

*к.т.н., доц. Окаленов В.Н.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

МЕТОДИКА ПРОГНОЗА ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАБОТЫ ЛАВ И ШАХТ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ОЦЕНКЕ УГОЛЬНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Наведені методи прогнозування середньодобового навантаження на очисні вибої та експлуатаційних і капітальних витрат на видобуток вугілля у лавах та шахтах в цілому.

К основным технико-экономическим показателям (ТЭП) работы угольных шахт относят объемы добычи угля, эксплуатационные и капитальные затраты, прибыль. Их анализ позволяет судить о степени эффективности работы шахт. Поэтому при оценке угольных месторождений, с точки зрения их инвестиционной привлекательности необходимо обеспечивать максимально достоверный прогноз указанных показателей на стадии разработки ТЭО целесообразности освоения месторождений. С учетом этого становится вполне очевидной важность задачи совершенствования методов прогноза технико-экономических показателей отработки угольных пластов на стадии их геолого-экономической оценки.

В настоящее время предложено несколько принципиально различающихся методических подходов к решению поставленной задачи.

Первый основан на использовании укрупненных стоимостных показателей, рассчитываемых по уравнениям множественной регрессии [1-4]. Данные уравнения обычно получают в результате отработки проектных и фактических данных работы угольных шахт [4].

Основной недостаток указанного метода заключается в недостаточной надежности прогнозов, которая в лучшем случае достигает $0,6 \div 0,8$ при точности расчетов $\pm 30\%$ [2, 5]. Авторы работы [6] обращают внимание и на то, что при построении регрессионных моделей не обеспечивается независимость определения коэффициентов регрессии. Это ведет к неопределенности их физического смысла и не позволяет принимать оптимальные управленческие решения. В то же время эти модели в отдельных случаях могут применяться для прогноза ТЭП работы предприятий. Следует также обращать внимание и на то, что степень достоверности прогноза с помощью регрессионных моделей суще-

ственно зависит от однородности исходных данных. Однако этому обстоятельству не уделялось должного внимания [2, 4].

Второй методический подход допускает выполнение прямых калькуляционных расчетов затрат на освоение месторождений [7, 8]. Однако его применение на стадии геолого-экономической оценки весьма ограничено из-за высокой трудоемкости расчетов при большом исходном числе вариантов разработки месторождений, существенной изменчивости геологических факторов в пространстве и времени, их вероятностной природы.

Третий способ прогноза ТЭП основан на использовании данных действующих шахт-аналогов. При этом требуется доказательство аналогичности условий залегания угольных пластов, что выполнить весьма проблематично из-за существенной их изменчивости и неизбежных различий в технологии ведения горных работ.

Четвертый способ основан на интерполяционных расчетах в зависимости от годовой производственной мощности шахт и запасов минерального сырья при базовом и промежуточном вариантах разработки месторождений [9, 10]. Данный способ относительно прост, но он предусматривает наличие линейной связи между эксплуатационными затратами и годовой производственной мощностью шахты, что справедливо лишь для небольших интервалов изменения мощности. Кроме этого годовая производственная мощность шахты зависит не только от объема запасов полезного ископаемого, но и других факторов. В связи с отмеченным последний методический подход обеспечивает лишь весьма приближенные результаты расчетов ТЭП отработки месторождений.

Изложенное выше позволяет сделать вывод о необходимости совершенствования методов прогноза ТЭП освоения угольных месторождений при их геолого-экономической оценке. При этом необходимо стремиться к обеспечению максимальной надежности и простоты методов прогноза. Для этого следует использовать наиболее совершенные и адекватные решаемой задаче математические методы прогнозов, позволяющие извлекать из факторов и учитывать в процессе прогнозирования максимально возможную информацию о прогнозируемых явлениях. Кроме этого в процессе прогнозирования должны учитываться не только геологические, но и технологические факторы, что позволяет в процессе оценки моделировать наиболее прогрессивные их значения. Методы прогноза должны обеспечивать относительно простой способ учета возможных ошибок в исходных данных и отражать характер их влияния на конечный результат.

Анализ известных математических методов прогноза различных явлений [11-14] показал, что наиболее полно указанным выше требованиям удовлетворяют методы, изложенные в работах [12-14]. Они раз-

работаны с учетом основных положений теории информации и распознавания образов.

Не останавливаясь на теоретических положениях указанных методов, рассмотрим их практическое приложение для прогноза среднесуточной нагрузки на лаву (A_c) и участковой себестоимости добычи 1 т угля (C_y).

На первом этапе разработки распознающей системы для прогноза A_c был построен график распределения ее фактических значений собранных на 109 лавах шахт Донбасса в 1984-1986 гг. (рисунок 1).

