

*к.т.н. Кузьмина О.М.,
н.с. Фирсова Т.И.
(НМетАУ, Днепрпетровск, Украина)*

ЗАДАЧА РЕОЛОГИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ В ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

Вирішена задача реологічної подоби для процесів обробки металів тиском, яка базується на характерних особливостях сімейств пластометричних кривих.

Постановка задачи. Одной из проблем физического моделирования является определение критериев соответствия природы и модели, т.е. решение задач подобия. Для процессов обработки металлов давлением подобие устанавливается по группам характерных параметров, а именно: геометрическим, микрогеометрическим, кинематическим, реологическим и т.д. [1]. При построении систем критериев исследуемого процесса решаются задачи подобия практически для каждой группы параметров. Так как теория подобия носит общеметодологический характер, то выбор методов и приемов решения должен обуславливаться прежде всего закономерностями, связывающими параметры в выделенной группе.

Как показывает анализ научно-технической литературы, определение критериев реологического подобия вызывает наибольшие затруднения. Такие критерии получают, как правило, из параметров, входящих в реологические уравнения [1]. Известные на сегодняшний день реологические уравнения описывают с различной степенью точности либо монотонно упрочняющиеся материалы (II реологический класс [2]), либо материалы, имеющие один максимум на кривых $\sigma - \bar{\epsilon}$ (III реологический класс). Для материалов с более сложным характером указанных кривых аналитических зависимостей нет. Поэтому желательно строить критерии реологического подобия непосредственно на опытных данных, без их аналитического описания. В настоящее время основными, а зачастую и единственными, опытными данными по реологии металлов являются пластометрические кривые, которые в общем виде можно представить:

$$\sigma = \sigma(\bar{\epsilon}, \dot{\epsilon}, T), \quad (1)$$

где σ – сопротивление деформации; $\bar{\varepsilon}$ – степень деформации;
 $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации; T – температура деформируемого
металла.

Цель работы состоит в решении задачи реологического подобия на основе характерных особенностей семейств пластометрических кривых без их аналитического описания. Задача решается на примере металлов III реологического класса.

Характерные особенности семейства пластометрических кривых. Анализ научно-технической литературы [3] позволяет представить зависимость $\sigma(\bar{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}, T)$ для изотермических процессов в следующем виде:

$$\sigma_S = f_\varepsilon(\sigma_0, \varepsilon) \cdot f_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}) \quad (2)$$

На рисунке 1 схематически показаны пластометрические кривые III реологического класса в координатах $\sigma, \bar{\varepsilon}$. Функция $f_\varepsilon(\sigma_0, \varepsilon)$ определяет характер кривой в координатах $(\sigma, \bar{\varepsilon})$; а функция $f_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon})$ – закономерности распределения пластометрических кривых в координатах $(\sigma, \dot{\varepsilon})$. Согласно (2), характер и взаимное расположение кривых должны определяться критериями деформационного и скоростного подобия, при равенстве которых и устанавливается соответствие двух или нескольких семейств пластометрических кривых.

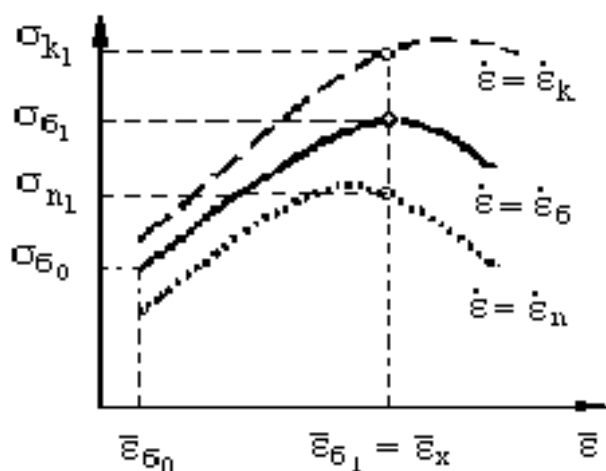


Рисунок 1 – Семейство пластометрических кривых в координатах $\sigma, \bar{\varepsilon}$

