УДК 622.83:622.023.23

EDN: EYAQPL

Литвинский Г. Г.

Донбасский государственный технический университет E-mail: ligag@ya.ru

К ТЕОРИИ СДВИЖЕНИЯ ПОДРАБОТАННОГО ПОРОДНОГО МАССИВА

На основе анализа публикаций по проблеме подработки горного массива показана необходимость разработки геомеханических моделей его сдвижения. Впервые оценены параметры бегущих трещин разрыва в кровле и почве лавы, инициирующих обрушение кровли. Установлены метаморфозы формоизменения области полных оседаний при неполной и полной подработке земной поверхности. Установлено влияние размеров выемки пласта в плане на прогиб неподработанной толщи пород. Предложена геомеханическая модель трещинной пустотности пород для определения их оседания на произвольной глубине. Решение обобщено на структурно неоднородные массивы с помощью рекурсивных алгоритмов. Введен новый коэффициент степени подработки массива и показано, что при неполной подработке поверхности в толще пород возникают техногенные коллекторы газа.

Ключевые слова: сдвижение, земная поверхность, геомеханические модели, подработка, трещиноватость, пустотность массива, оседания, прогиб, структурная неоднородность, коллекторы газа.

1 Проблема и задачи исследований

Начиная с XIX века, в период бурного развития горнорудной и угольной промышленности в ведущих горнодобывающих странах (Англия, Бельгия, Германия) из-за возникающих при ведении горных работ повреждений поверхностных зданий и сооружений возникла необходимость глубокого изучения сдвижений земной поверхности [1–6 и др.]. В отечественной горной науке основы учения о процессах сдвижения дневной поверхности заложил академик С. Г. Авершин [1], который разработал расчетные методы их прогноза на основе результатов многочисленных и обширных натурных измерений.

Изучением процессов подработки горного массива и их влияния на подземные и поверхностные объекты занимались многие отечественные и зарубежные ученые. К настоящему времени по этому вопросу накопилась многочисленная литература [1–10], в том числе и обзорного характера [2, 8].

Проблема остается актуальной вплоть до настоящего времени, о чем свидетельствует непрекращающийся поток публикаций [7–11 и др.], в которых предлагаются разные методы наблюдения за процессом сдвижения дневной поверхности и расчета его параметров.

Благодаря экспериментальным и теоретическим исследованиям широкого сообщества ученых разных стран можно считать установленными следующие общепринятые представления и закономерности [2–4, 11–15].

В окрестностях подработки массива различают разные по своему образованию и поведению области. Вся зона сдвижения разделяется на 3 обобщенных области, различных по поведению массива горных пород (рис. 1):

I — область повышенного горного давления, состоящая из зон 6 и 8 — опорного давления; 7 — предельно напряженного состояния на краевых участках пласта;

II — область разгрузки, где идут процессы деформирования и разрушения пород, в которую входят зоны: *1* — обрушения; *2* и *9* — разломов; *3* и *10* — активных трещин; *4* и *11* — локальных трещин; *5* и *12* — плавных деформаций;

III — приповерхностная область в виде мульды сдвижения, где различают зоны: 13–15 — растяжения и сжатия,

поднятия и опускания, вызывающие разнонаправленные деформации приповерхностных слоев; *16*— зона сползания слоев.

При подработке массива различают случаи полной и неполной подработки поверхности. В первом случае образуется мульда сдвижения с плоским дном, ограниченным углами полных сдвижений, во втором — у мульды нет плоского дна и максимальное оседание происходит возле ее центра.

Наиболее опасны краевые области мульды сдвижения, где происходят смещения дневной поверхности в виде вертикальных и горизонтальных деформаций, наклонов и изгибов (кривизн), нередко превышающих заданный нормами уровень их критических значений.

