

*аспирант Данько А.В.,
к.т.н., доц. Кулик А.Н.
(ДГМА, г. Краматорск, Украина)*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЯМ

Представлені програмні засоби для математичного моделювання напруженого стану при плоскій деформації з використанням експериментально знайдених граничних умов.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

В настоящее время экспериментальные методы (муар, координатных сеток, слоистых моделей и т.д.) во многих случаях позволяют с достаточной точностью определять деформированное состояние при пластической деформации. Однако экспериментальных методов, обеспечивающих исследование напряженного состояния в самом металле, без замены его фотопрозрачной моделью, пока нет. Поэтому представляет интерес аналитическое определение поля напряжений при пластической деформации по экспериментально найденным граничным условиям.

Для практики особенно важными являются такие исследования при плоской деформации, в частности, при прокатке широких листов на гладкой бочке. Анализ напряженного состояния в этом случае предпочтительно вести методом линий скольжения (МЛС) как вследствие его простоты и широкой распространенности, так и благодаря отсутствию тех проблем (типа блокады объема), которые возникают при применении метода конечных элементов.

Анализ исследований и публикаций.

В литературе была обнаружена только одна работа [1], в которой применялся указанный выше подход. Методика построения сетки линий скольжения в ней не дана и дальнейшего развития это направление не получило.

Постановка задачи.

Ранее нами уже была предпринята попытка исследования поля напряжений по распределению нормального σ_n и контактного τ_k напряжений, найденных при моделировании плоской прокатки в низком очаге деформации методом фотоупругости [2]. Координаты узлов сетки

линий скольжения находились численно, с использованием MathCAD, а визуализация сетки осуществлялась посредством Excel. Такая методика вследствие своей большой трудоемкости не позволяет варьировать переменными процесса, осуществляя т.о. математическое моделирование. Поэтому возникла необходимость в создании программы, обеспечивающей как автоматический расчет, так и визуализацию не только сетки линий скольжения, но и всех параметров напряженного состояния в очаге деформации.

Изложение материала и результаты.

Программа, обладающая вышеуказанными возможностями под названием «Sleeplinesnet» создана в среде MathCAD для возможности ее применения самым широким кругом исследователей. По заданным координатам точек линии контакта металла с инструментом и величине контактных напряжений в этих точках, при заданной пластической постоянной металла k решается задача Коши в криволинейном треугольнике, ограниченном линиями контакта и двумя крайними линиями скольжения. Рассчитываются:

- а) величина среднего нормального напряжения σ_0 в каждом узле сетки и на контакте;
- б) величина угла φ наклона α -линий в каждом узле сетки и на контакте;
- в) координаты узлов сетки;
- г) компоненты тензора напряжений в каждом узле сетки и на контакте.

Визуализируется сетка и 3d-графики распределения компонент напряженного состояния по очагу деформации. Кроме того, программа позволяет «вырезать» ту часть сетки задачи Коши, которая соответствует высоте очага деформации данной задачи.

Ниже приводится пример применения программы «Sleeplinesnet» для анализа напряженного состояния при симметричной прокатке свинца на гладкой бочке с $\varepsilon = 40,2\%$, $l_d/h_{cp} = 1,76$. Использовано распределение контактных напряжений, полученное методом фотоупругости, из работы [2]. При моделировании варьировались число частей N , на которое разбивается линия контакта и пластическая постоянная k , поскольку ранее обнаружено сильное влияние этого параметра не только на поле напряжений, но и на саму возможность построения сетки при заданных условиях.

На рисунках 1 и 2 представлены сетки линий скольжения при $N = 16$ и $N = 32$ при $k = 58\text{МПа}$. Видно, что качественно сетки совпадают и отличаются только степенью подробности. Аппроксимация кривых линий отрезками прямых при $N = 32$ вполне удовлетворительна, несмотря на неравномерность распределения контактных напряжений.

