

*магістр Макурин А.В.,
к. т. н., доц. Морозов Д.И.,
к. т. н., проф. Шевченко И.С.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

СРАВНЕНИЕ СВОЙСТВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МЕХАНИЧЕСКОГО ВАЛОВ МЕТОДОМ ЦИФРОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Наведені результати теоретичних досліджень, одержані результати моделювання, проведено порівняння властивостей електричного та механічного валів.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Моделирование и последующее сравнение свойств электрического вала с механическим предоставляет возможность на стадии проектирования правильно выбрать наиболее выгодный вид связи между механизмами, а также позволит рассматривать для определенных случаев электрический вал как аналог механических валов.

Анализ исследований и публикаций. Анализ отечественных исследований и разработок показывает, что большое внимание в работах [1,2] уделялось исследованиям статических свойств электрических валов, в зарубежных публикациях [3] исследовались наряду с вопросами статики также проблемы статической и динамической устойчивости. Моделирование систем синхронного вращения (ССВ) не проводилось.

Постановка задачи. Разработать математические модели вала на базе асинхронных машин (АМ), объединенных электрически роторными цепями, и механического валов, провести исследование и сравнение их свойств.

Изложение материала и его результаты. Одной из наиболее мобильных программ моделирования электроприводов и других физических устройств является среда SIMULINK пакета MATLAB, позволяющая составлять модели по иерархическому принципу.

SIMULINK дает возможность составлять модели по системе дифференциальных уравнений (по структурной схеме), или использовать пакет расширения SIM POWER SYSTEM (SPS), с

помощью которого можно получить модель из принципиальной схемы. Это дает существенную выгоду при моделировании ССВ и каскадных приводов с преобразователями в роторных цепях, так как отпадает необходимость в составлении громоздких дифференциальных уравнений. В то же время составление полной модели в SPS приводит к большим осложнениям при описании магнитной цепи машины.

В данной статье предлагается использовать непосредственно SIMULINK для описания статорных уравнений АМ, вывода ЭДС ротора и вычисления электромагнитного момента М. Для вычисления токов ротора и исследования переходных процессов в силовой части роторных цепей используется пакет SPS. Уравнения, согласно которым построена модель, наиболее полным образом отражающая процессы в АМ, имеют вид [2]:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) &= U_{ab1} - \alpha_s \omega_b (\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) - \frac{\omega_\Delta}{\sqrt{3}}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) + \frac{\omega_\Delta}{\sqrt{3}}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) + r_1 k_s I_{a2} - r_1 k_s I_{b2} \\
 \frac{d}{dt}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) &= U_{bc1} - \alpha_s \omega_b (\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) - \frac{\omega_\Delta}{\sqrt{3}}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) + \frac{\omega_\Delta}{\sqrt{3}}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) + r_1 k_s I_{b2} - r_1 k_s I_{a2} \\
 \frac{d}{dt}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) &= -\frac{d}{dt}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) - \frac{d}{dt}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) \\
 \frac{d}{dt} I_{a2} &= -\frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) + \frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) - \alpha_r \omega_b I_{a2} \\
 \frac{d}{dt} I_{b2} &= -\frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) + \frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}) - \alpha_r \omega_b I_{b2} \\
 \frac{d}{dt} I_{c2} &= -\frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) + \frac{k_s}{3\sigma x_2} \omega_b \frac{d}{dt}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) - \alpha_r \omega_b I_{c2} \\
 M &= -\frac{2k_s}{3\sqrt{3}} [I_{a2}(\Psi_{b1} - \Psi_{c1}) + I_{b2}(\Psi_{c1} - \Psi_{a1}) + I_{c2}(\Psi_{a1} - \Psi_{b1})],
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $(\Psi_{a1} - \Psi_{b1}), (\Psi_{b1} - \Psi_{c1}), (\Psi_{c1} - \Psi_{a1})$ – разности мгновенных значений потокосцеплений фаз статора;