К настоящему времени было разработано методов расчета размеров множество мульды. В общем виде все известные классификации [3–7] методов прогноза в основном разделяют на эмпирические или полуэмпирические методы, численные (в том числе и метод конечных элементов МКЭ) и теоретические модели. Следует признать, что пока доминируют эмпирические методы прогноза, созданные усилиями многих ученых и практиков в предшествующий период почти вековой продолжительности, однако при всех их достоинствах эти методы почти исчерпали свои возможности [1, 4, 6, 11 и др.].

Численные методы с их мощными формальными алгоритмами и вычислительными процедурами требуют предварительного создания непротиворечивой математической модели процесса, которая далеко не всегда адекватна практике и из-за принятых по умолчанию посылок и предположений, как правило, обладает рядом существенных ограничений и недостатков. Необходимость корректного задания граничных и начальных условий с введением многочисленных эмпирических постоянных и поправок требует проведения экспериментальных изысканий и опытов, нередко длительных и трудоемких.

Нельзя не отметить, что в ряде методов, в том числе и в нормативном методе прогноза [15], многие формулы и рекомендации получены эмпирически и не имеют аналитического обоснования. Так, для определения максимальных оседаний η_{max} при неполной подработке поверхности рекомендована эмпирическая формула:

$$\eta_{\max} = 0, 9 \cdot q_0 \cdot m \cdot \cos \alpha \times \times \sqrt{\left(\frac{D_1}{H} + a_1\right) \cdot \left(\frac{D_2}{H} + a_2\right)},$$
(1)

где q_0 — максимальное оседание при полной подработке поверхности, отнесенное к мощности пласта;

m — мощность пласта по нормали к линии падения, м;

 α — угол падения пласта;

*D*₁ и *D*₂ — размеры выработанного пространства соответственно по падению и простиранию пласта, м;

H — средняя глубина разработки м;

*α*₁, *α*₂ — эмпирические коэффициенты, которые учитывают целики возле лавы и прочность подработанных горных пород.



Рисунок 1 — Схема сдвижения и области деформирования горных пород при разработке наклонного угольного пласта [5]

Из формулы 2 [15] и разъяснений к ней следует, что даже при $H \to \infty$ оседания не равны нулю $\eta_{\text{max}} \to Const > 0$, что противоречит граничным условиям, которым должен подчиняться процесс оседания массива. Во многие эмпирических зависимости введены многочисленные искусственные ограничения и логические условия.

Эти и ряд других недостатков, присущих эмпирическим формулам существующих нормативных положений и методов прогноза делают оправданными дальнейшие исследования по их уточнению и корректировке.

Задачей исследований является разработка геомеханических моделей процессов деформирования и разрушения пород при подработке горного массива и параметров сдвижения земной поверхности.

2 Геомеханические процессы при подработке массива пород

Рассмотрим последовательные этапы 1-4 оседания массива по мере отхода лавы 5 от разрезной печи 6 (рис. 2, 3):

1. Вначале разрезная печь представляет собой протяженную прямоугольную выработку, ширина которой D_2 увеличивается по мере движения лавы, что постоянно изменяет геомеханическую обстановку в окрестности очистных работ.

2. В кровле и почве растущего выработанного пространства (ВП) действуют растягивающие напряжения σ_t , равные [16]

$$\sigma_t = (1 - \lambda) \cdot \gamma H ; \qquad (2)$$

где λ — коэффициент бокового распора массива пород, $0 \le \lambda \le 1$, обычно $\lambda \ge 0,3...0,5$;

уН — вертикальная компонента давления вышележащих пород, Па.

3. По мере роста ширины ВП из-за движения лавы возле смещающегося центра его кровли и почвы, когда растягивающие напряжения σ_t превысят прочность пород $[\sigma_t]$ на растяжение $\sigma_t > [\sigma_t]$, последовательно возникают по нормали к плоскости пласта бегущие трещины разрыва, проникающие в массив вверх (в кровлю) и вниз (в почву) на глубину [16]

$$h_t \approx \frac{D_2}{2\lambda} \left(1 - \lambda - \frac{[\sigma_t]}{\gamma H} \right). \tag{3}$$

Отсюда следует важная закономерность: протяженность бегущих трещин разрыва h_t изменяется при движении лавы прямо пропорционально росту ширины ВП D_2 (рис. 4).