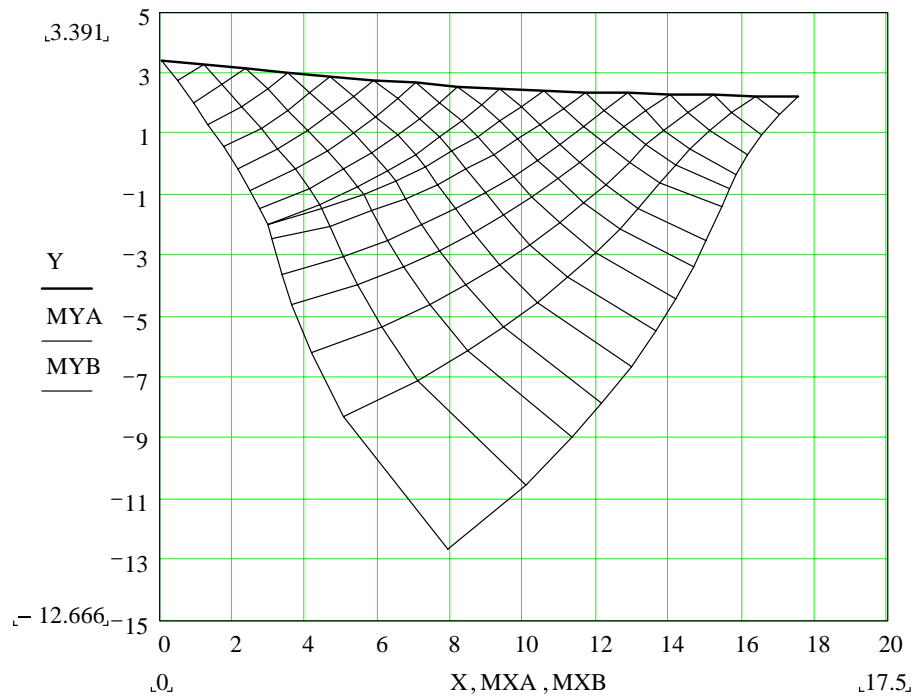


Рисунок 1 – Сетка линий скольжения при $k = 58\text{МПа}$, $N=16$

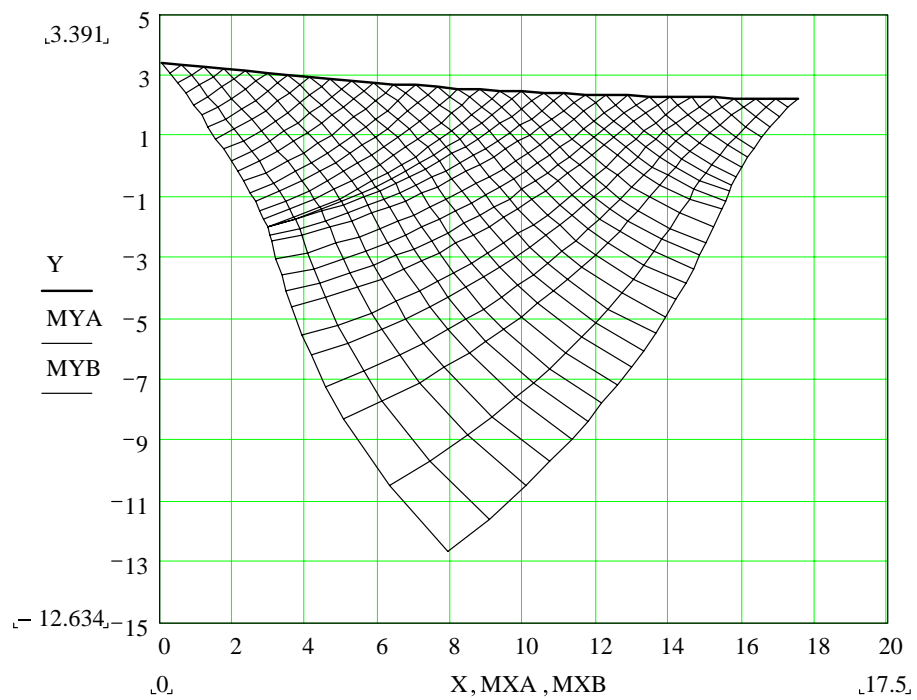


Рисунок 2 – Сетка линий скольжения при $k = 58\text{МПа}$, $N=32$

Поэтому нет необходимости увеличивать число точек разбиения N свыше 100.