U_{ab1}, U_{bc1} – мгновенные значения напряжений статора;

I_{a2}, I_{b2}, I_{c2} – мгновенные значения токов ротора;

$\alpha_s = \frac{r_1}{x_s}$ – коэффициент затухания цепи статора;

$\alpha_r = \frac{r_2}{x_r}$ – коэффициент затухания цепи ротора;

$k_s = \frac{x_o}{x_s}$ – коэффициент рассеяния обмотки статора;

$k_r = \frac{x_o}{x_r}$ – коэффициент рассеяния обмотки ротора;

$\sigma = 1 - k_s k_r$ – коэффициент рассеяния по Блонделю;

ω_b – базисная частота вращения ротора;

$\omega_{\text{э}}$ – электрическая скорость вращения ротора;
 x_s, x_r, x_0 – полные индуктивные сопротивления обмоток статора, ротора и контура намагничивания, приведенные к ротору;
 r_s, r_r – активные сопротивления обмоток статора, ротора, приведенные к ротору.

Имитационная модель (рисунок 1) состоит из блоков-подсистем: MOTOR 1, MOTOR 2 – подсистемы, состоящие из блоков (рисунок 2): преобразования частоты «u/f stator» (рисунок 3), блок вычисления потокосцеплений статора и их производных «stator» (рисунок 4), блок вычисления роторных ЭДС «edc rotor» (рисунок 5), блок вычисления электромагнитного момента и скорости «M/w rotor» (рисунок 6); ROTOR – блок вычисления роторных токов – выполнен в пакете SIM POWER SYSTEM, представлен на рисунке 7. На рисунке 7 приведена модель работы роторных цепей обеих АМ ССВ в пакете SPS, составленная на базе принципиальной схемы. На нем обозначены:

- Ea1...Ea6 – управляемые источники напряжения, имитирующие ЭДС фаз ротора;
- Ra21...Rc21, Ra22...Rc22, La21...Lc21, La22...Lc22 – активные сопротивления обмоток ротора и собственные индуктивности обмоток статора и ротора, приведенные к ротору для двигателей 1 и 2;

Вычисленные значения токов ротора передаются в основную модель с помощью блоков-амперметров через блоки безусловного перехода.