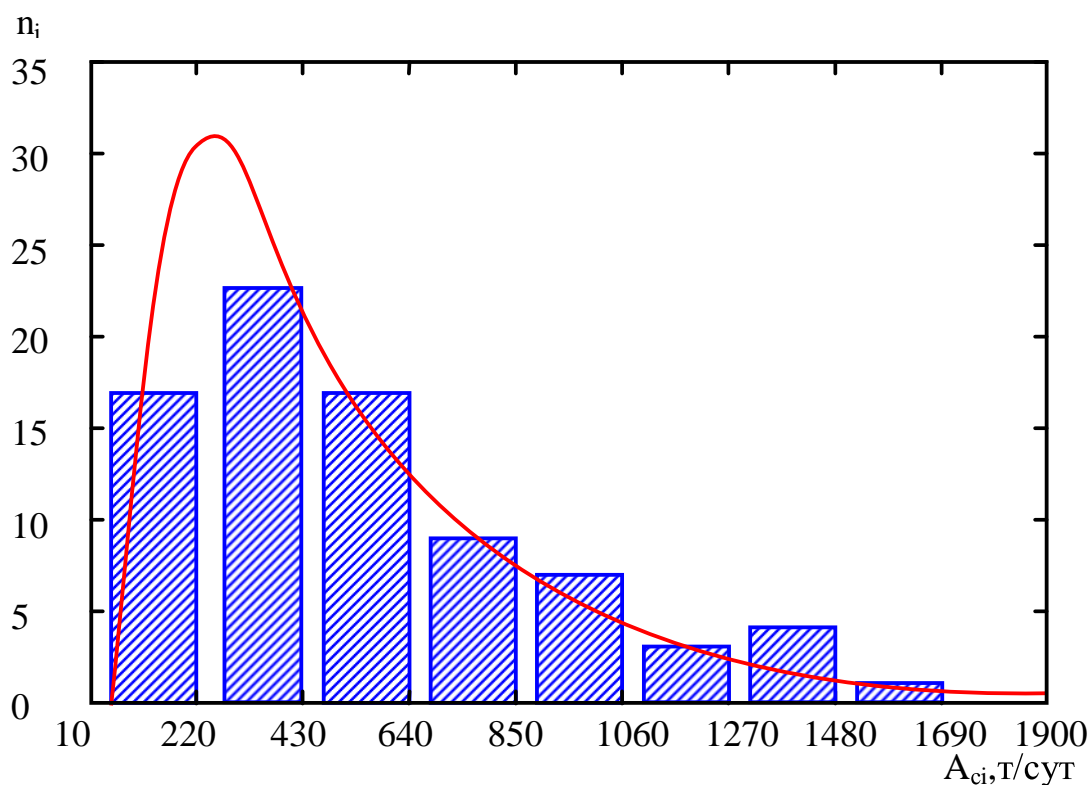


Рисунок 1 – График распределения фактических значений нагрузки на лаву

Из него следует, что распределение A_c подчиняется логнормальному закону. Поэтому в дальнейшем было построено распределение значений $\ln A_c$ (рисунок 2). Оно, как и следовало ожидать, подчиняется нормальному закону.

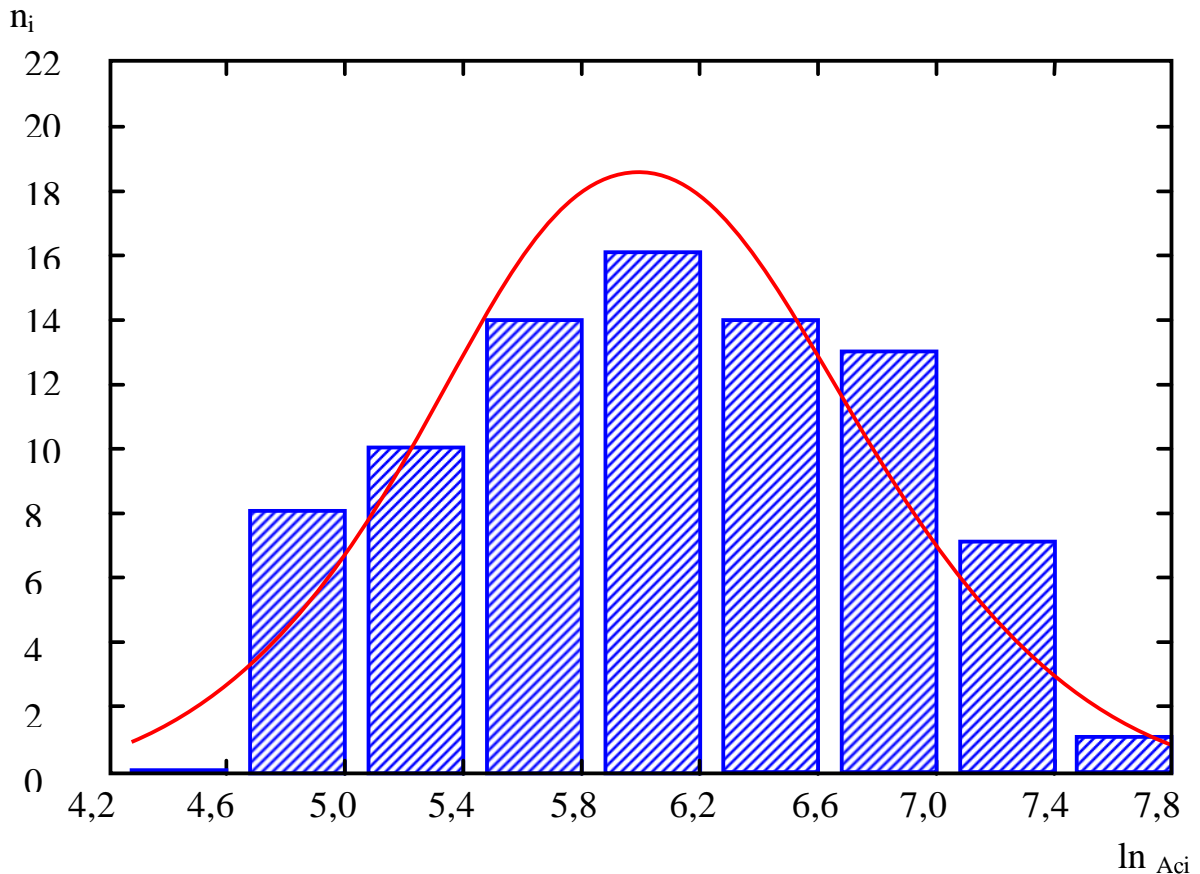


Рисунок 2 – График распределения $\ln A_{ci}$

По этому распределению согласно рекомендаций [14] было выделено 3 характерных интервала изменения A_c : $S1(A_c \leq 250 \text{ т/сут})$, $S2(250 < A_c \leq 750 \text{ т/сут})$ и $S3(A_c > 750 \text{ т/сут})$. При выделении этих интервалов их границы были рассчитаны путем прибавления и вычитания из среднего арифметического значения A_c $1/3$ его среднего квадратического отклонения δ . В дальнейшем по методике [12] были построены две прогностические таблицы (таблица 1 и 2). С их помощью прогнозируются три ранее выделенных интервала изменения A_c . Первый интервал, характеризуется весьма низкими значениями A_c , которым естественно соответствуют и наиболее неблагоприятные геологические и технологические признаки факторов. Второй интервал соответствует средним значениям A_c и третий – высоким. В связи с этим таблицы позволяют дать прогнозную оценку степени благоприятности условий отработки угольных пластов по вероятной величине среднесуточной нагрузки на лаву.

