

*д.т.н., проф. Синеглазов В.М.
(НАУ, г. Киев, Украина),
аспирант Ткачев Р.Ю.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

МЕТОД СИНТЕЗА АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМ ОБЪЕКТОМ С ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ ОБЩЕГО ВИДА

Предложен метод синтеза замкнутых многомерных систем управления объектом с запаздываниями общего вида. Приводятся выражения, которые обеспечивают реализуемость многомерного регулятора на базе интегрирующих фильтров и расчет его параметров, обеспечивающих заданные показатели качества.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Одним из важнейших классов систем с распределенными параметрами являются системы с запаздываниями, которые используются при описании разнообразных промышленных объектов управления, включая химические реакторы, бумагоделательные машины [1]. Задача управления такими объектами достаточно сложна. Наличие запаздывания в контуре управления ведет к возрастанию фазового сдвига, что может вызвать неустойчивость замкнутой системы даже при небольших коэффициентах усиления регулятора. Запаздывания в состоянии возникает при охвате объекта управления контуром рециркуляции вещества, по которому выходной сигнал объекта, спустя время θ , поступает на его вход. Наличие запаздывания в состоянии создает определенные трудности при построении высококачественной системы управления. В многомерных системах проблема усложняется тем, что к влиянию запаздывания добавляются взаимосвязи по входам и выходам.

Анализ исследований и публикаций. Синтезу систем управления одномерными объектами с запаздыванием посвящено множество работ, в которых рассматриваются вопросы устойчивости, качества и синтеза систем управления такими объектами, что свидетельствует об актуальности рассматриваемой проблемы [1-5]. Несмотря на значительное число работ, относящихся к указанной проблеме, задаче синтеза оптимальных многомерных замкнутых систем управления с запаздываниями общего вида, т.е. с запаздываниями, как в координатах управления, так и состояния, не уделено должного

внимания. Это объясняется сложностью решения подобной задачи, даже для критерия качества в виде интегральной квадратичной формы. Наиболее известное решение задачи синтеза регулятора для многомерного объекта с запаздываниями общего вида дано в [3].

Задача синтеза оптимальной системы управления многомерным объектом с несколькими различными запаздываниями заключается в нахождении уравнений регулятора, которые в совокупности с уравнениями объекта:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_i B_i x(t - \beta_i) + \sum_j M_j u(t - \mu_j), \\ y(t) &= \sum_i P_i x(t - \pi_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояний;

y – l -мерный вектор выхода;

u – w -мерный вектор управления;

β_i, μ_i, π_i – постоянные запаздывания, образуют устойчивую систему и доставляют минимум функционалу:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Ax(t) + u^T(t)Cu(t)] dt. \quad (2)$$

Предлагаемая в [3] процедура синтеза основывается на методе динамического программирования, полученное при этом решение задачи синтеза носит квазиоптимальный характер, поскольку при синтезе используется редукция запаздываний уравнения (1) в сходящиеся ряды. В результате чего процедура синтеза становится громоздкой за счет увеличения порядка системы. Кроме этого, заметно влияние изменения уставки по какому-либо одному из выходов объекта на динамику остальных выходов, возникают колебания, обусловленные многосвязностью объекта, т.е. не обеспечивается автономность системы. Также следует отметить дополнительные возникающие трудности решения подобного рода задач, когда вектор состояния объекта не совпадает с вектором выходных координат, связанные с необходимостью решения вспомогательной задачи относительно вектора состояния объекта и последующим переходом к интересующим нас выходным координатам объекта. С решением последней непосредственно связан вопрос реализуемости квазиоптимального регулятора.

Постановка задачи. Рассматривается случай, когда доступны измерению только выходные координаты объекта. Объект полагаем вполне управляемым.

