

*магистр, аспирант Горелов П.В.,  
к. т. н., проф. Мотченко А.И.,  
к. т. н., доц. Яблонь В.П.,  
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

## **УТОЧНЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СУХОГО ТРЕНИЯ В ПАКЕТЕ „MATLAB / SIMULINK”**

*Наведено результати досліджень використання створеної структури, що дозволяє проводити детальне моделювання сил (моментів) сухого тертя в механічних частинах електроприводів.*

**Постановка проблемы и ее связь с научными и практическими задачами.** Моделирование с помощью ЭВМ в последнее время становится чрезвычайно важным инструментом проведения исследований в области электропривода (ЭП). Учитывая, что моделирование с использованием ЭВМ осуществляется дискретно с ненулевым шагом интегрирования, то провести моделирование характеристики сухого трения достаточно нелегко, ввиду того, что довольно сложно определить точный момент времени, в который относительная скорость  $v$  проходит через ноль. Создание моделей без специальных средств точного определения момента перехода через разрыв характеристики сухого трения приводит к тому, что эти модели становятся неустойчивыми в области нулевой скорости. Модель в этой ситуации пребывает в квазистационарном режиме «качания» скорости относительно нулевого значения на интервале шага интегрирования. Если выбран относительно большой постоянный шаг интегрирования, то колебания скорости становятся заметными. При переменном шаге и установленной высокой точности расчета наблюдается как бы «застывание» в процессе интегрирования, вызванное «бесконечным» дроблением шага интегрирования. В среде SIMULINK существуют средства позволяющие избежать названных выше затруднений.

**Анализ исследований и публикаций.** Анализ разработок и исследований показывает, что, непосредственно, вопросу моделирования характеристик сухого трения в различных системах ЭП особого внимание не уделялось. В практике моделирования исследователи, как правило, обходились стандартным блоком, входящим в состав пакета SIMULINK.

**Постановка задачи.** Создать структуру, которая позволяет с высокой точностью реализовать характеристики сухого трения в ЭП и продемонстрировать на практике принципы ее функционирования.

**Изложение материала и его результаты.** Как известно, *сила (момент) сухого трения* при движении трущихся тел одно относительно другого не зависит от скорости этого движения и всегда направлена встречно движению. Указанные свойства довольно хорошо описываются математически с использованием сигнум-функции:

$$\begin{aligned} F_{СТ} &= -F_{ТД} \cdot \text{sign}(v), \text{ при } v \neq 0, \\ M_{СТ} &= -M_{ТД} \cdot \text{sign}(\omega), \text{ при } \omega \neq 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $F_{ТД}, M_{ТД}$  - некоторые положительные величины, равные соответственно величине силы и момента сухого трения в движении, а  $v, \omega$  - соответственно скорости относительного поступательного и вращательного движений.

Однако известно, что если трущиеся тела неподвижны друг относительно друга, то приложение внешней движущей силы  $F_{ДВ}$  (движущего момента  $M_{ДВ}$ ) к одному из них не вызовет относительного движения тел до тех пор, пока эта движущая сила (момент) не превысит по величине так называемую «силу срыва»  $F_{СР}$  («момент срыва»  $M_{СР}$ ). В этом случае сила (момент) сухого трения уже определяется не величиной и направлением скорости, а величиной приложенной движущей силы, принимая такое значение и направление, что полностью компенсируется действие этой внешней силы (момента):

$$\begin{aligned} F_{ДВ} + F_{СТ} &= 0, \text{ если } v = 0 \text{ и } |F_{ДВ}| \leq F_{СР}, \\ M_{ДВ} + M_{СТ} &= 0, \text{ если } \omega = 0 \text{ и } |M_{ДВ}| \leq M_{СР}. \end{aligned} \quad (2)$$

На рисунке 1 представлены механические характеристики сил (моментов) сухого трения, создаваемые, например, механизмами горизонтального перемещения материалов, механизмами резания и т.п. В общем случае механическая характеристика сил (моментов) сухого трения может иметь несимметричный относительно вертикальной оси характер, что характерно, например, для механизма главного движения металлорежущего станка.

