

*к.т.н, доц. Данько В.М.
(ДонГТУ, Алчевск, Украина)*

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРИ ПЛАСТОМЕТРИРОВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ

Доказано, що при виключенні сили тертя на торцях напружений стан при пластометруванні циліндричних зразків дійсно лінійний.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Определение зависимостей между напряжениями и деформациями при фиксированных скоростях деформаций (пластометрирование) в настоящее время является единственным экспериментальным способом установления истинного сопротивления деформации σ_n при деформировании металлов и сплавов. При пластометрировании чаще всего используется осаживание цилиндрических образцов при минимизации трения на торцах различными способами [1]. Измеренная сила делится на текущую площадь торцов и найденное таким образом среднее удельное усилие p_{cp} отождествляется с линейным напряжением сжатия σ_z , которое приравнивается к σ_n . Однако при осаживании цилиндрических образцов выполняются все условия осесимметричной деформации и поэтому при отсутствии трения на торцах:

$$\sigma_n = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - p_{cp})^2 + (p_{cp} - \sigma_\rho)^2}, \quad (1)$$

т.е. радиальное σ_ρ и тангенциальное σ_θ напряжения при их отличии от нуля могут исказить значение истинного сопротивления деформации. Поэтому важно выснить, действительно ли при осаживании цилиндрических образцов без трения возникает линейное напряженное состояние сжатия.

Анализ исследований и публикаций.

Известна работа Е.Зибеля, в которой анализируется напряженное состояние при сжатии цилиндра между шероховатыми плитами [2]. В ней показано, что при отсутствии трения $p_{cp} = \sigma_z$. Но при выводе автор исходил из ничем не обоснованного условия полной пластичности, когда $\sigma_\rho = \sigma_\theta$. В работе [2] указывается, что вносимая этим предположением ошибка неизвестна.

Постановка задачи.

Выяснить, является ли напряженное состояние при пластометрировании цилиндрических образцов без трения на торцах линейным сжатием, не прибегая к произвольному предположению о возникновении полной пластичности.

Изложение материала и результаты.

Из условия постоянства объема при пластической деформации:

$$\xi_\rho + \xi_\theta + \xi_z = 0,$$

где ξ_ρ , ξ_θ , ξ_z – скорости деформаций в радиальном и тангенциальном направлениям и вдоль вертикальной оси z , имеем:

$$\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = -\xi_z. \quad (2)$$

При пластометрировании скорость деформации вдоль оси z постоянна. Вследствие этого ξ_z является константой. Поэтому (2) является простейшим дифференциальным уравнением, которое приводится к двум уравнениям с разделяющимися переменными [3]. Его общее решение:

$$v_\rho = -\frac{1}{2} \xi_z \rho + \frac{C}{\rho}.$$

Из условия равенства нулю скорости v_z на оси симметрии получаем значение произвольной постоянной $C = 0$. Т.о. решение (2):

$$v_\rho = -\frac{\xi_z}{2} \rho.$$

В результате имеем:

$$\xi_\rho = \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -\frac{1}{2} \xi_z; \quad \xi_\theta = \frac{v_\rho}{\rho} = -\frac{1}{2} \xi_z; \quad \xi_\rho = \xi_\theta.$$

По уравнениям Леви-Мизеса для жестко-пластической среды:

$$\xi_\rho = \frac{\xi_i}{\sigma_i} (\sigma_\rho - \sigma_0); \quad \xi_\theta = \frac{\xi_i}{\sigma_i} (\sigma_\theta - \sigma_0),$$

где ξ_i , σ_i – интенсивности напряжений и деформаций.

Разделив первое уравнение на второе и сократив среднее нормальное напряжение σ_0 , получаем: $\sigma_\rho = \sigma_\theta$.

Уравнения равновесия при осесимметричной деформации и отсутствии трения на торцах:

$$\frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0.$$

Т.к. $\sigma_r = \sigma_\theta$, то из первого уравнения $\sigma_r = \text{const}$, следовательно, и $\sigma_\theta = \text{const}$. Из второго уравнения следует, что $\sigma_z = \text{const}$.

Этот вывод соответствует экспериментальным данным работы [4], в которой измерениями твердости по всей площади темплетов цилиндрических образцов, осаженных без трения в условиях холодной деформации, установлено, что твердость в радиальном и осевом направлениях одинакова. Твердость характеризует величину степени деформации, следовательно, величину напряжения.

Величины σ_r и σ_θ можно найти из граничных условий. Т.к. на поверхности образцов σ_r равно нулю, то и во всем объеме оно будет равно нулю. Следовательно, $\sigma_\theta = 0$ и по (1) $\sigma_{ii} = p_{cp}$, а $p_{cp} = \sigma_z$. Т.о. доказано, что при пластометрировании цилиндрических образцов напряженное состояние действительно является одноосным (линейным) сжатием.

Выводы.

Доказано без предположения о возникновении состояния полной пластичности, что при пластометрировании цилиндрических образцов без трения на торцах действительно возникает состояние одноосного сжатия и поэтому найденное таким способом сопротивление деформации соответствует истинному.

Доказано, что при исключении трения на торцах напряженное состояние при пластометрировании цилиндрических образцов действительно является линейным.

It is proved, that at the exception of friction on butt ends the tense state at plastometric tests cylindrical standards indeed is linear.

Библиографический список.

1. Джонсон У., Меллор П. Теория пластичности для инженеров. М.: Машиностроение, 1979. – 565с.
2. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: ГИТТЛ, 1956. – 407с.
3. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. М.: «Наука», 1969. – 735с.
4. Кроха В.А. Кривые упрочнения металлов при холодной деформации. М.: Машиностроение, 1968. - 130с.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Луценко В.А.