Запишем уравнения динамики непосредственно относительно выходных координат объекта (1), что позволит упростить процедуру синтеза оптимальной замкнутой системы, и попытаемся решить оптимальную задачу, оперируя лишь этими координатами.

$$\left[p^n + l_1 e^{-p\theta_1} p^{n-1} + \dots + l_j e^{-p\theta_j} p^{n-j} + \dots + l_n e^{-p\theta_n} \right] y = GU, \quad (3)$$

где y – вектор координат выхода объекта;

U – вектор координат управления объекта;

$p = d/dt$ – оператор дифференцирования;

θ – время эффекта последствия;

l_j – постоянные коэффициенты, определяемые коэффициентами матрицы B_i

G – полиномиальная матрица, элементы которой являются многочленами с постоянными коэффициентами относительно оператора дифференцирования p и определяемая выражением:

$$G = \sum_i P_i e^{-\pi_i p} \cdot \Delta \cdot \sum_j M_j e^{-\mu_j p}; \quad (4)$$

Δ – присоединенная матрица по отношению к матрице $\left(pE - \sum_i B_i e^{-\beta_i p} \right)$.

По сути, многочлен в левой части выражения (3) является характеристическим уравнением объекта (1) и определяется как $\det \left[pE - \sum_i B_i e^{-\beta_i p} \right]$.

Предположим, что система замыкается через звено, которое описывается уравнением:

$$\left[p^r + \alpha_1 p^{r-1} + \dots + \alpha_l \right] z = Nu, \quad (5)$$

где z – вектор координат выхода звена обратной связи, размерность которого совпадает с размерностью вектора выхода объекта y ;

N – полиномиальная матрица, элементы которой являются многочленами с постоянными коэффициентами относительно оператора дифференцирования p

$$h_{ii} = [d_q p^{q-1} + \dots + d_1 (p^s + \chi_s p^{s-1} + \dots + \chi_1)] e^{-\delta_{ii} p}, \quad (6)$$

$$h_{ij} = 0, \quad \text{при } i \neq j, \quad i = 1, 2, \dots, l;$$

δ_{ii} – время запаздывания в канале обратной связи.

Т.е. обратная связь в синтезируемой системе осуществляется через инерционно–форсирующее звено, выбор параметров которого позволяет смоделировать различные типы обратных связей.

Многочлен в левой части выражения (5) является характеристическим полиномом звена обратной связи.

Поскольку для простоты решения мы перешли к вектору координат выхода то вместо функционала (2) зададимся целью управления в виде функционала

$$J = \int_0^{\infty} (y_{\text{зад}} - z)^T \cdot (y_{\text{зад}} - z) dt. \quad (7)$$

Функционал (7) представляет собой интегральный критерий вектора среднеквадратичной ошибки, определяющей близость измеряемого вектора замкнутой системы к заданному.

Требуемые показатели качества замкнутой системы управления вполне определенно задаются желаемым уравнением следующего вида

$$[p^v + \gamma_1 p^{v-1} + \dots + \gamma_k p^{v-k} + \dots + \tau_v] y = \Gamma y_{\text{зад}}, \quad (8)$$

где $y_{\text{зад}}$ – задающее воздействие системы;

Γ – полиномиальная матрица, элементы которой являются многочленами с постоянными коэффициентами относительно оператора дифференцирования p

$$\Gamma_{ij} = [\gamma_{v-\lambda+1} p^{\lambda-1} + \dots + \gamma_{v-1} p + \gamma_v] e^{-p \tau_{ij}}, \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, l;$$

v и λ – порядок и астатизм синтезируемой системы, по ij –каналу соответственно;

γ_k – коэффициенты, задающие распределение корней характеристического уравнения замкнутой системы;

τ_{ij} – время чистого запаздывания по ij –каналу, значение которого выбирается согласно (4) и (6).

Задача управления в этом случае будет сводиться к определению такого закона регулирования в форме

$$R^1(p, \tau, \theta)(y_{\text{зад}} - \mathcal{E}) = R^2(p, \tau, \theta)U, \quad (10)$$

который присоединенный к объекту управления (3) с учетом звена обратной связи (5) гарантировал бы минимальное значение функционалу (7).