Явно завышенное значение пластической постоянной $k = 58$ МПа взято для того, чтобы продемонстрировать возможность построения регулярной сетки. При тех параметрах прокатки, при которых были получены значения контактных напряжений в эксперименте, и по реологическим кривым для свинца марки С1, пластическая постоянная $k = 21$ МПа [3]. Однако ортогональная сетка в этом случае не получается (рис.3).

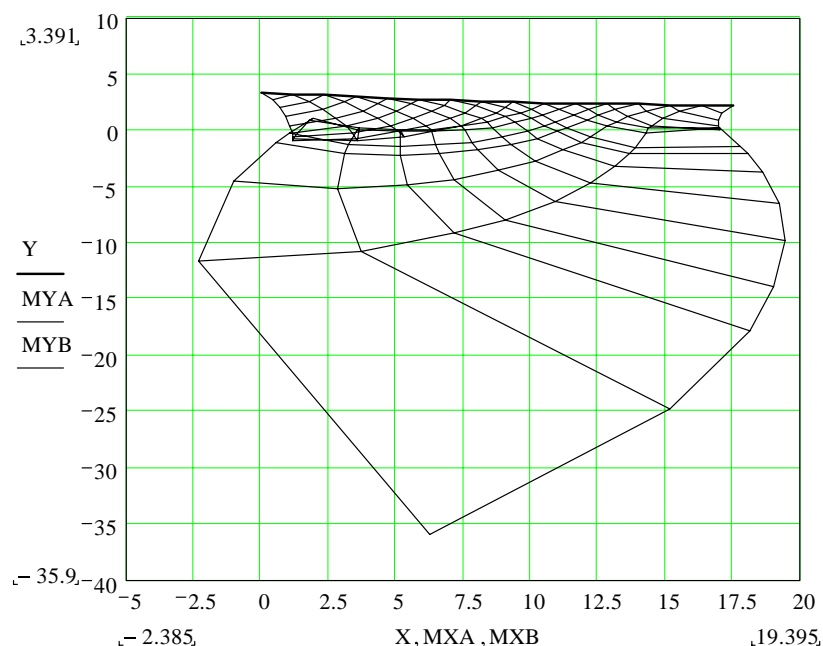


Рисунок 3 – Сетка линий скольжения при $k = 21$ МПа, $N=16$

Имеет место пересечение линий скольжения одного семейства, что недопустимо, т.к. в одной и той же точке не может быть двух разных напряженных состояний. Объяснить это, по нашему мнению, можно тем, что в данном случае неравномерность деформации достаточно велика для того, чтобы вследствие упрочнения значения k в разных частях очага деформации были существенно различными: в районе нейтрального сечения они значительно больше средних, что отражается в граничных условиях. Поэтому только при k больших, чем средние, возможно построение ортогональной сетки. Следовательно, адекватное граничным условиям поле напряжений может быть получено только при учете неравномерности распределения сопротивления деформации в ячейках сетки.

Однако и данная методика, которую можно считать первым приближением, позволяет получить некоторые качественные результаты.

Один из них - явная зависимость характера поля напряжений даже от среднего сопротивления деформации. Чем k меньше, тем неравномерность деформации выше, причем деформация локализуется вблизи контакта с инструментом. При увеличении k неравномерность снижается и в пределе поле становится равномерным. Это видно по рисунку 4, где $k = 6000 \text{ МПа}$.