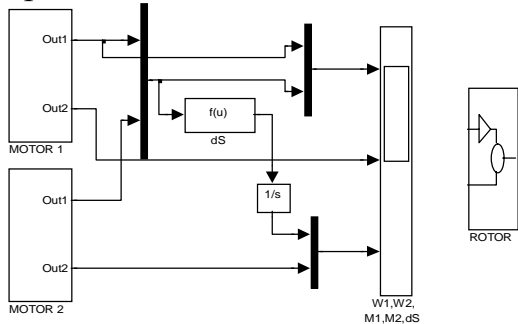


Рисунок 1 – Модель ЭВ

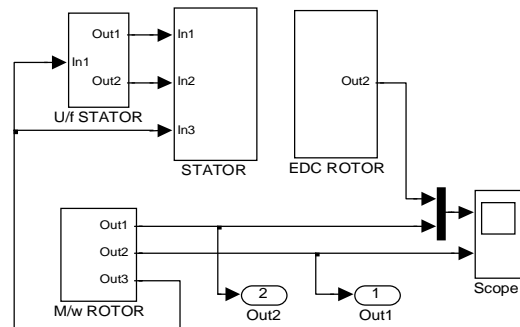


Рисунок 2 – Модель одной АМ MOTOR 1

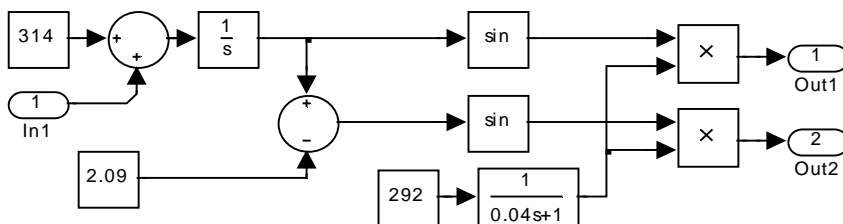


Рисунок 3 – Блок-подсистема преобразования частоты U/f STATOR

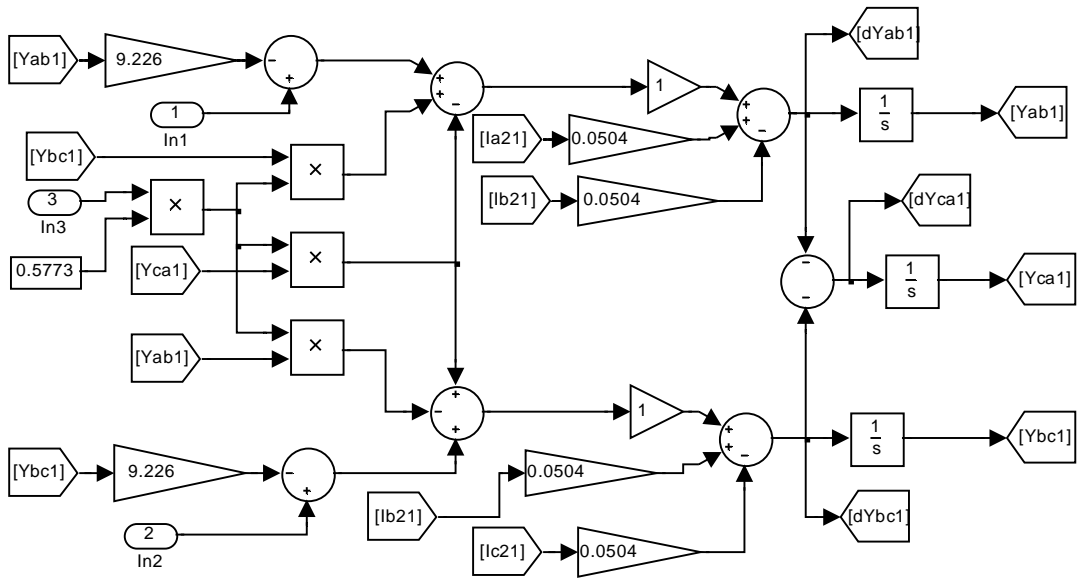


Рисунок 4 Блок-подсистема вычисления потокосцеплений статора и их производных (STATOR)

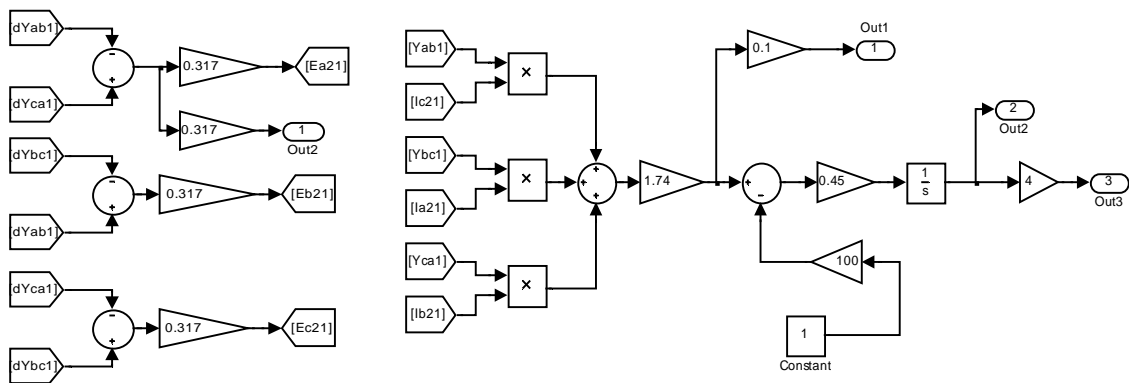


Рисунок 5 – Расчет эдс ротора (EDC ROTOR)