В выражении (10) $R_1(p, \tau, \theta)$ и $R_2(p, \tau, \theta)$ – многочлены некоторых степеней оператора дифференцирования с коэффициентами, зависящими от фазовых координат объекта и времен запаздываний.

Для обеспечения автономности системы необходимо, чтобы обеспечивалась диагональность произведения полиномиальных матриц $R_1 \cdot G$. Матрица R_1 всегда будет диагональной, если полиномиальная матрица G желаемой замкнутой системы выбрана также диагональной. Диагональность матрицы G гарантирует частичную компенсацию взаимосвязей объекта. Полная компенсация возможна, лишь в случае диагональности матрицы G , при этом будет обеспечена автономность системы в целом. Диагональность матрицы G не всегда соблюдается в силу специфики объекта управления, т.е. взаимосвязей переменных состояния. Поэтому введем дополнительное корректирующее устройство с полиномиальной матрицей G_k , которое обеспечивало бы диагональность произведения полиномиальных матриц $R_1 \cdot G_k \cdot G$. Компенсатор будем искать в виде

$$G_k = \sum_i P_i e^{-\tau_i p} \cdot (\Delta)^{-1} \cdot \sum_j M_j e^{-\mu_j p}. \quad (11)$$

Данная работа является обобщением работ [4,5]

Изложение материала и его результаты. Замкнутая система (3), (4), (10) и (11) будет описываться соотношением

$$\begin{aligned} & \left\{ \left[p^n + l_1 e^{-p\theta_1} p^{n-1} + \dots + l_j e^{-p\theta_j} p^{n-j} + \dots + l_n e^{-p\theta_n} \right] \cdot \right. \\ & \left. \cdot \left[p^r + \alpha_r p^{r-1} + \dots + \alpha_1 \right] \cdot R_2 + G \cdot G_k \cdot H \cdot R_1 \right\} \mathcal{E} \\ & = G \cdot G_k \cdot \left[p^r + \alpha_r p^{r-1} + \dots + \alpha_1 \right] \cdot R_1 y_{\text{зад}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Путем ряда последовательных разложений полиномиальных матриц G , G_k , H и Γ по элементам различных строк и столбцов эти матрицы могут быть представлены в виде многочлена

$$\begin{aligned}
G &= p^m + G_1 p^{m-1} + \dots + G_i p^{m-i} + \dots + G_m; \\
G_k &= p^m + G_{k1} p^{m-1} + \dots + G_{ki} p^{m-i} + \dots + G_{km}; \\
H &= H_1 p^{q-1} + \dots + H_q p^s + H_q X_1 p^{s-1} + \dots + H_q X_s; \\
\Gamma &= \Gamma_1 p^{\lambda-1} + \dots + \Gamma_{v-1} p + \Gamma_v,
\end{aligned} \tag{13}$$

коэффициенты которых G_i , G_{ki} , H_i , X_i , Γ_i представляют собой уже числовые матрицы той же размерности что и исходные матрицы G , G_k , H , Γ соответственно. Кроме того, элементы этих числовых матриц на основании уравнений (4), (6), (9) и (11) могут содержать звенья чистого запаздывания.

Сравнивая (8) и (12) с учетом (13) и выполнив математические преобразования, получим

$$\begin{aligned}
R_1(p, \tau, \theta) &= \left[p^m + G_{k1} p^{m-1} + \dots + G_{ki} p^{m-i} + \dots + G_{km} \right] \cdot \\
&\cdot \left[E p^r + \alpha_r E p^{r-1} + \dots + \alpha_1 E \right] \cdot \left[\Gamma_1 p^{\lambda-1} + \dots + \Gamma_{v-1} p + \Gamma_v \right];
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
R_2(p, \tau, \theta) &= \left\{ \left[E p^v + \gamma_1 E p^{v-1} + \dots + \gamma_k E p^{v-k} + \dots + \gamma_v E \right] \cdot \right. \\
&\cdot \left[E p^r + \alpha_r E p^{r-1} + \dots + \alpha_1 E \right] - \left[\Gamma_1 p^{\lambda-1} + \dots + \Gamma_{v-1} p + \Gamma_v \right] \cdot \\
&\cdot \left. \left[H_1 p^{q-1} + \dots + H_q p^s + H_q X_1 p^{s-1} + \dots + H_q X_s \right] \right\},
\end{aligned} \tag{15}$$

где E – единичная матрица n -го порядка.