Таблица 1 – Прогностическая таблица для прогноза уровня нагрузки на лаву S1 ($A_c \leq 250$ т/сут) и S2 + S3 ($A_c > 250$ т/сут)

| Порядковый номер фактора | Наименование фактора | Признаки (диапазоны) факторов | Прогностические коэффициенты PK_{ij} |
|--------------------------|---|---|--|
| 1 | Суммарная длина ниш, м ($\sum l_m$) | ≤ 6 6-9 9,1-16 > 16 | 73 18 12 -113 |
| 2 | Система разработки | сплошная, комбинированная, столбовая | -42 -40 44 |
| 3 | Категория пород кровли по устойчивости | Б1 Б2 Б3 Б4 + Б5 | -32 -14 84 44 |
| 4 | Критерий технического уровня средств механизации очистных работ ($\ln K$) | $\leq 0,9$ 0,91-1,8 1,81-2,7 2,71-3,1 > 3,1 | -62 -32 7 43 59 |
| 5 | Тип крепи сопряжения лавы с транспортной выработкой | механизированная, анкерная инвентарная металличе- ская инвентарная деревянная | 60 11 -30 |
| 6 | Обрушаемость пород кровли | A1 + A2 A3 A4 | 5 31 -44 |
| 7 | Тип призабойной крепи | механизированная, индивидуальная гидрав- лическая, индивидуальная трения | 14 -43 -57 |
| 8 | Мощность ложной кровли, м ($m_{лж}$) | $\leq 0,2$ 0,21-0,4 0,41-0,5 0,51-0,8 > 0,8 | 43 5 -5 -35 -48 |
| 9 | Вынимаемая мощность пласта, м ($m_{пл}$) | $\leq 0,7$ 0,71-1,1 > 1,1 | -24 -15 26 |

Таблица 2 – Прогностическая таблица для прогноза уровня нагрузки на лаву S2 ($250 \leq A_c \leq 750$ т/сут) и S3 ($A_c > 750$ т/сут)

| Порядковый номер фактора | Наименование фактора | Признаки диапазоны) факторов | Прогностические коэффициенты $R_{K_{ij}}$ |
|--------------------------|---|---|---|
| 1 | Вынимаемая мощность пласта, м | $\leq 0,95$ 0,96-1,3 > 1,3 | -79 -3 39 |
| 2 | Критерий технического уровня средств механизации очистных работ | ≤ 1 1,1-2,1 2,2-2,7 2,7-3,4 > 3,4 | -32 -28 -17 28 58 |
| 3 | Система разработки | сплошная, комбинированная, столбовая | -71 16 11 |
| 4 | Тип крепи сопряжения лавы с транспортной выработкой | механизированная, анкерная, индивидуальная металлическая, индивидуальная деревянная | 28 20 10 -50 |
| 5 | Суммарная длина ниш, м | ≤ 9 9,1-14 > 14 | 18 -2 -62 |
| 6 | Мощность ложной кровли, м | $\leq 0,3$ 0,31-0,6 > 0,6 | 15 -13 -42 |
| 7 | Категория пород кровли по устойчивости | Б1 Б2 Б3 Б4 + Б5 | -28 -6 19 6 |
| 8 | Тип призабойной крепи | механизированная, индивидуальная | 6 -51 |
| 9 | Обрушаемость пород кровли | A1 + A2 A3 + A4 | 11 -17 |
| 10 | Устойчивость пород почвы | П1 П2 + П3 | -13 9 |

В указанных таблицах факторы расположены в порядке убывания их информативности. Среднее значение этого показателя для таблицы 2

оказалось в 2 раза меньше, чем для таблицы 1. Это свидетельствует, прежде всего, о нелинейном характере влияния учтенных факторов на A_c . Кроме того, половина из включенных в таблицы факторов относятся к технологическим, что подтверждает обязательность учета при оценке месторождений технологии ведения очистных работ.

Знак "-" при прогностических коэффициентах свидетельствует о преобладании для данного признака вероятности интервала с меньшими значениями A_c , а знак "+" наоборот – с большими значениями A_c . При этом, чем больше абсолютная величина RK_{ij} , тем больше указанное преобладание.

Таким образом, анализируя знаки и абсолютную величину RK_{ij} , можно выделить наиболее благоприятные с точки зрения A_c признаки геологических факторов, а также предпочтительные признаки технологических факторов.

Интервальный подход к выделению информативных признаков количественных факторов и наглядный характер их влияния на результаты прогноза позволяет сравнительно просто учитывать возможные ошибки в определении значений, влияющих факторов. Методика их учета подробно изложена в работе [15].

В отдельном пояснении нуждается коэффициент технического уровня средств механизации очистных работ (K). Он рассчитывается по формуле:

$$K = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3}{K_4}, \quad (1)$$

где K_1 – коэффициент, учитывающий массу очистного оборудования;

K_2 – то же - среднесуточную численность рабочих очистного забоя по добыче угля;

K_3 – то же - энерговооруженность очистного оборудования;

K_4 – то же - удельные энергозатраты на разрушение угля.

Значения этих коэффициентов рассчитываются путем деления текущих величин соответствующих показателей на их эталонные величины, установленные по результатам анализа существующего очистного оборудования и организации работ.

Прогноз выделенных интервалов A_c осуществляется путем суммирования RK_{ij} и сравнения полученной суммы с порогами. Различают теоретические и эмпирические пороги. Применение только первых приводит к большому числу неопределенных ответов. Поэтому в этих случаях рекомендуется применять эмпирические пороги [13]. Для таблицы 1 эмпирический порог равен -15 , а для таблицы 2 $+36$. Если

$\sum PK_{ij} \leq -15$, то решение принимается в пользу S1, а если > -15 , то переходят к прогнозу по таблице 2. Если в этом случае $\sum PK_{ij} \leq +36$, то решение принимается в пользу S2, а если $> +36$, то в пользу S3.