Рисунок 6 – Подсистема вычисления момента и скорости (M/ω ROTOR)

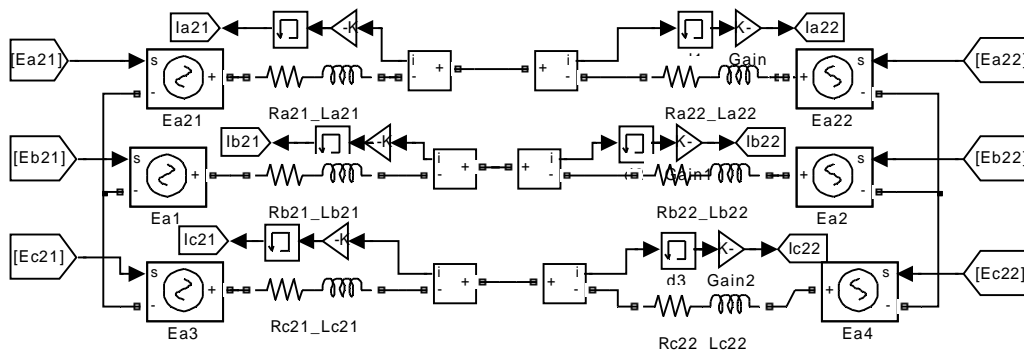


Рисунок 7 – Блок – подсистема ROTOR

Если принять потокосцепления АМ постоянными, то процессы в ССВ можно записать системой уравнений [3]:

$$\begin{aligned} J_1 \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 + d_{11} \frac{d}{dt} \theta_1 + d_{12} \frac{d}{dt} \theta_2 + c_1(\theta_1 - \theta_2) &= 0 \\ J_2 \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 + d_{22} \frac{d}{dt} \theta_2 + d_{21} \frac{d}{dt} \theta_1 + c_2(\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где θ_1, θ_2 – угловые отклонения от положений равновесия;
 $d_{11}, d_{12}, d_{22}, d_{21}$ – коэффициенты демпфирования, которые характеризуют затухание колебаний и подобны коэффициентам вязкого трения в механических валах;

c_1, c_2 – удельные синхронизирующие моменты, характеризующие жесткость электрического вала;

J_1, J_2 – моменты инерции на валах каждой из машин электрического вала.

В рамках данной статьи ограничимся исследованием на примере дистанционного ЭВ. Дистанционным принято считать ЭВ, у которого на одной из сторон отсутствует основная машина. Скорость одного из концов вала (в нашем случае 1) будет неизменна. В результате система (2) вырождается в одно дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$J_2 \frac{d^2}{dt^2} \theta + d_{22} \frac{d}{dt} \theta + c_2 \theta = 0 \quad (3)$$

Структурная схема дистанционного ЭВ показана на рисунке 8.

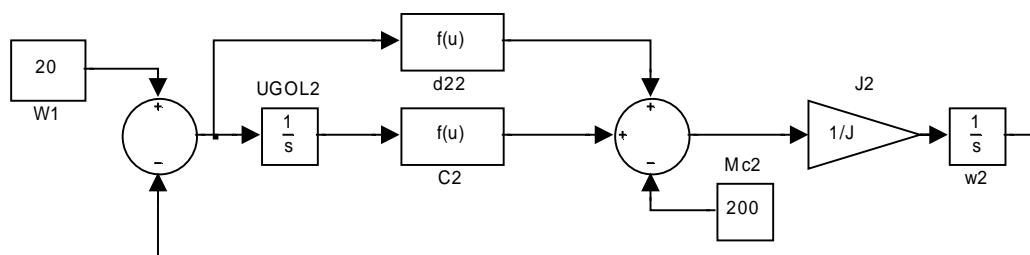


Рисунок 8 – Структурная схема дистанционного электрического вала

Дифференциальному уравнению (3) соответствует характеристическое уравнение:

$$p^2 + p \frac{d_{22}}{J_2} + \frac{c_2}{J_2} = 0;$$

решение которого выглядит так

$$p_{1,2} = -\frac{d_{22}}{2J_2} \pm j \sqrt{\left(\frac{c_2}{J_2} - \left(\frac{d_{22}}{2J_2} \right)^2 \right)}.$$