В уравнения (14), (15) единичная матрица введена для упрощения процедуры вычисления матричных многочленов $R_1(p, \tau, \theta)$ и $R_2(p, \tau, \theta)$.

Анализируя (13) можно отметить, что регулятор (10) будет физически реализуем, если

$$v \geq n + \lambda - 1, \tag{16}$$

а также

$$\begin{aligned}
&\left[p^m + G_{k1} p^{m-1} + \dots + G_{ki} p^{m-i} + \dots + G_{km} \right] \cdot \\
&\cdot \left[E p^r + \alpha_r E p^{r-1} + \dots + \alpha_1 E \right] \geq \left[\Gamma_1 p^{\lambda-1} + \dots + \Gamma_{v-1} p + \Gamma_v \right] \cdot \\
&\cdot \left[H_1 p^{q-1} + \dots + H_q p^s + H_q X_1 p^{s-1} + \dots + H_q X_s \right].
\end{aligned} \tag{17}$$

По сути неравенства (16) и (17) накладывают ограничения на реализацию регулятора, который обеспечивал бы заданные показатели качества при требуемом астатизме системы управления объектом с запаздываниями, описываемый выражением (8).

Реализация регулятора. Раскрывая (15) с учетом, что $s < r$, $q < r$ и подставляя в (10) получим

$$\begin{aligned} & \left[W_0 p^{m+r+\lambda-1} + (W_1 + G_{k1}) p^{m+r+\lambda-2} + \dots + \right. \\ & \left. + (W_{m+r+\lambda-1} + G_{k_{m+r+\lambda-1}}) \right] \cdot (y_{\text{зад}} - z) = \\ & \left[p^{v+r} + Q_1 p^{v+r-1} + \dots + (Q_{\lambda+q-2} - K_{\lambda-2}) \cdot p^{\lambda-2} + \right. \\ & \left. + \dots + (Q_{v+r} - K_{v+r}) \right] U, \end{aligned} \quad (18)$$

где W_i, Q_i, K_i , числовые матрицы, коэффициенты которых зависят от коэффициентов выражений (15). Причем элементы матрицы $K_i = \|K_{ij}\|$ содержат звенья чистого запаздывания τ_{ij} .

Регулятор (10) возможно реализовать на базе интегрирующих фильтров

$$\begin{aligned} \dot{v}_i &= v_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, v+r-1; \\ \dot{v}_{v+r} &= U^*, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} U^* &= (y_{\text{зад}} - z) - (Q_{v+r} - K_{v+r}) v_1 - \dots \\ &- (Q_{v+r-2} - K_{m+v+r-2}) v_{\lambda+q-1} - \dots - Q_1 v_{v+r}. \end{aligned}$$

v – вектор координат выхода многомерного регулятора

В этом случае фазовые координаты фильтра (19) позволяют сформировать управление

$$\begin{aligned} U &= (W_{m+r+\lambda-1} + G_{k_{m+r+\lambda-1}}) v_1 + (W_{m+r+\lambda-2} + G_{k_{m+r+\lambda-2}}) v_2 + \\ &+ \dots + (W_1 + G_{k1}) v_{m+r+\lambda-1} + M_0 v_{m+r+\lambda}. \end{aligned} \quad (20)$$

Рассмотрим синтез многомерного регулятора на конкретном примере. Пусть уравнения объекта управления заданы в матричной форме

$$\begin{aligned} \dot{x} &= B_0 x + B_1 x(t - \beta_1) + M_1 u(t - \mu_1) + M_2 u(t - \mu_2); \\ y &= P x, \end{aligned} \quad (21)$$