Поиск подобных семейств пластометрических кривых металлов существенно облегчается, если предварительно выделить базовые кривые $\sigma - \bar{\varepsilon}$ этих семейств. В процессах ОМД базовые кривые определяются после анализа скоростных параметров натурального технологического процесса и его модели. На рисунке 1 базовая кривая, отображающая характерные особенности всего семейства кривых $\sigma - \bar{\varepsilon}$ в диапазоне ско-

ростей деформации $[\dot{\varepsilon}_n, \dot{\varepsilon}_k]$, нанесена сплошной линией. Все параметры, относящиеся к этой кривой, помечены индексом «б»; к кривой $\sigma - \bar{\varepsilon}$ при $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_n$ – индексом «n»; к кривой $\sigma - \bar{\varepsilon}$ при $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_k$ – индексом «k».

Решение любой задачи подобия должно начинаться с составления списка основных параметров. Общий список характерных параметров семейства пластометрических кривых (металл III –го реологического класса) в диапазоне скоростей деформаций $[\dot{\varepsilon}_n, \dot{\varepsilon}_k]$ имеет вид:

$$\begin{array}{ll} \text{для базовой кривой} & \bar{\varepsilon}_{b0}; \bar{\varepsilon}_{b1}; \sigma_{b0}; \sigma_{b1}; \dot{\varepsilon}_b; \\ \text{для кривой с индексом «n»} & \sigma_{n0}; \sigma_{n1}; \dot{\varepsilon}_n; \\ \text{для кривой с индексом «k»} & \sigma_{k0}; \sigma_{k1}; \dot{\varepsilon}_k, \end{array} \quad (3)$$

где σ_{b0} – сопротивление деформации при малых значениях деформации, например, при $\bar{\varepsilon}_{b0} = 0,05$; $\sigma_{b1}(\sigma_{\max})$ – значение сопротивления деформации при характеристической степени деформации – $\bar{\varepsilon}_{b1} = \bar{\varepsilon}_x$; $\dot{\varepsilon}_b$ – скорость деформации, соответствующая базовой кривой.

Метод решения задачи. Список (3) состоит в основном из одноименных первичных параметров, и задача подобия на первый взгляд достаточно проста. Метод решения – метод анализа размерностей – определен ее постановкой. Если к списку параметров (3) применить π -теорему в ее классической формулировке, то из 11 параметров (кол-во независимых размерностей – две: сек^{-1} и МПа) можно образовать 9 безразмерных комплексов:

$$\bar{\varepsilon}_{b0}; \bar{\varepsilon}_{b1}; \frac{\sigma_{b1}}{\sigma_{b0}}; \frac{\sigma_{n0}}{\sigma_{b0}}; \frac{\sigma_{n1}}{\sigma_{b0}}; \frac{\dot{\varepsilon}_n}{\dot{\varepsilon}_b}; \frac{\sigma_{k0}}{\sigma_{b0}}; \frac{\sigma_{k1}}{\sigma_{b0}}; \frac{\dot{\varepsilon}_k}{\dot{\varepsilon}_b}. \quad (4)$$

Сходственными точками в координатах $\sigma, \bar{\varepsilon}$ для металлов любого класса реологической сложности будут точки, для которых $\bar{\varepsilon}_{\text{нат}} = \bar{\varepsilon}_{\text{мод}}$. Параметр $\bar{\varepsilon}_{b1}$ – безразмерный и является критерием подобия, устанавливающим соответствие сходственных точек двух сравниваемых базовых кривых. Так как в дальнейших выкладках параметр $\bar{\varepsilon}_{b0}$ принимается равным 0,05, то его можно (как постоянную величину) исключить из списка (4).

Однако π -теорема формулируется для любой физической задачи с одним зависимым и остальными независимыми параметрами [4]. Сложность же данной задачи заключается в том, что приведенные параметры могут быть связаны определенной зависимостью. В этом случае и между безразмерными комплексами также существует взаимосвязь и воз-

можно алгебраические операции над ними (как вторичными величинами), совершать которые можно либо исходя из физической природы этой взаимосвязи, либо руководствуясь здравым смыслом производимых преобразований.