Полученные корни соответствуют колебательному переходному процессу, где $T_d = \frac{J_2}{d_{22}}$ – постоянная времени затухания, с;

$$\Omega = \sqrt{\left(\frac{c_2}{J_2} - \left(\frac{d_{22}}{2J_2} \right)^2 \right)} - \text{резонансная частота колебаний, с}^{-1};$$

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{c_2}{J_2}} - \text{собственная частота колебаний, с}^{-1};$$

Для расчета коэффициентов демпфирования d_{22} и жесткости c_2 ЭВ воспользуемся формулами [3]:

$$c_2 = \frac{3}{2} \frac{p_n}{\omega} U_1 I_\mu (1-\sigma) s \frac{s(\alpha^2 + \sigma) \sin p_n \varphi - \beta(1 + \alpha^2)(1 - \cos p_p \varphi)}{(1 + \alpha^2)[(\alpha\beta - s\sigma)^2 + (\beta + s\alpha)^2]}; \quad (4)$$

$$d_{22} = \frac{3}{2} \frac{p_p}{\omega} U_1 I_\mu (1-\sigma) \frac{\left[\begin{array}{l} (1 + \alpha^2)\beta[\beta(1 + \alpha^2) + s\alpha(1 - \sigma)] + s^2(\sigma + \alpha^2)^2 + \\ + s\alpha^2(1 - \sigma)(\sigma + \alpha^2) \sin p_p \varphi + \\ + s\alpha(1 - \sigma)[\beta(1 + \alpha^2) + s\alpha(1 - \sigma)] \cos p_p \varphi \end{array} \right]}{(1 + \alpha^2)[(\alpha\beta - s\sigma)^2 + (\beta + s\alpha)^2]} \Delta s_2.$$

Если принять сопротивление статора равным нулю, что справедливо для машин средней и большой мощности, то $\alpha=0$ и формулы (4) принимают следующий вид:

$$c_2 = \frac{3}{2} \frac{p_n}{\omega} U_1 I_\mu (1-\sigma) s \frac{s\sigma \sin p_n \varphi + \beta(1 - \cos p_n \varphi)}{\beta^2 + s^2 \sigma^2}; \quad (5)$$

$$d_{22} = \frac{3}{2} \frac{p_n}{\omega} U_1 I_\mu (1-\sigma) s \frac{\beta^2 - s^2 \sigma^2}{\beta^2 + s^2 \sigma^2} \Delta s_2;$$

где p_n – число пар полюсов машин ЭВ;

ω – скорость поля статора;

β – коэффициент затухания обмотки ротора, равный α_r , ($\beta=r_2/x_2$);

U_1 – напряжение сети статора;

I_μ – ток намагничивания;

Рассмотрим вторую половину задачи исследования – механический вал (МВ), расчетная схема которого приведена на рисунке 9. На схеме МВ обозначены:

J_1, J_2 – моменты инерции соединяемых механизмов 1 и 2;

M_1, M_2 – моменты на этих концах вала;
 c – коэффициент жесткости вала;
 d – коэффициент демпфирования колебаний вала.