*Сила (момент) вязкого внешнего трения* возникают в случае движения системы в вязкой среде (газы и жидкости) и в общем случае может находиться в сложной зависимости от скорости движения:

$$F_{BH} = \alpha \cdot v^n, \quad (3)$$

$$M_{BH} = \beta \cdot \omega^n, \quad n > 0.$$

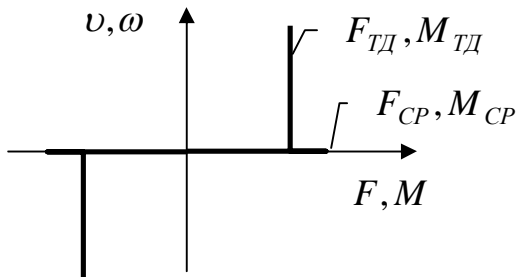


Рисунок 1 – Механическая характеристика сил и моментов сухого трения

В состав библиотеки Discontinuities пакета SIMULINK входит блок Coulomb & Viscous Friction (Сухое и вязкое трение), пиктограмма которого приведена на рисунке 2. Данный блок является «маскированным», т. е. представляет собой структуру из нескольких блоков «замаскированных» под один блок. Его внутреннее строение также

представлено на рисунке 2.

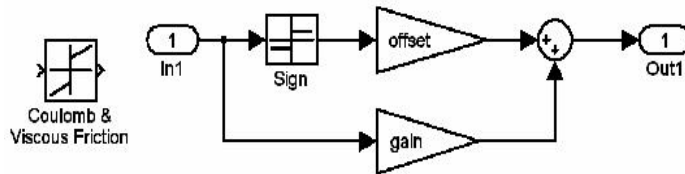


Рисунок 2 – Пиктограмма блока Coulomb & Viscous Friction и его внутренняя организация

Верхняя ветвь маскированной модели блока Coulomb & Viscous Friction служит для моделирования сил (моментов) сухого трения и соответствует уравнениям (1), а нижняя для моделирования сил (моментов) вязкого внешнего трения и соответствует уравнениям (3) при линейном характере зависимостей, т.е. при  $n=1$ . Коэффициент усиления блока «offset» задается равным силе (моменту) трения движения ( $F_{ТД}$  или  $M_{ТД}$ ), а коэффициент блока «gain» задает наклон характеристики вязкого трения ( $\alpha$  или  $\beta$ ).

Как видно из рисунка 2, блок Coulomb & Viscous Friction представляет явление сухого трения в упрощенном виде, а именно:

- «сила срыва»  $F_{СР}$  или «момент срыва»  $M_{СР}$  принимаются равными силе  $F_{ТД}$  или моменту  $M_{ТД}$  трения движения, т.е. принимается, что  $F_{СР} = F_{ТД}$ ,  $M_{СР} = M_{ТД}$ ;

- не учитывается зависимость силы (момента) сухого трения при нулевой скорости от движущей силы или момента, т.е. не учитываются уравнения (2).

Если первое упрощение является общепринятым и существенно не влияет на интегрирование уравнений динамики механической системы, то второе ограничение вызывает ряд сложностей в процессе моделирования. С учетом уравнений движения

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{m} \cdot (F_{ДВ} + F_{СТ}(v)), \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{j} \cdot (M_{ДВ} + M_{СТ}(v)) \end{aligned} \quad (4)$$

и используя блок Coulomb & Viscous Friction можно получить модель динамики механической системы, представленную на рисунке 3.

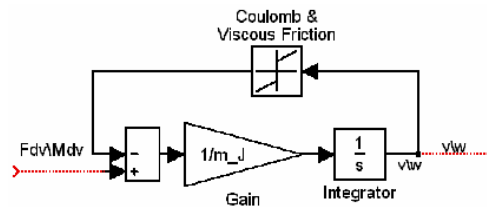


Рисунок 3 - Модель динамики механической системы с использованием блока Coulomb & Viscous Friction

Такая модель, например, используется в маскированном блоке машины постоянного тока (DC Machine), входящей в библиотеку Machines пакета SimPowerSystem ToolBox. Можно легко убедиться, что при ненулевом значении момента или силы сухого трения, моделирование можно провести только с постоянным шагом интегрирования. При выборе переменного шага интегрирования на участках где движущая сила оказывается меньше силы срыва ( $F_{ТД} < F_{СР}$ ), пересечение скоростью нулевого значения приводит как бы к «застыванию» процесса моделирования, что обусловлено «бесконечным» дроблением шага интегрирования. При постоянном шаге моделирование осуществить удастся, хотя и с существенными погрешностями. Модель в этой ситуации пребывает в квазистационарном режиме «качания» скорости относительно нулевого значения на интервале шага интегрирования, что обусловлено «скачками» силы сухого трения между двумя крайними значениями ( $-F_{СР}$  и  $F_{СР}$ ).

