследований.

Библиографический список

1. Полухин В.П. Математическое моделирование и расчет на ЭВМ листовых прокатных станов. – М.: Металлургия, 1972. – 512 с.
2. Василев Я.Д. Инженерные модели и алгоритмы расчета параметров холодной прокатки. – М.: Металлургия, 1995. – 368 с.
3. Целиков А.И., Гришков А.И. Теория прокатки. – М.: Металлургия, 1970. – 356 с.
4. Василев Я.Д. Разработка новой модели напряжений трения при прокатке / Металлургическая и горнорудная промышленность. 2000, № 8-9. – С. 28-32.

5. Василев Я.Д. Уточнение модели напряжений трения при прокатке / Известия вузов. Черная металлургия. 2001, № 5. – С. 19-23.

6. Василев Я.Д. Развитие теории контактных напряжений при прокатке и осадке // Сучасні проблеми металургії. Наукові вісті. Том 5. Пластична деформація металів. Дніпропетровськ: “Системні технології”, - 2002. – С. 86-97.

7 Химич Г.Л., Цалюк Б.М. Оптимизация режимов холодной прокатки на ЭЦВМ. – М.: Металлургия, 1973. – 256 с.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Луценко В.А.