УДК 621.378.325, 538.911

к.т.н., доц Мурга В.В.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)

ВОЗБУЖДЕНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЛАЗЕРНЫХ АКТИВНЫХ СРЕДАХ

Проведені теоретичні дослідження поведінки ансамбля тотожних часток в полі резонансного випромінювання. Розгляд проведений на підставі полукласичного опису взаємодії випромінювання з речовиною. Отримані рішення нестаціонарного рівняння Шредингера з врахуванням гамільтоніану збурення, обумовленого зовнішнім резонансним впливом.

Для более полного описания взаимодействия светового поля с веществом необходимо знать не только интенсивность, которая соответствует числу фотонов, но и его фазу, что дает возможность учета интерференционных эффектов. В данном случае возможно использование полуклассического метода описания состояния ансамбля тождественных частиц [1]. Данный метод основан на использовании классических уравнений Максвелла для электромагнитного поля и уравнения Шредингера (или уравнении для матрицы плотности), описывающем активные атомы.

Во всех опубликованных работах, использующих этот метод, предполагается дипольное взаимодействие двухуровневых атомов с электромагнитным полем. В случае использования полуклассической теории возбуждения лазера основные уравнения движения можно получить путем усреднения квантовоэлектродинамических уравнений. Переход от точных квантовоэлектродинамических уравнений и к приближенным справедлив в том случае, когда вынужденные процессы излучения и поглощения превалируют над спонтанными. При лазерной генерации эти требования почти всегда выполняются.

Поскольку работа лазера обусловлена взаимодействием между световым полем и атомами, необходимо адекватно рассмотреть движение электронов в атомах или ионах. Воспользуемся квантовомеханическим описанием движения электрона:

$$\hat{H}\Psi = jh\frac{\partial\Psi}{\partial t}, \qquad (1)$$

где ψ - волновая функция частицы, представляющая ее состояние в данный момент времени.

Гамильтониан H состоит из невозмущенного оператора Гамильтона H_0 и оператора возмущения H_{int}

$$H = H_0 + H_{\text{int}}. \tag{2}$$

Взаимодействие поля с системой частиц носит резонансный характер, т.е. вклад остальных уровней системы пренебрежимо мал по сравнению с резонансным переходом. Такое предположение может быть справедливым для возбужденной лазерной среды, когда рассматриваются только верхний и нижний лазерные уровни. Волновые функции частиц, соответствующие каждому из этих уровней $\varphi_1(q)$, $\varphi_2(q)$, зависят только от пространственных координат и удовлетворяют стационарному уравнению Шредингера:

$$\begin{aligned} \hat{H}_0\, \varphi_1(q) &= E_1 \varphi_1(q) \\ \hat{H}_0\, \varphi_2(q) &= E_2 \varphi_2(q) \end{aligned} \tag{3}$$

Волновая функция ψ, входящая в уравнение (1), характеризующая состояние электрона возбужденного атома может быть записана как линейная комбинация собственных функций, соответствующих стационарным состояниям с зависящими от времени коэффициентами C_1 и C_2:

$$|\Psi\rangle = C_1(t)|\psi_1(q,t)\rangle + C_2(t)|\psi_2(q,t)\rangle, \tag{4}$$

$$|\psi_1(q,t)\rangle = |\varphi_1(q)\exp\{-jE_1 t/\hbar\}\rangle, \tag{5}$$

где $|\psi_2(q,t)\rangle = |\varphi_2(q)\exp\{-jE_2 t/\hbar\}\rangle$.

E_1 и E_2 соответствуют энергии частицы (электрона) в том или ином стационарном состоянии.

Подставляя (4) в (1) с учетом (5), получим:

$$\begin{aligned} & j\hbar\varphi_1 \exp\{-jE_1 t/\hbar\}\dot{C}_1 + j\hbar\varphi_2 \exp\{-jE_2 t/\hbar\}\dot{C}_2 = \\ & C_1 \hat{H}_{\text{int}}\, \varphi_1 \exp\{-jE_1 t/\hbar\} + C_2 \hat{H}_{\text{int}} \varphi_2 \exp\{-jE_2 t/\hbar\}. \end{aligned} \tag{6}$$

Умножая полученное уравнение на комплексно-сопряженные величины для φ_1 и φ_2 примем, что в стационарных состояниях атом не обладает дипольным моментом, т.е. $H_{int11} = H_{int22} = 0$. Тогда уравнения для коэффициентов C_1 и C_2 примут вид:

$$jh\dot{C}_1 = \exp(-j\omega_{12}t)C_2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \widehat{H}_{\text{int}} \varphi_2^* dq,$$
$$jh\dot{C}_2 = \exp(-j\omega_{21}t)C_2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \widehat{H}_{\text{int}} \varphi_1^* dq, \qquad (7)$$

где $\omega_{21} = \omega_{12} = (E_2 - E_1)/\hbar$.