Уточненная модель динамики механической системы, работающей на преодоление реактивных сил сопротивления, представлена на рисунке 4.

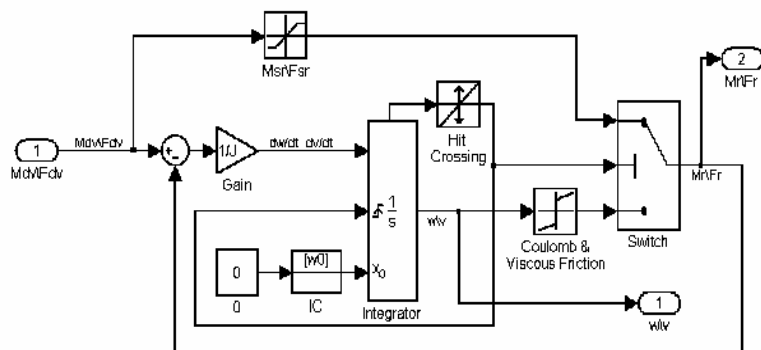


Рисунок 4 – Модель движения механической системы, находящейся под воздействием реактивных сил сопротивления

Схема представленная на рисунке 4 осуществляет однократное интегрирование уравнения (4). На вход схемы подается текущее значение движущего момента (силы)  $M_{dv}/F_{dv}$ , а на выходе  $\omega/v$  формируются значение скорости, а на выходе  $M_R/F_R$  реактивный момент (сила) сопротивления.

Основным блоком модели является Integrator, который осуществляет интегрирование подаваемого на него сигнала относительного ускорения, выдавая сигнал, равный текущему значению скорости  $\omega/v$ . Начальное значение скорости на момент начала моделирования задается в параметрах блока IC, а начальные условия продолжения моделирования после перехода через разрыв характеристики сухого трения передаются через данный блок с выхода блока Constant с обозначением 0.

Сигнал обобщенного ускорения формируется таким образом. Сначала на сумматоре движущий момент (сила)  $M_{dv}/F_{dv}$  суммируется с реактивным моментом (силой)  $M_R/F_R$ , результат подается на блок Gane, который осуществляет деление суммарного сигнала (динамического обобщенного момента или силы) на обобщенный момент инерции  $J$  или массу.

Формирование реактивного момента (силы) сухого и вязкого трения осуществляется блоками Saturation ( $M_{SR}/F_{SR}$ ) и Coulomb & Viscous Friction. Если скорость  $\omega/v$  не равна нулю, то переключатель в блоке Switch находится в нижнем положении и сигнал обобщенной скорости  $\omega/v$  проходит через блок Coulomb & Viscous Friction и

передается на сумматор как реактивный момент (сила)  $M_R \setminus F_R$ . Таким образом, реализуются уравнения (1) и (4).

Значительно сложнее осуществить моделирование уравнений (2). Для этого нужно как можно точнее определить момент времени, когда относительная обобщенная скорость  $\omega \setminus v$  проходит через нуль. Для этого необходимо сделать следующее:

- 1) в блоке интегратора надо открыть порт состояния (show state port) и подключить внешний сброс к интегратору, установив External rising в положение rising;
- 2) к порту состояния надо подключить вход блока Hit Crossing, который осуществляет фиксацию точного момента времени перехода скорости через нуль и выдает в этот момент времени управляющий единичный сигнал;
- 3) к выходу блока Hit Crossing следует подсоединить управляющий вход блока Switch и в качестве порога переключения последнего (параметр Treshold) нужно установить значение 0,5. Кроме того, выход блока Hit Crossing необходимо соединить с портом сброса интегратора.

Совокупность описанных блоков работает следующим образом. Если значение скорости  $\omega \setminus v$  не переходит через нуль, выходной сигнал блока Hit Crossing равен нулю. Он меньше порога срабатывания блока Switch, установленного в 0,5. Поэтому осуществляется моделирование уравнения (1), как это было описано ранее. Как только блок Hit Crossing фиксирует пересечение скоростью  $\omega \setminus v$  нуля, на его выходе сигнал становится равным единице, что превышает порог срабатывания ключа Switch и переключает на сумматор блок Saturation ( $M_{SR} \setminus F_{SR}$ ). Одновременно сигнал блока Hit Crossing поступает на вход сброса блока интегратора, по которому последний начинает интегрировать заново с момента пересечения скоростью нуля с начальным условием, установленным в блоке Constant с обозначением 0. Если при дальнейшем интегрировании значение скорости  $\omega \setminus v$  остается равным нулю, то состояние схемы остается неизменным. Если же величина  $\omega \setminus v$  на каком-то шаге интегрирования модели приобретает значение, отличное от нуля, блок Hit Crossing сбрасывает значение на своем выходе в нуль и переключает ключ Switch. После чего вновь заработает ветвь, моделирующая обобщенную силу трения движения и вязкого трения (Coulomb & Viscous Friction).