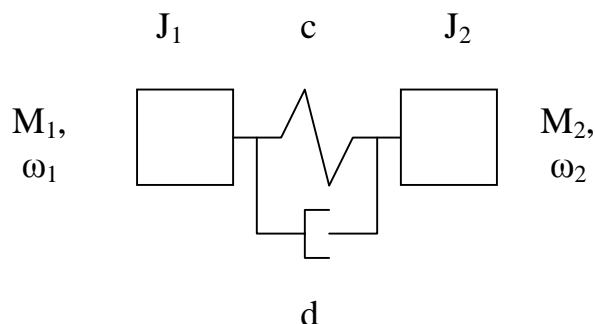


Рисунок 9 – Схема механического вала

Структурная схема МВ соответствует схеме дистанционного ЭВ (рисунок 8), но c_2 и d_{22} представляют собой в этом случае постоянные коэффициенты.

В качестве образца для эксперимента использованы асинхронные машины с фазным ротором серии МТ: $P_n = 22$ кВт при $\omega_1 = 20$ рад/с. Статические характеристики ЭВ (моментов M_J от угла рассогласования) с такими АМ, полученные при плавном нарастании момента, приведены на рисунке 10: для модели по (1) – рисунок 10а; для модели по (3) – на рисунке 10б. Переходные процессы второго конца вала $\omega_2(t)$, для обеих моделей, полученные при набросе нагрузки 0.35Мн, приведены соответственно на рисунках 11,а и 11,б. По статическим характеристикам определены коэффициенты жесткости ЭВ. Согласно нижеприведенным формулам определена Ω_o (частота собственных колебаний). Произведена оценка показателей переходных процессов: получена Ω_p (резонансная частота колебаний), λ_{BT} (логарифмический декремент затухания), α_{BT} (коэффициент затухания), β_{12} (коэффициент вязкого трения). Результаты сведены в таблицу 1.

$$\Omega_{12} = \sqrt{\frac{c_{12}}{J_2}}; \quad \Omega_p = \sqrt{\Omega_{12}^2 + \alpha_{BT}^2}; \quad \alpha_{BT} = \lambda_{BT} \Omega_p / 2\pi;$$

$$\Omega_p = \Omega_{12} \frac{2\pi}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_{BT}^2}}; \quad \lambda_{BT} = \ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right); \quad \beta_{12} = \frac{2\lambda_{BT} c_{12}}{\Omega_{12} \sqrt{4\pi^2 + \lambda_{BT}^2}}; \quad (6)$$

где A_1, A_2 – амплитуды первой и второй положительных полуволн колебаний.