Свойства аффинных преобразований. Для поиска взаимосвязей между безразмерными комплексами рассмотрим свойства аффинных преобразований, которые можно сформулировать следующим образом [5]: множество точек прямой **a** отображается на множество точек прямой $f(a)$; каждая прямая **переходит** в прямую; если прямые **a** и **b** параллельны, то при аффинном преобразовании $f(a)$ параллельны $f(b)$. Для аффинно подобных преобразований характерна пропорциональность линейных размеров по соответствующим осям

$$x_{A_i} / x_{B_i} = k_x ; y_{A_i} / y_{B_i} = k_y , \quad (5)$$

где x_{A_i} и x_{B_i} ; y_{A_i} и y_{B_i} - координаты сходственных точек; k_x, k_y - масштабы аффинных преобразований (являются константами, в общем случае $k_x \neq k_y$).

На рисунке 2 представлены примеры графических фигур, полученных при помощи аффинных преобразований из кривой 1 с разными масштабами преобразований. Если фигуры подобны, то для любых сходственных точек фигур, полученных аффинным преобразованием, можно записать, например: $y_{A_1} / y_{B_1} = y_{A_2} / y_{B_2} = k_y$ и т.д.

Применение аффинных преобразований при решении задач подобия для конкретных систем требует взвешенного анализа взаимосвязей между параметрами системы. Например, при моделировании процессов обработки металлов давлением аффинное или любое другое подобие геометрических параметров процесса недопустимо.

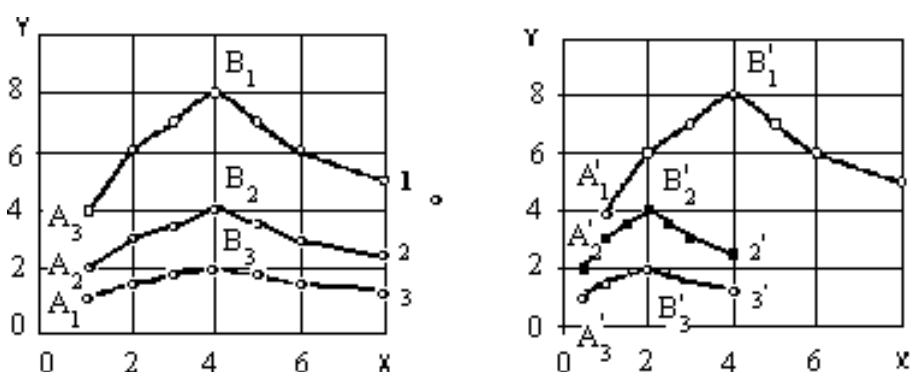


Рисунок 2 – Примеры графических фигур, полученные в результате аффинных преобразований

Как показано выше, чтобы два объекта были аффинно подобны, необходимо соблюдение следующего равенства для любых сходственных точек этих объектов, например

$$\left[\frac{\sigma_i}{\sigma_k} \right]_{\text{нат}} = \left[\frac{\sigma_i}{\sigma_k} \right]_{\text{мод}} = k_\sigma, \quad (6)$$

где $\sigma_{i,k}$ – значения сопротивления деформации в сходственных точках соответственно для семейств пластометрических кривых природы и модели; k_σ – масштаб подобия по оси σ . Масштаб подобия по оси $\bar{\varepsilon}$ равен 1, т.е.:

$$k_{\bar{\varepsilon}} = 1. \quad (7)$$

Критерии реологического подобия. На практике подобие может быть только приближенным, поэтому для подобия двух базовых кривых достаточно принимать в расчет только по две точки на каждой: $\sigma_{\bar{\varepsilon}0}$ при $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{\bar{\varepsilon}0}$ и $\sigma_{\bar{\varepsilon}1}$ при $\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{\bar{\varepsilon}1}$. Для построения определяющего критерия деформационного упрочнения в соответствии с (2) необходимо установить в том или ином виде связь масштабов подобия k_σ и $k_{\bar{\varepsilon}}$. Согласно (6-7) безразмерный симплекс $\sigma_{\bar{\varepsilon}1} / \sigma_{\bar{\varepsilon}0}$ является не только масштабом подобия по оси σ , но и определяющим критерием реологического подобия, учитывающим деформационное упрочнение материала:

$$\left[\frac{\sigma_{\bar{\varepsilon}1}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}} \right]_{\text{нат}} = \left[\frac{\sigma_{\bar{\varepsilon}1}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}} \right]_{\text{мод}} = m_\varepsilon. \quad (8)$$

Таким образом, деформационное подобие металлов III реологического класса определяется двумя критериями: $\varepsilon_{\bar{\varepsilon}1}$, m_ε .

После несложных алгебраических преобразований списка (4), вместо:

$$\frac{\sigma_{H0}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}}; \frac{\sigma_{H1}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}}; \frac{\sigma_{K0}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}}; \frac{\sigma_{K1}}{\sigma_{\bar{\varepsilon}0}}; \frac{\dot{\varepsilon}_H}{\dot{\varepsilon}_{\bar{\varepsilon}}}; \frac{\dot{\varepsilon}_K}{\dot{\varepsilon}_{\bar{\varepsilon}}} \quad (9)$$

получается список безразмерных параметров для граничных пластометрических кривых:

$$\frac{\sigma_{K0}}{\sigma_{n0}}; \frac{\sigma_{K1}}{\sigma_{n1}}; \frac{\dot{\varepsilon}_n}{\dot{\varepsilon}_k}. \quad (10)$$

Безразмерные соотношения $k_{\sigma_0} = \sigma_{K0} / \sigma_{n0}$; $k_{\sigma_1} = \sigma_{K1} / \sigma_{n1}$ являются масштабами подобия семейства пластометрических кривых в координатах $(\sigma, \dot{\varepsilon})$ по оси σ , а $k_{\dot{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon}_n / \dot{\varepsilon}_k$ – масштаб по оси $\dot{\varepsilon}$. При по-

строении определяющего критерия скоростного подобия необходимо ограничиться одним безразмерным комплексом, соответствующим оси σ , например, наиболее надежным соотношением величин сопротивления в области первого максимума кривой $\sigma - \bar{\varepsilon} - k_{\sigma 1} = \sigma_{n1} / \sigma_{k1}$.

Как показывает анализ параметров, входящих в реологические уравнения и характеризующих связь сопротивления деформации и скорости деформации, определяющий критерий, отвечающий полученным ранее [6,7] взаимосвязям, будет иметь вид:

$$m_{\dot{\varepsilon}} = Ln(k_{\sigma}) / Ln(k_{\dot{\varepsilon}}) = Ln\left(\frac{\sigma_{n1}}{\sigma_{k1}}\right) / Ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_n}{\dot{\varepsilon}_k}\right). \quad (11)$$

Выражение (11) соответствует зависимости $\sigma = f_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon})$. Или

$$\frac{d\sigma}{d\dot{\varepsilon}} = \frac{df_{\dot{\varepsilon}}}{d\dot{\varepsilon}} = m_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}) \cdot \frac{\sigma}{\dot{\varepsilon}} \quad \text{или} \quad \frac{d\sigma}{\sigma} = m_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}) \cdot \frac{d\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}}, \quad (12)$$

где $m_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon})$ – функция скоростного упрочнения.

Соотношения вида (12) можно записать для любой непрерывной функции. В общем случае функция $m_{\dot{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon})$ может быть довольно сложной. Анализ справочных данных [6] позволяет ввести некоторый средний постоянный коэффициент $m_{\dot{\varepsilon}}$ по интервалу скоростей деформации $[\dot{\varepsilon}_n, \dot{\varepsilon}_k]$. После интегрирования выражения (12) получим выражение вида (11).