Надежность прогнозов по этим таблицам составила 72% при этом ошибки I-го рода (неопасные) составили – 16%, а II-го (опасные) – 12%. Таким образом, надежность прогноза только с учетом опасных ошибок II-го рода составила 88%, что выше приемлемого для практики инженерных расчетов и обоснований в горном деле [5].

В то же время точность прогнозов оказывается небольшой. Она задается шириной выделенных интервалов изменения A_c . В нашем случае относительное отклонение от центра первого интервала составляет $\pm 38\%$, второго $\pm 50\%$ и третьего $\pm 40\%$. Они существенно превышают приемлемое для практических расчетов значение, составляющее $\pm 30\%$.

Для повышения точности прогнозов A_c в пределах интервалов были разработаны следующие регрессионные модели:

для I-го интервала

$$A_c = \frac{216}{e^{0,105N_c}}, \quad (2)$$

где N_c – количество усложняющих ведение очистных работ геологических признаков (точность расчетов составила $\pm 19\%$);

для II-го интервала

$$A_c = 242 \cdot e^{(0,0029Lm_{пл} + 0,0016S_p)}, \quad (3)$$

где L – длина лавы, м;

$m_{пл}$ – вынимаемая мощность пласта, м

$$S_p = PK_{i9} + PK_{i7} + PK_{i10} + PK_{i3} + PK_{i4} + PK_{i8}, \quad (4)$$

где PK_{i9} , PK_{i7} , PK_{i10} , PK_{i3} , PK_{i4} , PK_{i8} – прогностические коэффициенты для соответствующих факторов (точность расчетов составила $\pm 21\%$);

для III-го интервала

$$A_c = \frac{718K^{0,19}}{e^{0,73 \cdot m_{л.к}}}, \quad (5)$$

где $m_{л.к.}$ – мощность ложной кровли (точность расчетов составила $\pm 12\%$).

Для прогноза участковой себестоимости была установлена корреляционная зависимость между этим показателем и среднемесячной добычей угля из лавы. График этой зависимости показан на рисунке 3. Она характеризуется высоким коэффициентом корреляции равным 0,85 и приемлемой погрешностью расчетов $\pm 23\%$, что делает ее приемлемой для практической оценки угольных пластов.

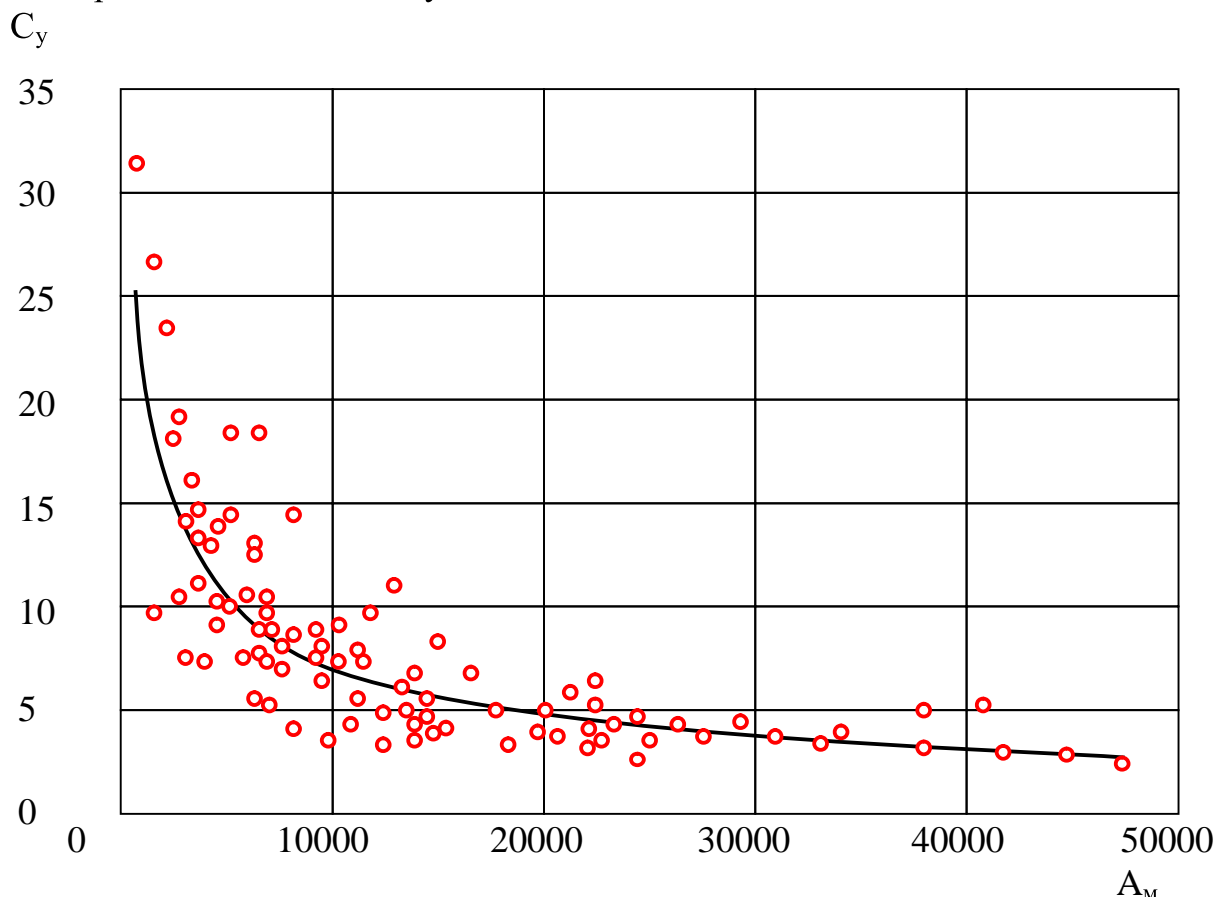


Рисунок 3 – График зависимости C_y от A_M

Однако, как известно, на себестоимость добычи угля оказывают влияние и другие факторы. Поэтому была выполнена проверка силы и характера их влияния на отклонения фактических и расчетных значений ΔC_y . Поскольку закон распределения C_y является логарифмически нормальным (рисунок 4), то производим расчет значений $\Delta \ln C_y$, распределение которых уже подчиняется нормальному закону (рисунок 5).

$$\Delta \ln C_y = \ln C_y - \ln C_{y\phi}, \quad (6)$$

где $C_{y\phi}$ – фактическое значение участковой себестоимости.