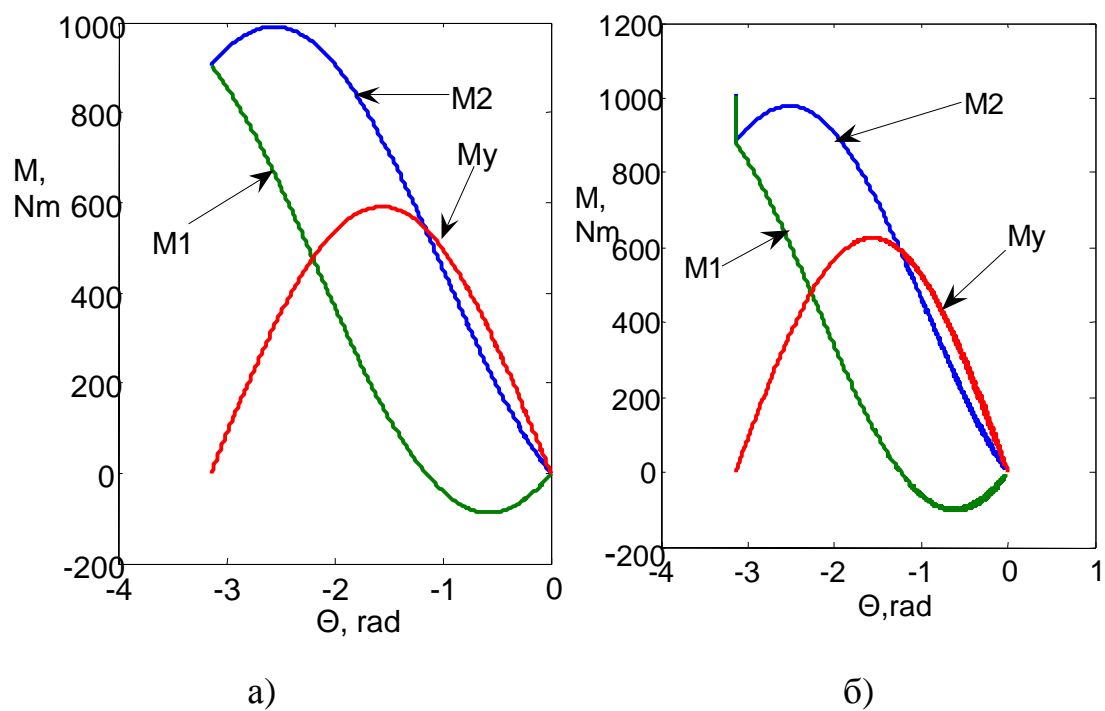


Рисунок 10 – Статические характеристики ЭВ

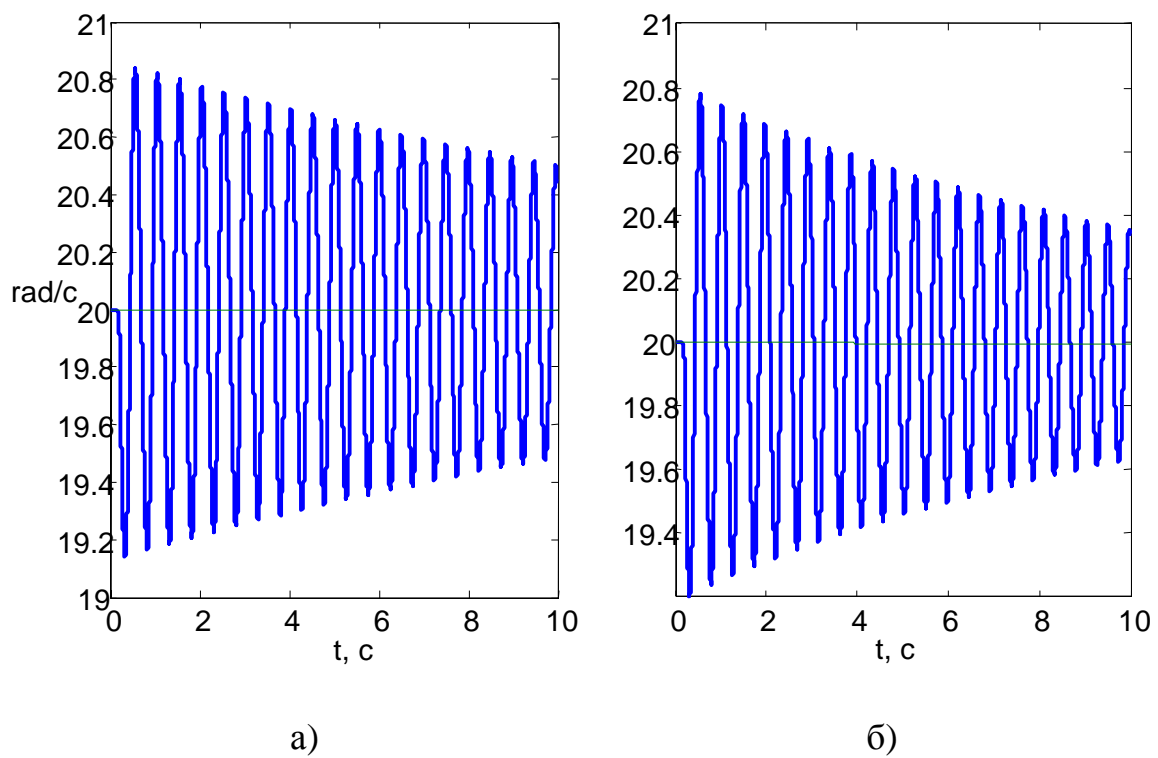


Рисунок 11 – Переходные процессы $\omega_2(t)$

Подставив постоянные значения жесткости c и коэффициента затухания β в модель 2-го порядка (рисунок 8), получим модель механического вала, аналогичную рассматриваемому ЭВ. График переходного процесса при нагрузке $0,35M_n$ представлен на рисунке 12.