Если предположить, что переход в атоме возникает при взаимодействии электрического дипольного момента атома d с электрическим полем электромагнитной волны E(t), то, в дипольном приближении, можно записать :

$$\widehat{H}_{\text{int}} = \widehat{\vec{d}} \cdot \widehat{\vec{E}}(t). \qquad (8)$$

В дальнейшем для простоты предполагаем, что векторы дипольного момента атома и напряженности поля параллельны. Пусть электрическая компонента поля E(t) представлено как:

$$\vec{E}(t) = E_0 \cos\omega t = \frac{1}{2} E_0 \left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right). \qquad (9)$$

Из выражений (7) получим:

$$jh\dot{C}_2 = -\frac{1}{2} d_{21} E_0 C_1 \exp\{j(\omega_{21} - \omega)t\},$$
$$jh\dot{C}_1 = -\frac{1}{2} d_{12} E_0 C_2 \exp\{-j(\omega_{21} - \omega)t\}, \qquad (10)$$

где

$$d_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1 \widehat{d} \varphi_2^* dq = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_2 \widehat{d} \varphi_1^* dq = d_{21}^*, \qquad (11)$$

d_{12} – есть матричный элемент оператора электрического дипольного момента. В (10) быстро осциллирующие члены вида $\exp\{\pm j(\omega_{21} + \omega)t\}$ опущены.

Предполагая равенство частоты внешнего поля (ω) и частоты перехода в атоме (ω_{21}) получим следующие уравнения для коэффициентов C:

$$\ddot{C}_2 + \frac{d_{21}^2}{4} \frac{E_0^2}{\hbar^2} C_2 = 0, \qquad \ddot{C}_1 + \frac{d_{21}^2}{4} \frac{E_0^2}{\hbar^2} C_1 = 0. \qquad (12)$$

Откуда находим:

$$C_1 = A\cos\left(\frac{\Omega}{2} t + \delta_1\right), \qquad C_2 = B\cos\left(\frac{\Omega}{2} t + \delta_2\right), \qquad (13)$$

где $\Omega = \frac{d_{21}}{\hbar} E_0$ - частота осцилляций макродиполя;

δ_1 и δ_2 - начальные фазы, которые могут быть найдены из начальных условий: $C_1(t=0)=0$ и $C_2(t=0)=1$.

В результате $\delta_1 = \pi/2$; $\delta_2 = 0$. Тогда

$$C_1 = A\sin\frac{\Omega}{2}t, \quad C_2 = B\cos\frac{\Omega}{2}t. \tag{14}$$

С учетом (11) имеем:

$$\langle d \rangle = d_{21}\left(C_1 C_2^* e^{j\omega_{21}t} + C_2 C_1^* e^{-j\omega_{21}t}\right). \tag{15}$$

Подставляя в полученное выражение значения коэффициентов C_1 и C_2 (14) приходим к следующему виду уравнения для поляризации:

$$\langle d \rangle = d_{21}\sin\omega_{21}t\sin\Omega t. \tag{16}$$

Таким образом, при возбуждении активной среды полем резонансной частоты ω_{21} атомы (или ионы) приобретают осциллирующий дипольный момент. Выражение для среднего значения дипольного момента в форме (16) указывает на существование биений с частотой Ω зависящей от величины внешнего поля, т.к. осциллирующий диполь излучает на частоте осцилляций [2]. Поэтому связь между активными центрами может осуществляться через электромагнитные поля диполей, осциллирующих с характерными частотами ω_{21} и Ω.

Поскольку работа лазера обусловлена взаимодействием между световым электромагнитным полем и атомами, необходимо рассмотреть факторы, влияющие на это взаимодействие.

Внешнее поле E(t) частоты ω вводит электроны атомов (ионов) в суперпозиционные состояния, что сопровождается появлением у атома (иона) не скомпенсированного среднего дипольного момента (16). При выключении внешнего поля колебания сволочь диполей возбужденных активных центров с частотами Ω и ω_{21} сохраняются в течение времени, определяемого релаксационными характеристиками атома. В данном случае поляризация среды является источником взаимодействия между активными центрами.