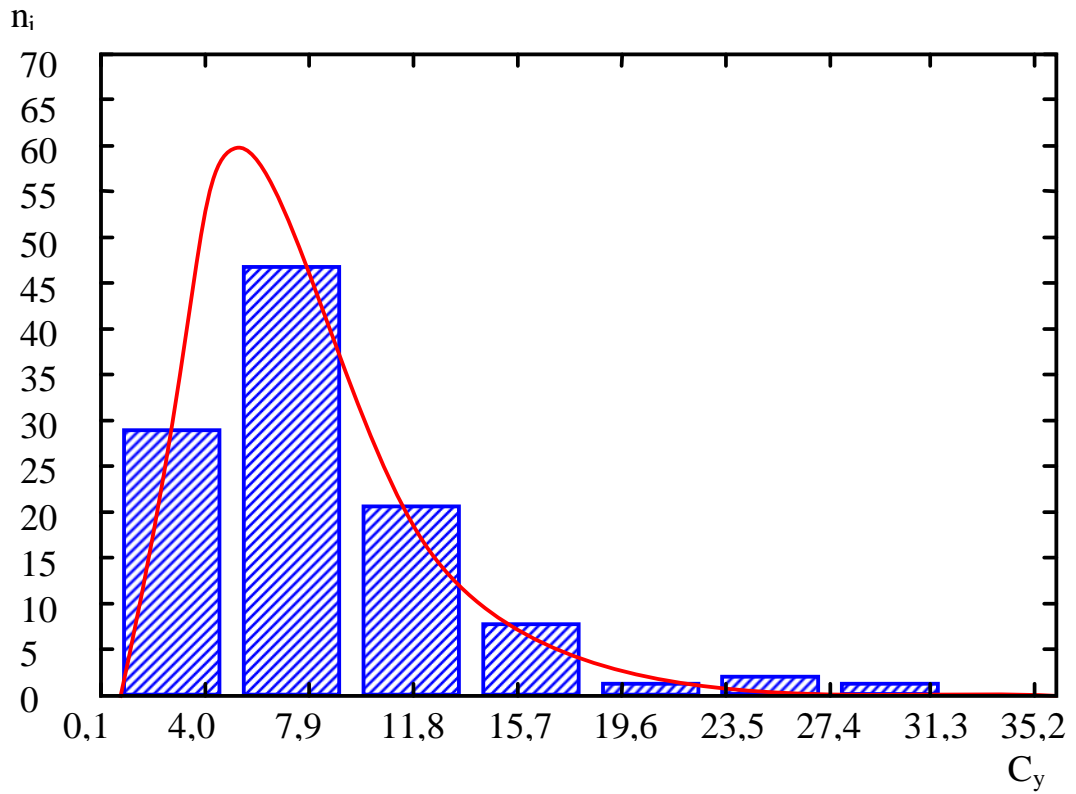


Рисунок 4 – График распределения участковой себестоимости угля

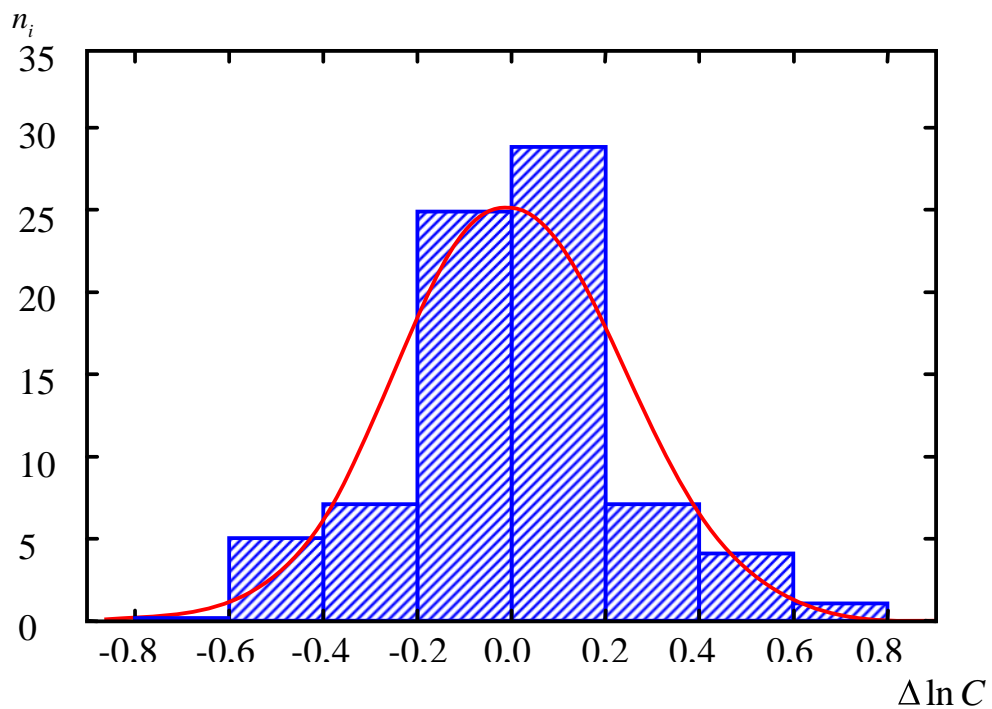


Рисунок 5 – График распределения $\Delta \ln C_y$

Поскольку математическое ожидание $\Delta \ln C_y$ равно 0, то совокупность отклонений была разделена на две группы: $\Delta \ln C_y \leq 0$ и $\Delta \ln C_y > 0$.