Таблица 1 – Параметры переходного процесса ЭВ

Наименование модели вала	Ω_{12} , рад/с	Ω_p , рад/с	c_{12} , Нм/рад	λ_{BT}	α_{BT}	β_{12}
Имитационная модель (рис. 1)	13.1	13.1	430	0.039	0.082	1.63
Модель второго порядка (рис. 8)	12.81	12.81	375	0.027	0.057	1.05

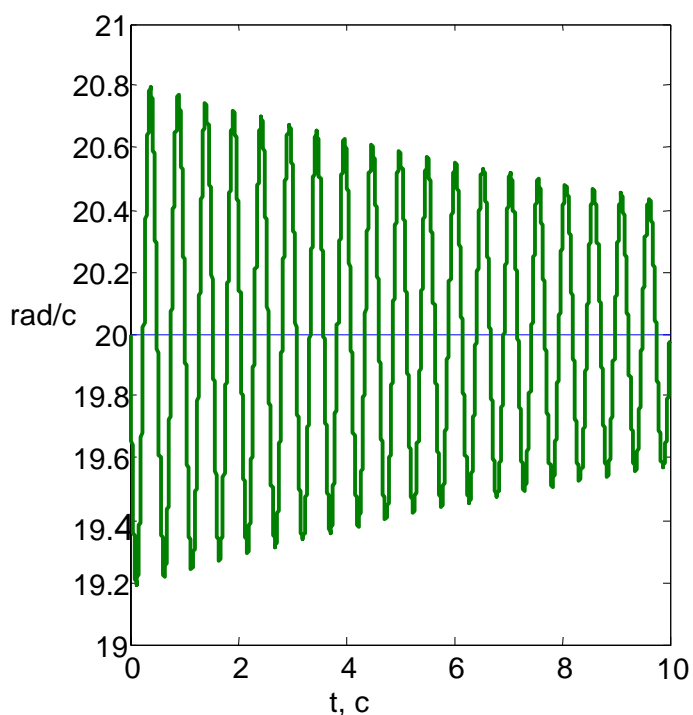


Рисунок 12 – График скорости $\omega_2(t)$ выходного конца МВ

Выводы и направление дальнейших исследований.

Если сравнить график скорости механического вала (рисунок 12) с аналогичными графиками (рисунок 11), то можно отметить их высокую корреляцию, когда соблюдаются следующие условия:

1) при малых углах рассогласования (до 30 градусов), когда жесткость ЭВ имеет постоянную величину;

2) направление момента имеет постоянную величину (что обусловлено наличием асинхронной составляющей ЭВ);

3) скольжение, параметры двигателя, напряжение сети стабильны, что требуется для постоянства коэффициентов β_{12} и c_{12} .

В дальнейшем необходимо провести исследования о влиянии параметров двигателя, скольжения, напряжения сети на коэффициенты β_{12} и c_{12} .

Приведены результаты теоретических исследований, получены результаты моделирования, проведено сравнение свойств электрического и механического валов.

The results of theoretical researches are given, the results of modeling are received, the comparison of properties of electrical and mechanical shaft is carried out.

Библиографический список.

1. Андреев В.П., Сабинин Ю.А. Основы электропривода. М., Госэнергоиздат, 1963.

2. Сандлер А.С., Тарасенко Л.М. Динамика каскадных асинхронных электроприводов. – М.: Энергия, 1977. – 200 с.

3. Флоренс У., Гейнц И. Системы согласованного вращения асинхронных электродвигателей. – Л.: Энергия, 1971г.

*Рекомендовано к печати
д. т. н., проф. Зеленовым А.Б.*