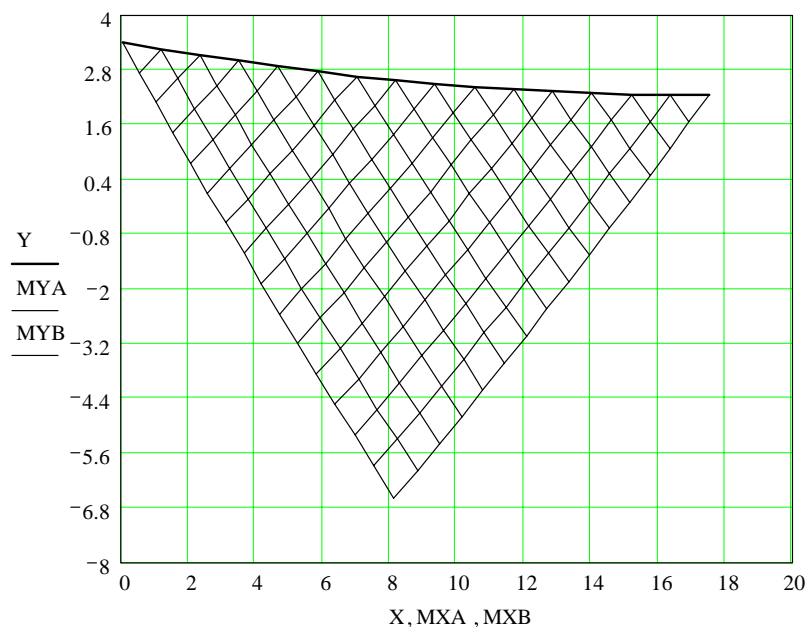


Рисунок 4 – Сетка линий скольжения при $k = 6000 \text{ МПа}$, $N=16$

При прокатке в низком очаге деформации реализуется не вся сетка, полученная решением задачи о начальных значениях, а только та ее часть, которая соответствует половине высоты очага деформации (при симметричном процессе). Программа дает возможность «вырезать» эту часть сетки (рис.5). и, т.о., получить сетку для данного процесса.

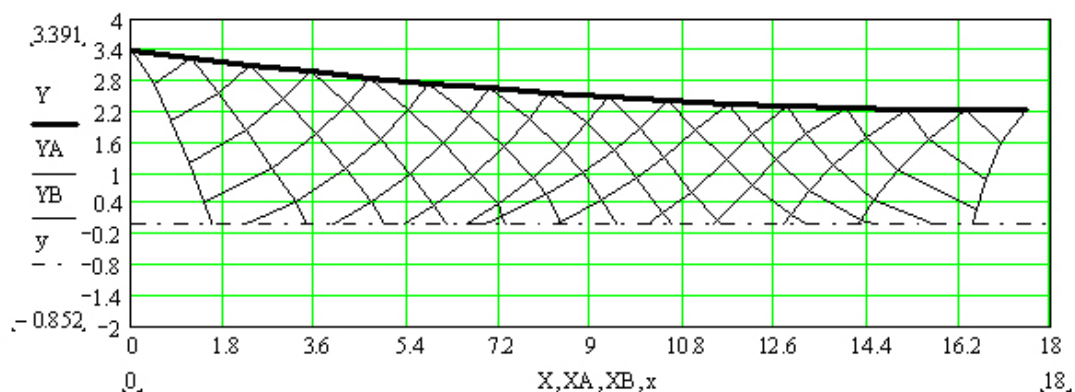


Рисунок 5 – Сетка линий скольжения при прокатке
с $\varepsilon = 40,2\%$, $l_d/h_{cp} = 1,76$, $k = 32 \text{ МПа}$, $N=16$

Выводы.

Созданы программные средства для получения математическим моделированием всех параметров напряженного состояния при плоской деформации в случае постоянства сопротивления деформации. Для получения поля напряжений, адекватного граничным условиям, необходимо их совершенствование учетом изменения сопротивления деформации в каждой ячейке сетки в результате упрочнения.

Представлены программные средства для математического моделирования напряженного состояния при плоской деформации с использованием экспериментально найденных граничных условий.

Programmatic means for the mathematical modelling of the tense state during flat deformation with the use of the experimentally found boundary terms are represented.

Библиографический список.

1. Использование эпюр контактных напряжений для построения поля линий скольжения. / Клименко П.Л., Потапкин В.Ф., Журавлев А.С., Деркач Д.А. // *Обработка металлов давлением. Научн. тр. ДМети*, вып. 59, 1972. – с.23- 26.

2. Федоринов В.А., Кулик А.Н., Данько В.М. Исследование контактных напряжений при асимметричной прокатке методом фотоупругости. / *Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Тем. збірн. наук. праць. Краматорськ, 2007.* - с.369-373.

3. Шломчак Г.Г. *Основи наукових досліджень. Дніпропетровськ, „Пороги”, 2005.* - 161с.