В дальнейшем в результате исследования информативности большого числа факторов было отобрано три: наличие малоамплитудных тектонических нарушений, выбросоопасных угольных пластов и их относительная метанообильность. По каждому из этих факторов было выделено по два информативных признака для которых были рассчитаны средние значения $\bar{\Delta \ln C_y}$. Результаты расчетов представлены в таблице 3.

Таблица 3 - Средние значения $\Delta \ln C_y$ для выделенных факторов

| Наименование <i>j</i> -го фактора | Признаки | $\bar{\Delta \ln C_{yij}}$ |
|---|-------------------|----------------------------|
| Наличие малоамплитудных тектонических нарушений | есть | 0,04 |
| | нет | -0,06 |
| Выбросоопасность пласта | выбросоопасный | 0,115 |
| | не выбросоопасный | -0,032 |
| Относительная метанообильность, м ³ /т | ≤ 10 | -0,041 |
| | > 10 | 0,053 |

Знак "-" указывает на отклонение себестоимости в меньшую сторону от 0, а "+" – в большую сторону. Интегральное отклонение вычисляется по формуле:

$$S = \frac{\sum_{i=1}^3 \bar{\Delta \ln C_{yij}}}{3}. \quad (7)$$

В окончательном виде формула для расчета C_y имеет вид:

$$C_y = \frac{1764}{A_m^{0,6}} e^S. \quad (8)$$

Относительная погрешность прогноза по этой формуле составила ± 21%, т.е. уменьшилась на 2%. На первый взгляд такое уточнение незначительно. Однако если провести расчеты для крайних значений S , то оказывается, что разница между минимальным и максимальным значением C_y при постоянной величине A_m достигает уже 43%, что весьма существенно при оценке месторождений.

После прогноза C_y осуществляется прогноз шахтной себестоимости добычи 1 т угля. Для этого первоначально по фактическим данным работы шахт были определены значения доли общешахтных затрат без учета участковых:

$$\Delta C_{ш} = C_{ш} - C_{у}. \quad (9)$$

В результате обработки полученных данных была построена регрессионная множественная модель:

$$\Delta C_{ш} = \frac{68 \cdot n_{л} - 4n_{л}^2 - 42e^{-0,05q} + 6F_i + 0,002 \sum l_{в} - 81}{A_{ш.м}^{0,234}}, \quad (10)$$

где $n_{л}$ – количество действующих лав;

q – относительная метаноносность угольных пластов, м³/т;

F_i – параметр, характеризующий вид основного подземного транспорта (для электровозного и комбинированного транспорта F_1 равно 20, а для конвейерного F_2 равно 17);

$\sum l_{в}$ – суммарная протяженность горных выработок, м;

$A_{ш.м}$ – среднемесячная добыча угля по шахте, т.

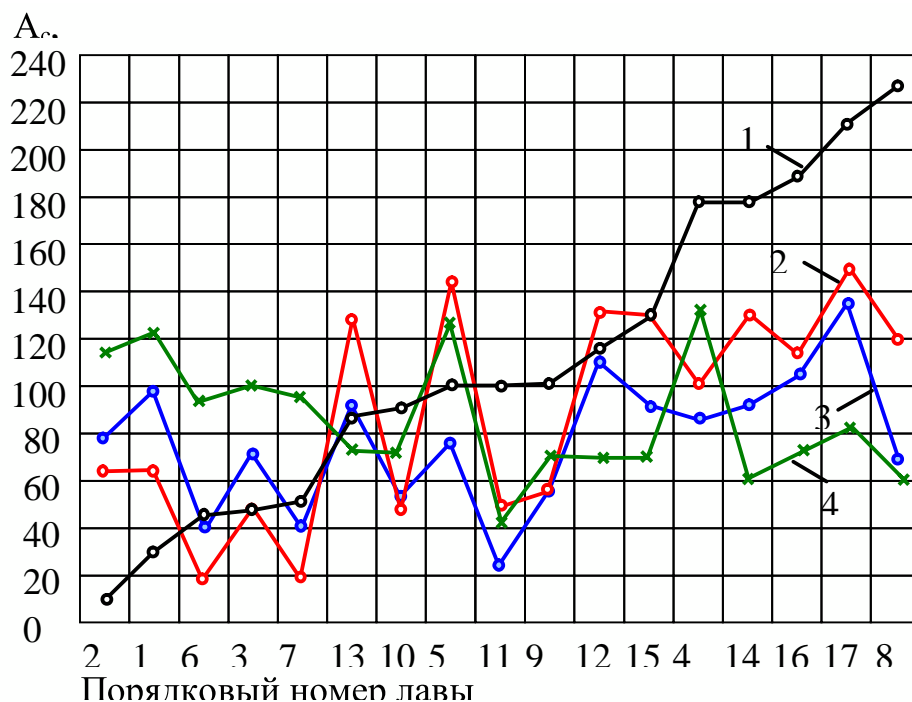
Точность расчетов по данному уравнению составила $\pm 7,4\%$, множественный коэффициент корреляции 0,67. Итоговая точность прогноза шахтной себестоимости $C_{ш}$ с учетом точности и надежности прогноза A_c , C_y и $\Delta C_{ш}$ составила около $\pm 14\%$.

Рассмотренные выше модели были получены по данным работы шахт и лав в 1984-1986 гг., когда еще наблюдалась их относительно стабильная работа. Поскольку в настоящее время изменился механизм ценообразования, произошло сильное влияние на затраты инфляционных процессов, то для привязки результатов прогнозов к современным реалиям были собраны данные о работе тех же шахт, но уже в 2001-2002 гг.

В результате сравнения данных разных периодов работы шахт были получены следующие поправочные коэффициенты $K_{п}$: для участковой себестоимости $k_{п}$ равен 2,84, а для шахтной 6,5. В дальнейшем было выполнено сравнение результатов прогнозов, скорректированных на величину $K_{п}$ с фактическими данными, полученными в 2001-2002 гг.