Для описания взаимодействия электрона с заданным электромагнитным полем можно воспользоваться следующей формой записи для гамильтониана взаимодействия:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -e\vec{\alpha}\hat{\vec{A}}, \tag{17}$$

где $\vec{\alpha}$ – "магнитный вектор", играющий роль оператора скорости частицы;

$\hat{\vec{A}}$ – векторный потенциал поля

$$\hat{\vec{A}}(q,t)=\sum_n\left\{\hat{a}_n\vec{A}_n(q,t)+\hat{a}_n^+\vec{A}_n^*(q,t)\right\}, \qquad (18)$$

где $\hat{a}_n$ и $\hat{a}_n^*$ – операторы уничтожения и рождения n-й моды поля; $\vec{A}_n(q,t)$ – волновые функции n-х состояний.

Полный матричный элемент оператора (17) есть

$$\hat{H}_{\text{int}}=-e\int\left(\psi_i^*\alpha\psi f\right)A_n^*dq. \qquad (19)$$

Для описания процесса испускания (или поглощения) фотона с определенным направлением волнового вектора $\vec{k}$ и определенной поляризацией $\vec{e}$, в качестве $A_h(q)$ используют функции:

$$\vec{A}_n(q)=\vec{e}\sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}}e^{ikr}. \qquad (20)$$

Тогда для матричного элемента перехода с излучением имеем:

$$\hat{H}_{\text{int}_{if}}=-e\sqrt{\frac{2\pi}{\omega V}}\vec{e}^*\vec{j}_{if}(k), \qquad (21)$$

где ток перехода $\vec{J}_{if}$ можно представить:

$$\vec{J}_{if}(k)=\int\vec{j}_{if}(r)e^{-jkr}dV. \qquad (22)$$

Когда длина волны фотона λ велика по сравнению с расстоянием между активными центрами a, в интеграле (22) можно заменить единицей множитель e^{-ikr}, мало меняющийся на протяжении размеров системы. Это приближение соответствует дипольному случаю в классической теории излучения. В этом приближении выражение для $\vec{J}_{if}$ можно преобразовать к виду:

$$\vec{j}_{if}=V_{if}=j\left(E_f-E_i\right)r_{fi}=-j\omega r_{fi}=-\frac{j\omega}{e}d_{fi}, \qquad (23)$$

где d = er – дипольный момент электрона (в его орбитальном движении). Подставляя (23) в (21), находим

$$H_{\text{int}}=j\sqrt{\frac{2\pi\omega}{V}}\vec{e}d_{fi}. \qquad (24)$$

Таким образом, в дипольном приближении мы можем воспользоваться классическими уравнениями движения для описания поведения системы взаимодействующих частиц.

В этом случае величину энергии взаимодействия между соседними активными центрами можно представить как функцию от $1/a^{2.}$ Тогда для определения взаимного влияния активных частиц, осуществляющегося посредством электрического поля диполей возбужденных активных центров можно воспользоваться выражением [3]:

$$E_{вз}(n \pm 1) = \frac{e\sqrt{1-(ka)^2}}{2\pi\varepsilon_0 a^3}\vec{q}(n \pm 1), \tag{25}$$

где $a >> q_n$; $q_n = d_n/r$.

На основании приведенных данных можно утверждать, что взаимодействие между возбужденными активными центрами возможно не только на частоте электронных переходов, но и за счет безызлучательной передачи энергии посредством полей диполей, существующих только у возбужденных активных центров.

Проведены теоретические исследования поведения ансамбля тождественных частиц в поле резонансного излучения. Рассмотрение проведено на основании полуклассического описания взаимодействия излучения с веществом. Получены решения нестационарного уравнения Шредингера с учетом гамильтониана возмущения, обусловленного внешним резонансным воздействием.

Theoretical researches of conduct of identical particles ensemble in the field of resonance radiation are done. Consideration is conducted on the basis of semiclassic description of cooperation of radiation with the matter. The decisions of the unstationary Shredinger equation with the indignation Hamilton function conditioned by external resonance influence are obtained.

Библиографический список.

1. Хакен Г. Лазерная светодинамика. - М.: Мир, 1988. - 356 с.

2. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Кооперативные явления в оптике. - М.: Наука, 1988. - 288 с.

3. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела / Перевод с английского 4-го издания. - М.: Наука, 1978. - 792 с.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Денищиком Ю.С.