где $B_0 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}, M_1 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$
 $\beta_1=1, \mu_1=5, \mu_2=3.$

Применяя преобразование Лапласа к (21), перейдем к частотному представлению в виде

$$\left((p+2)^2 - 0.5e^{-p} \right) y \left(\left[\begin{array}{cc} 0.4e^{-5p} & 0 \\ 0 & 0.5e^{-3p} \end{array} \right] p + \left[\begin{array}{cc} 0.8e^{-5p} & 0.25e^{-p} \\ 0.4e^{-5p} & 1.0e^{-3p} \end{array} \right] \right) u. \quad (22)$$

Предположим, что обратная связь объекта осуществляется через измерительное устройство вида

$$z = Hy, \quad (23)$$

где z – измеряемый выход, $H = \left[\begin{array}{cc} e^{-\delta_{11}p} & 0 \\ 0 & e^{-\delta_{22}p} \end{array} \right]$, а $\delta_{11}=3$, $\delta_{22}=2$.

Через δ_1 и δ_2 обозначены запаздывания сосредоточенные в датчиках первой и второй выходных (т.е. измеряемых) координат.

Для начала определим матричный полином компенсационного устройства, используя формулу (11). В результате имеем

$$G_k = \frac{1}{(p^2 + 4p + 4 - 0.5e^{-p})} \left(\left[\begin{array}{cc} e^{-5p} & 0 \\ 0 & e^{-3p} \end{array} \right] p + \left[\begin{array}{cc} 2e^{-5p} & e^{-3p} \\ -0.5e^{-6p} & 2e^{-3p} \end{array} \right] \right). \quad (24)$$

Задавшись требуемыми характеристиками замкнутой системы в виде (8) с учетом условия реализуемости (16) и (17), получим

$$\left[p^2 + \gamma_1 p + \gamma_2 \right] y = \left[\begin{array}{cc} \gamma_2 e^{-\tau_{11}p} & 0 \\ 0 & \gamma_2 e^{-\tau_{22}p} \end{array} \right] y_{\text{зад}}, \quad (25)$$

где через τ_{11} и τ_{22} обозначены запаздывания определяемые как $\tau_{ii} = \mu_{ii} + \delta_{ii}$, и равные соответственно $\tau_{11}=8$ и $\tau_{22}=7$;

$\gamma_1=4$, $\gamma_2=4$ – коэффициенты, гарантирующие апериодический переходный процесс по заданию длительностью 3с по каждому каналу без учета времени запаздывания по этим каналам.

Подставляя (22), (23), (24) и (25) в выражения (14) и (15) определения матричных полиномов регулятора получим с учетом (18) для первого и второго управлений, которые реализуем при помощи интегрирующих фильтров вида

$$\begin{aligned} \dot{v}_1^1 &= v_2^1; \\ \dot{v}_2^1 &= U_1^* - U_1^* \left(y_{\text{зад}1} - z_1 \right) - 4v_2^1 - 4(1 - e^{-8p})v_1^1, \end{aligned}$$

фазовые координаты фильтра позволяют сформировать компенсационное управление для первого выхода объекта

$$u_1 = 10(2v_1^1 + v_2^1) - 10v_1^2.$$

Управление второго регулятора для второго выхода

$$\begin{aligned} \dot{v}_1^2 &= v_2^2; \\ \dot{v}_2^2 &= U_1^* - U_2^* (y_{\text{зад}2} - z_2) - 4v_2^2 - 4(1 - e^{-7p})v_1^2, \\ u_2 &= 8(2v_1^2 + v_2^2)e^{-2p} - 16e^{-3p}v_1^1. \end{aligned}$$

Качество регулирования системы управления в случае автономности иллюстрирует рис.1, где показано поведение замкнутой системы при изменении задания от $y_{\text{зад}1}=0, y_{\text{зад}2}=0$ до $y_{\text{зад}1}=1, y_{\text{зад}2}=1$ при одновременном изменении уставок. Как видно из представленных графиков переходных процессов качество замкнутой системы отвечает заданному, а это в свою очередь подтверждает, что предложенная стратегия обеспечивает автономное управление.