Результаты сравнения показаны на рисунках 6-8. На рисунке 6 показан график сравнения среднесуточных нагрузок, на рисунке 7 - участковой себестоимости добычи угля, а на рисунке 8 – шахтной себестоимости.

Степень соответствия прогнозных и фактических данных оценивалось по коэффициентам корреляции r_{yx} и ковариации k_{yx} . Первый отражает согласованность трендов изменения прогнозных и фактических данных, а второй согласованность их колебаний.



1 – фактическое; 2 – неоднородный анализ;
 3 – дискриминантные функции; 4 – нормативы
 Рисунок 6 – Графики изменения фактических
 и прогнозных нагрузок на лаву

На рисунке 6 показаны результаты сравнения прогнозов A_c по трем методикам: неоднородный последовательный анализ, дискриминантный анализ [16], нормативные нагрузки. Значения r_{yx} и k_{yx} составили для них соответственно 0,67; 0,44; -0,38 и 181352; 86146; -60642. Как видно наилучшие значения оценочных критериев получены для методики, разработанной на основе неоднородного последовательного статистического анализа [12-14].

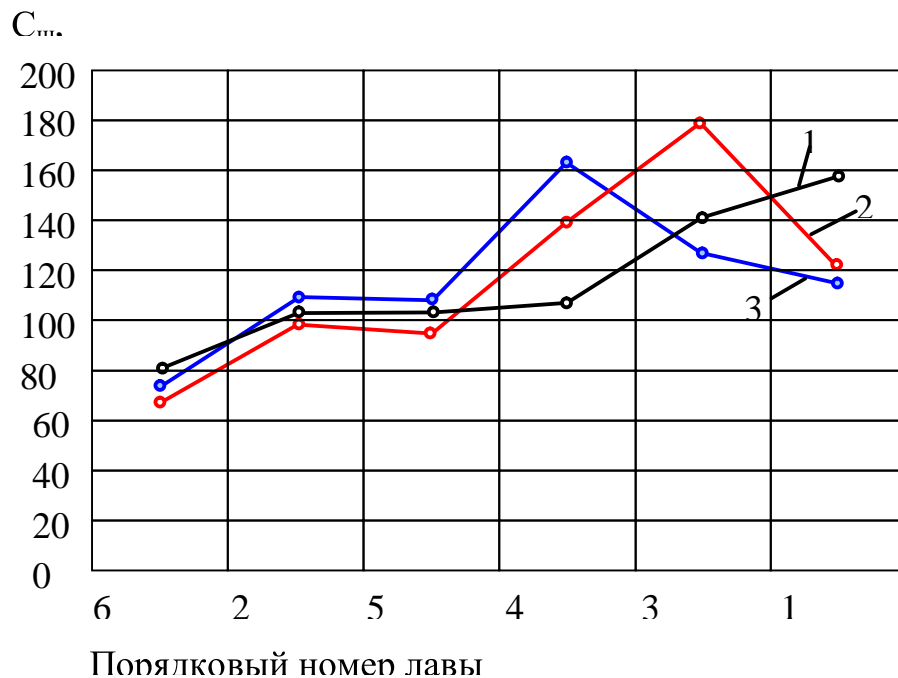
Для участковой и шахтной себестоимости сравнивались результаты прогнозов по неоднородному анализу и дискриминантным функциям. Значения r_{yx} и k_{yx} составили: 0,77; 0,23 и 5,44; 1,14 (C_y); 0,68; 0,33 и 39,2; 92,2 ($C_{ш}$).

Таким образом во всех случаях наилучшими оказались результаты прогноза для метода разработанного на основе неоднородного последовательного статистического анализа.



1 – фактические; 2 – неоднородный анализ;
3 – дискриминантные функции

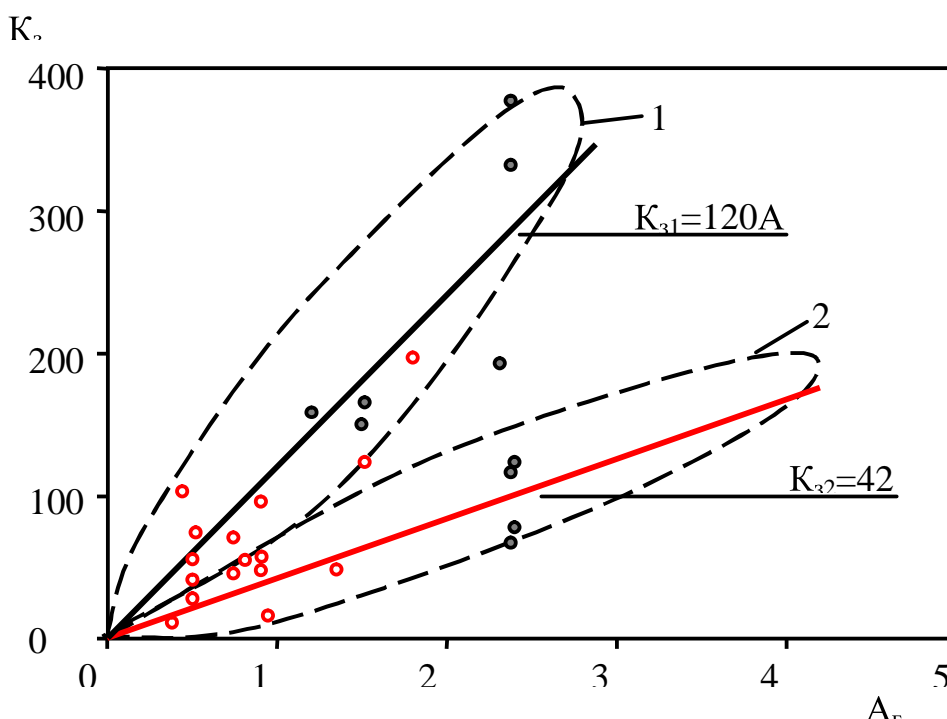
Рисунок 7 – Графики изменения фактических и прогнозных данных C_y