 зона обрушенных пород; 2–4 — этапы увеличения высоты призмы полных сдвижений;
 6 — штреки; 7 — мульда сдвижений

Рисунок 2 — Поэтапное сдвижение пород при движении лавы по простиранию и рост призмы полных опусканий пластов (разрез по падению, вид по A на рис. 3)



Рисунок 3 — Рост призмы полных сдвижений на разных глубинах *1*–4 (вид по А на рис. 2)



Рисунок 4 — Образование трещин разрыва и сводов обрушения по мере движения лавы

4. Трещины разрыва в кровле ВП нарушают сплошность слоистых пород и способствуют их обрушению в виде сводов естественного равновесия, форма которых весьма изменчива и часто ограничена контактами пластов в кровле ВП. Высота сводов обрушения не более глубины проникновения в массив трещин разрыва $h_c \leq h_t$.

5. Разрушенные породы при высоте обрушения, равной 7...10 мощностей пласта, из-за эффекта разрыхления заполняют весь объем ВП, создавая подпор («подбучивание») кровли и вначале затрудняя, а затем прекращая дальнейшее развитие сводообразования.

Вышележащие пласты начинают передавать свой вес, прогибаясь последовательно снизу вверх в виде волны расслоения с разной степенью распора и трещинообразования (плавное опускание) или периодически обрушаясь по мере движения лавы в виде «осадок» основной кровли, формируя зону полных оседаний и углы полных сдвижений на границах подработанных пород.

3 Метаморфозы формоизменения области полных оседаний

Породы в этой области деформированы в разной степени, поэтому заметно отличаются своей структурной нарушенностью и степенью оседания в зависимости от расстояния до пласта и разрезной печи. С удалением от пласта вначале беспорядочно разрушенные пласты породы в виде плоских плит и обломков, формирующих собою зону подбучивания с высоким коэффициентом разрыхления, сменяются более упорядоченно прогибающимися пластами пород. Чем выше находятся эти пласты, тем более их плавный прогиб и меньше оседание.

Со стороны разрезной печи высота области беспорядочного обрушения и разрыхление пород в ней больше среднего, а затем постепенно снижается. То же касается и остальных областей деформирования пород.

Следовательно, можно с достаточной степенью достоверности утверждать, что все области и зоны при подработке горного массива обладают асимметрией по паданию и простиранию. Она возникает не только из-за угла падения пород, но и зависит от порядка выемки пласта, что требует коррекции схемы сдвижения (рис. 1–3). Количественная оценка асимметрии усложняется, кроме того, периодической осадкой основной кровли и наличием пород-мостов.

Область полных оседаний по мере удаления лавы от разреза претерпевает метаморфозы формоизменения из-за смены соотношений размеров ВП по падению и простиранию D_1 и D_2 . Условия неполной подработки можно записать из простых геометрических соотношений (рис. 2, 3) в виде двух неравенств, оба из которых всегда соблюдаются, начиная с момента движения лавы от разрезной печи, а далее выполняются поочередно:

$$H > \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \end{vmatrix} = 0.5 \begin{vmatrix} D_1 \cdot tg\varphi_1 \\ D_2 \cdot tg\varphi_2 \end{vmatrix}, \tag{4}$$

где h_1, h_2 — предельная высота зоны полных сдвижений соответственно по падению и простиранию, когда она достигает земной поверхности;

 φ_1, φ_2 — углы полных сдвижений соответственно по падению и простиранию пласта (см. рис. 2, 3).

Следовательно, нарушение лишь одного из неравенств (4) не свидетельствует о том, что зона полных сдвижений вышла на земную поверхность и произошла полная ее

Недропользование

подработка с формированием соответствующей ей мульды.