Выводы и направления дальнейших исследований.

Рассмотренный метод синтеза позволяет компенсировать влияния запаздываний на устойчивость системы, обеспечивает автономность и требуемые показатели качества регулирования по каждому выходу объекта управления. Кроме того, изложенный метод синтеза многомерных систем управления с запаздываниями общего типа обладает: 1) упрощенной процедурой расчета структуры и параметров многомерного регулятора, по сравнению с другими известными методами; 2) возможностью синтеза регулятора даже в случае не совпадения вектора состояния объекта с вектором выходных координат; 3) однотипностью в смысле реализуемости на базе интегрирующих фильтров; 4) универсальностью, так как его, можно применять при построении многомерных систем управления линейными объектами, как с запаздываниями так и без запаздываний; 5) возможностью учитывать несколько различных некрратных запаздываний по каналам управления и состояния.

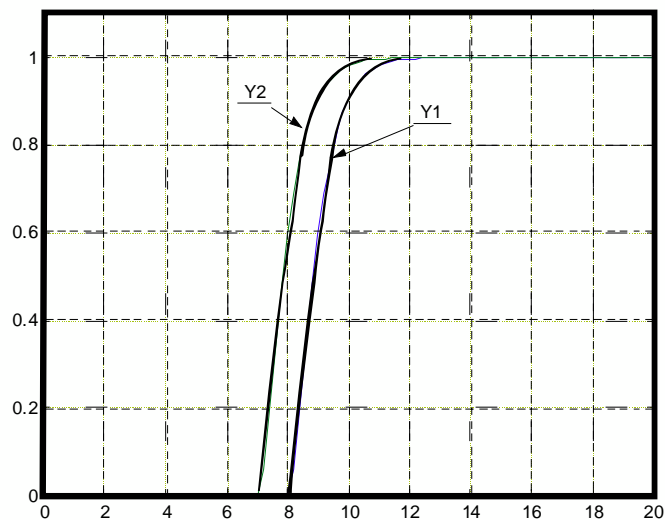


Рисунок 1 – Графики переходных процессов в системе управления с полной компенсацией взаимосвязей при ступенчатом изменении задающего воздействия $u_{зад1}=1$, $u_{зад2}=1$

Запропоновано метод синтезу замкнених багатомірних систем керування об'єктом із запізнюваннями загального виду. Приводяться вираження, що забезпечують реалізацію багатомірного регулятора на базі інтегруючих фільтрів і розрахунок його параметрів, що забезпечують задані показники якості.

The method of synthesis closed to the large dimension of control systems of object with delays of a general view is offered. The expressions are resulted which provide a realization of the large dimension of a regulator on the basis of integrating filters and account of his parameters providing given parameters of quality.

Библиографический список.

1. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. Пер. с польского. – М.: Машиностроение, 1974. -328с.
2. Кіку А.Г., Білоус Т.І. Квaziоптимальні регулятори для об'єктів з чистим запізнюванням. // Праці міжнародної конференції з управління "Автоматика 2000" – Львів: 2000. Том 2, С.115–120.
3. Янушевский Р.Т. Управление объектами с запаздыванием. М.: Наука, 1978.
4. Ткачев Р.Ю. Аналитическое конструирование регуляторов для объектов с чистым запаздыванием.// Наукові праці ДонНТУ – Донецьк: ДонНТУ. 2006. Вып.12(113), С.275-281.
5. Дрючин В.Г., Ткачев Р.Ю. Синтез регуляторов на базе интегрирующих фильтров систем управления объектами с запаздыванием в координатах состояния и управления. //Сборник научных трудов ДонГТУ –Алчевск:ДонГТУ, 2007. Вып.24, С.391-396.

Рекомендовано к печати к.т.н., проф. Паерандом Ю.Э.