1 – фактические; 2 – неоднородный анализ;
3 – дискриминантные функции

Рисунок 8 – Графики изменения фактических и прогнозных данных $C_{ш}$

Для прогноза первоначальных капитальных затрат на освоение месторождений был учтен известный факт взаимосвязи между капитальными затратами (K_3) и годовой производственной мощностью шахты (A_r) [3, 5]. В связи с этим по данным ТЭО и проектам действующих шахт был изучен характер этой взаимосвязи. Корреляционное поле точек представлено на рисунке 9. На нем четко видно два облака точек. Анализ геологических условий залегания месторождений показал, что для первого облака средняя величина относительной газоносности угольных пластов составила $15,2 \text{ м}^3/\text{т}$, а для второго – $10,6 \text{ м}^3/\text{т}$. Отсюда следует, что при большей относительной газоносности пластов увеличение A_r ведет к более резкому увеличению K по сравнению с меньшей газоносностью.



- - по данным ТЭО; ● – по данным проектов действующих шахт-аналогов; 1 – первая совокупность точек;
- 2 – вторая совокупность точек

Рисунок 9 – Графики зависимости K_3 от A_r

В связи с этим были получены два уравнения регрессии:
для $q \geq 15 \text{ м}^3/\text{т}$

$$K_{31} = 120 \cdot A_2 ; \quad (11)$$

для $q \leq 10 \text{ м}^3/\text{т}$

$$K_{32} = 42 \cdot A_2 ; \quad (12)$$

для $10 < q < 15$

$$K_3 = A_r [120 - (15 - q_i)15,6]. \quad (13)$$

Поскольку параметры уравнений (11-13) получены по данным конца 70-х начала 80-х годов, то для их корректировки необходимо использовать поправочный коэффициент равный 3,15. Он получен на основе обработки коэффициентов переоценки основных фондов.

В результате выполненных исследований получены распознающие системы и регрессионные модели, позволяющие с большой степенью достоверности прогнозировать основные технико-экономические показатели работы лав и шахт применительно к геолого-экономической оценке угольных месторождений. С помощью этих моделей и систем можно делать прогнозы по данным каждой геологоразведочной скважины, что позволит выявлять однородные по уровню сложности отработки участки угольных пластов. Для реализации этой процедуры необходимо разработать методику выявления таких зон по комплексу геологических факторов.

As a result of the executed researches the recognizing systems and regressive models, allowing with the greater degree of authenticity to forecast the basic technician economic indexes of work of lavas and mines as it applies to the geologist economic estimation of coal deposits, are got. By these models and systems it is possible to do prognoses from data of every geological survey mining hole, that will allow to expose the homogeneous on the level of complication workings off areas of coal layers. For realization of this procedure it is necessary to develop the method of exposure of such areas on the complex of geological factors.

Библиографический список.

1. Астахов А.С. Экономическая оценка запасов полезных ископаемых. – М.: Недра, 1981. – 287 с.
2. Способы вскрытия, подготовки и системы разработки шахтных полей // Под ред. Б.Ф.Братченко. – М.: Недра, 1985. – 494 с.
3. Воспроизводство вскрытых и подготовленных запасов угля на шахтах / М.И.Устинов, В.П.Федоров, А.И.Шор и др.: Под ред. Н.К.Гринько. – М.: Недра, 1990. – 352 с.

4. Укрупненные стоимостные показатели для новых шахт Донбасса. – М.: Центрогипрошахт, 1984. – 178 с.
5. Бурчаков А.С., Малкин А.С., Устинов М.И. Проектирование шахт. – М.: Недра, 1985. – 399 с.
6. Абрамов В.Г., Азбель Е.И., Ефремова Н.И. Планирование эксперимента и прогнозирование качества сырья на горных предприятиях. – Новосибирск: Наука, 1979. – 303 с.
7. Райхель Б.Л. Экономическая оценка угольных месторождений. – М.: Недра, 1972. – 224 с.
8. Каждан А.Б., Кобахидзе Л.П. Геолого-экономическая оценка месторождений полезных ископаемых. – М.: Недра, 1985. – 205 с.
9. Кац А.Я., Каганович С.Я. Основные вопросы экономической оценки месторождений полезных ископаемых // Методика разведки и оценки месторождений полезных ископаемых: Сб. научн. тр. – М.: ВИЭМС, 1978. – С. 28-37.
10. Кац А.Я. Экономические основы и методология определения оптимальных контуров запасов рудных месторождений // Ценообразование и экономическое стимулирование комплексной разработки месторождений минерального сырья: Сб. научн. тр. / Под ред. Ю.А.Чернегова. – М.: НИИцен, 1982. – С. 87-99.
11. Теория прогнозирования и принятия решений / С.А.Саркисян, В.И.Каскин, В.А.Лисичкин, Э.С.Минаев, Г.С.Пасечник. – М.: Высшая школа, 1977. – 351 с.
12. Фрумкин Р.А. Методика прогнозирования процессов со многими параметрами и ее приложение в горном деле // Уголь, 1973, № 1. – С. 16-22.
13. Фрумкин Р.А., Окалелов В.Н. Методика выбора решений в условиях неопределенности // Известия вузов. Горный журнал, 1980, № 2. – С. 28-22.
14. Временное руководство по оперативному прогнозированию параметров и показателей работы негазовых антрацитовых шахт и их технологических звеньев / Р.А.Фрумкин, П.С.Ермаченко, А.В.Чернявский, Б.В.Возный. – Коммунарск, КГМИ, 1974. – 69 с.
15. Фрумкин Р.А., Окалелов В.Н. Методика корректировки и повышения достоверности геологических прогнозов // Вестник МАНЭБ, 2001, № 1. – С. 15-18.
16. Афиофи А., Эйзен С. Статистический анализ: Подход с использованием ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 488 с.

Рекомендовано к печати д.т.н., проф. Фрумкиным Р.А.