Условие полной подработки земной поверхности будет выражаться в виде выполнения обоих неравенств одновременно (конъюнкция условий):

$$H < \begin{vmatrix} h_1 \\ h_2 \end{vmatrix} = 0,5 \begin{vmatrix} D_1 \cdot tg\varphi_1 \\ D_2 \cdot tg\varphi_2 \end{vmatrix}.$$
(5)

Как правило, поскольку при движении лавы по простиранию ее длина по падению постоянна $D_1 = Const$, и когда выполняется условие $h_1 > H$ (обычно на малых глубинах), условие полной подработки предопределяется расстоянием D_2 от разрезной печи, т. е. неравенством $D_2 \ge H \cdot ctg\varphi_2$.

При неполной подработке, когда $D_1 > D_2$, область полных сдвижений принимает форму вытянутой вдоль лавы протяженной выработки вначале с плоской кровлей, а затем в виде трехгранной призмы со скошенными торцами, опертой основанием размерами $D_1 \times D_2$ на почву пласта (рис. 5).

В момент, когда отход лавы равен ее длине $D_2 = D_1$, область принимает промежуточную форму четырехгранной пирамиды, а при дальнейшем движении лавы, когда $D_2 > D_1$, она вытягивается в виде такой же трехгранной призмы уже по простиранию пласта вдоль D_2 , пока ее верхнее ребро не достигнет своей максимальной высоты $h_2 = H$ по простиранию (см. рис. 2, 3).

При полной подработке (рис. 6) образуется мульда, дно которой опускается на глубину максимальных оседаний η_m .

По мере движения лавы вышележащая толща пород продолжает прогибаться вслед за фронтом очистных работ, удлиняя на земной поверхности плоскую мульду максимальных сдвижений. Последняя в виде прямоугольника со скругленными углами, размер которого вдоль направления лавы по мере ее выемки растет путем своеобразного «заметания» исходной линии выхода подработки на поверхность при $h_2 = H$ до длины выемочного столба. Поперечный размер мульды остается равным начальной длине линии максимальных сдвижений $D_1 \cdot tg \varphi_1$.



земная поверхность; 2, 3 — зона полных обрушений у лавы и разреза;
 4 — этапы движения лавы

Рисунок 5 — Зона полных обрушений *3* при неполной подработке поверхности *1*



земная поверхность; 2, 3 — зона полных обрушений у лавы и разреза;
 4 — этапы движения лавы

Рисунок 6 — Зона полных обрушений 3 при полной подработке поверхности *1*

Эта предельно упрощенная схема деформирования массива горных пород в дальнейшем должна быть дополнена путем учета угла падения пласта, неоднородного строения массива, оставления предохранительных целиков, направления выемки угля (по простиранию, падению, восстанию и пр.), разных углов полных сдвижений по простиранию и падению, повторной подработки и т. д. В ряде случаев отдельные этапы подработки массива могут отсутствовать или появляться иные (например, при наличии наносов, четвертичных пород, выработанных пространств и др.), что некардинально влияет на суть геомеханических процессов сдвижения массива и может быть учтено дополнительно.

4 Влияние размеров ВП на сдвижение массива пород

Чтобы оценить влияние каждого из размеров выработанного пространства D_1 , D_2 на процессы в подработанной толще массива горных пород, можно прибегнуть к аналогии деформирования пластов закономерностям изгиба пластин. Основное уравнение изгиба плоской пластины средней толщины записывается в виде (уравнение Софи Жермен [17])

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \qquad (6)$$

где *w* — вертикальная деформация нейтрального слоя пластины, м;

x, *y* — система прямоугольных координат с началом в центре пластины, м;

q — нормальная распределённая нагрузка, действующая на пластину, Па;

D — цилиндрическая жесткость при изгибе пластины, равная

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)},$$
 (7)

где Е — модуль Юнга, Па;

h — толщина пластины, м;

v — коэффициент Пуассона материала пластины.