**Анализ полученных результатов.** С целью проведения апробации созданной структуры была создана экспериментальная модель, в которой на вход системы подавалось пилообразное воздействие. Полученные результаты представлены на рис. 5.

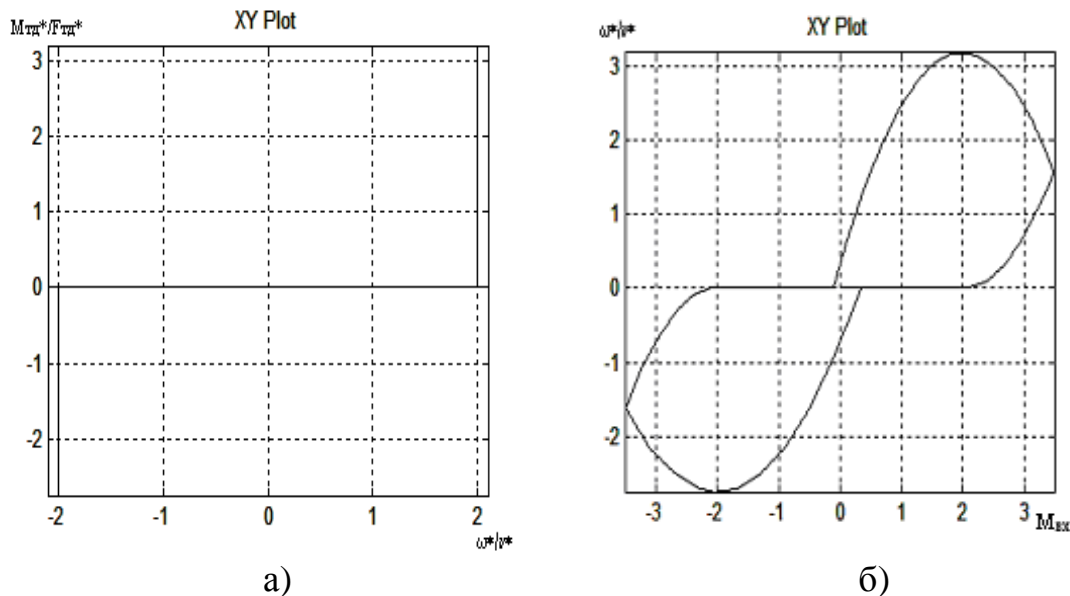


Рисунок 5 – Фазовые портреты исследуемой системы:  
 а) зависимость силы (момента) от скорости;  
 б) зависимость скорости от входного момента.

**Выводы и направления для дальнейших исследований.** Как можно увидеть из приведенных графиков, полученная структура полностью отражает реальный вид характеристики сухого трения: переключение с горизонтальных участков на вертикальные, участки момента (силы) срыва; корректно обрабатывает моменты переключения участков характеристики в положительной и отрицательной полуплоскостях при переходе скорости через нуль.

*Приведены результаты исследований применения созданной структуры, позволяющей проводить детальное моделирование сил (моментов) сухого трения в механических частях электроприводов.*

*The results of the studies of the using the created structure are presented, allowing conduct detailed modeling of powers (the torques) of dry friction in mechanical parts of electrical drives.*

#### **Библиографический список.**

1. Дьяконов В. // *Matlab 6: учебный курс*. СПб.: Питер, 2001. 544 с.
2. Кондрашов В., Королев С. // *Matlab как система программирования научно-технических расчетов*. М.: Мир, Институт стратегической стабильности Минатома РФ, 2002. 367 с.

3. Данилов А. // Компьютерный практикум по курсу "Теория управления". Simulink - моделирование в среде Matlab. М.: МГУИЭ, 2002. 687 с.
4. Дьяконов В. // Simulink 4: Специальный справочник. СПб.: Питер, 2001. 398 с.
5. Мартынов Н. // Введение в MatLab 6. М.: Кудиц-образ, 2002. 283 с.
6. Ануфриев И. // Самоучитель MatLab 5.3/6.x. СПб.: БХВ-Петербург, 2002. 768 с.

*Рекомендовано к печати  
д. т. н., проф. Зеленовым А.Б.*