Таким образом, общий список определяющих критериев для металлов III реологического класса без учета ветви разупрочнения имеет вид:

$$\bar{\varepsilon}_{\sigma 1}, m_{\varepsilon}, m_{\dot{\varepsilon}}. \quad (13)$$

На рисунке 3 представлено семейство кривых свинца С1 и базовая кривая стали 10ХН. Интервалы скоростей деформаций и базовые скорости деформаций соответствуют реальному натурному и модельному процессам и равны:

для свинца:	для стали:
[0,01; 1,07]	[0,3; 10]
$\dot{\varepsilon}_{\sigma} = 0,12 \text{ c}^{-1}$	$\dot{\varepsilon}_{\sigma} = 0,3 \text{ c}^{-1}$
$\varepsilon_x = 0,26$	$\varepsilon_x \approx 0,3$
$m_{\varepsilon} = 1,1$	$m_{\varepsilon} = 1,2$
$m_{\dot{\varepsilon}} = 0,15.$	$m_{\dot{\varepsilon}} = 0,12.$

Реологическое подобие этих материалов в указанных интервалах с достаточной точностью выполняется.

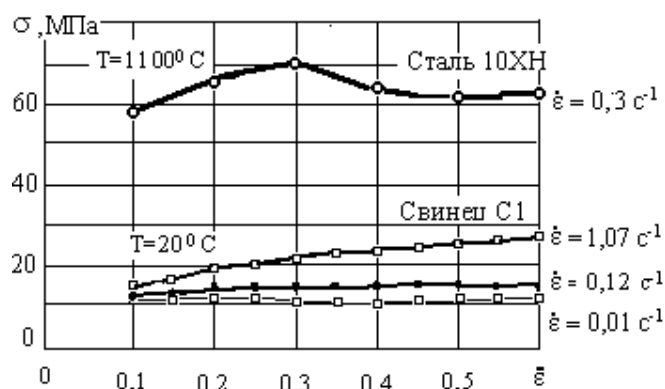


Рисунок 3 – Пластометрические кривые свинца С1 и базовая кривая стали 10ХН

Выводы. На основании анализа характерных особенностей семейств пластометрических кривых и изучения свойств аффинного подобия получены системы критериев реологического подобия, при соблюдении которых возможен выбор материалов, реологически подобных в определенных интервалах изменения параметров ϵ , $\dot{\epsilon}$. Приведенная методика может быть использована для определения критериев реологического подобия материалов любой реологической сложности. Кроме того, сам подход к решению задачи подобия может быть полезен при решении аналогичных задач подобия.

Решена задача реологического подобия для процессов обработки металлов давлением, основанная на характерных особенностях семейств пластометрических кривых.

The technique of definition of criteria rheological of similarity for metals anyone rheological of complexity based on properties affinous of transformations is given.

Библиографический список.

1. Shlomchack G.G., Mamuzic I., Vodopivec F. Rheological similarity of metals and alloys// *J. of Materials Processing Technology, Elsevier, Amsterdam- New-York, 1994.- Vol.40.- P. 315-325.*
2. Шломчак Г.Г. Реологические классы металлов// *Матер. 2-й МК «Материалы для строительства»(IСМВ'93).- Днепрпетровск, 1993.- С.69-70.*

3. Фирсова Т.И. Некоторые особенности реологических математических моделей.// Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії та машинобудуванні. Тем.зб. наукових праць.- Краматорськ.- 2001.- С.209-212.

4. Клайн С.Дж. Подобие и приближенные методы.- М.: Мир, 1968.- 302 с.

5. Мацуо Комаду. Многообразие геометрий. - М.: Знание, 1981. – 208 с.

6. Полухин П.И., Гун Г.Я., Галкин А.И. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов: Справочник. – М.: Металлургия, 1983.- 352 с.

7. Зюзин В.И., Бровман М.Я., Мельников А.Ф. Сопротивление деформации сталей при горячей прокатке. – М.: Металлургия, 1964. – 270 с.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Луценко В.А.