Если с помощью решения уравнения (6) определить уравнение прогиба срединного слоя прямоугольной пластины размерами $a \times b$ (которые являются аналогами размеров подработанной толщи в плане D_1 , D_2), то на основании качественного анализа решения можно оценить степень влияния каждого из ее размеров.

Одно из немногих точных решений уравнения (6) получено для пластины эллиптической формы. Поэтому с целью упрощения анализа, вместо прямоугольной рассмотрим эллиптическую в плане пластину с тем же соотношением полуосей, прогиб которой в центре будет качественно подобен прямоугольной (рис. 7).

Конечный результат решения уравнения (6) для прогиба в центре пластины получен в замкнутом виде [17]:

$$w_0 = \frac{q}{8D} \left(\frac{3}{a^4} + \frac{2}{a^2 b^2} + \frac{3}{b^4} \right)^{-1}, \qquad (8)$$

а нормальные напряжения в центре пластины равны

$$\begin{vmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{vmatrix} = \frac{4Ew_0}{1-v} z \begin{vmatrix} a^{-2} + vb^{-2} \\ b^{-2} + va^{-2} \end{vmatrix}.$$
 (9)

Проведем анализ полученного решения как аналогию поведения пластов в подработанном массиве и пластины. Как следует из (8), прогиб пластины w_0 и напряжения в ней σ_x, σ_y зависят от изменения каждого из ее размеров *a*, *b*.

Изучим поведение прогиба при увеличении одной из полуосей (например, *b*) при постоянном значении другой, для чего устремим $b/a \rightarrow \infty$. Рассмотрим эту закономерность на графике (рис. 8) в нормированных относительных координатах. Для этого по оси абсцисс будем откладывать расстояние лавы от разрезной печи в единицах длины лавы D_1/D_2 , а по оси ординат — прогибы пластов w_0 , отнесенные к их предельному цилиндрическому изгибу w_u , который получаем из (8) при устремлении отношения длины балки к ее ширине, т. е. $b/a \rightarrow \infty$.

Подставляя в (9) с учетом значения цилиндрической жесткости *D* (7), получим:

$$w_{u} = \frac{qa^{4}}{8D} = \frac{3(1-v^{2})qa^{4}}{2Eh^{3}}.$$
 (10)



Рисунок 7 — Деформации *w* защемлённых по контуру прямоугольной и эллиптической пластин при равномерно распределенной нагрузке *q*



Рисунок 8 — Рост прогиба пород при удалении лавы от разрезной печи

Линия *I* на рисунке 8 показывает, что относительный прогиб w_0 / w_u по мере продвижения лавы быстро увеличивается на участке $0.5 < D_1 / D_2 < 1.5$, стремясь к своему предельному значению, т. е. $w_0 / w_u \rightarrow 1$.

Отметим, что полученная оценка основана на анализе только упругого изгиба тонких пластов выше зоны полных сдвижений; на самом деле уже на первом этапе подработки породы начинают растрескиваться и разрушаться, что значительно увеличивает их способность к прогибам. Следовательно, более достоверной будет линия 2 на рисунке 8, которая полнее отражает поведение реальных пород при их подработке и показывает, что влияние размера D_2 на сдвижение подработанной толщи быстро затухает при удалении лавы от разрезной печи на длину, несколько больше фронта очистных работ D_1 .

Максимальный прогиб всей толщи пород над зоной полных сдвижений w_0 согласно уравнению (8) обратно пропорционален цилиндрической жесткости D (7). Поэтому с увеличением мощности (высоты) слоя пород над зоной полных сдвижений h прогиб w_0 оказывается обратно пропорционален кубу высоты $w_0 \sim 1/h^3$, при этом нагрузка q на этот слой будет пропорциональна $q \sim h$. Следовательно,

приблизительная оценка показывает, что прогиб слоев пород над зоной полных сдвижений будет порядка $w_0 \sim 1/h^2$, а с учетом неупругих деформаций и разрушения слоев можно считать приемлемой оценку $w_0 \sim (1/h^2...1/h^{1.5})$.

Разумеется, в условиях управления кровлей полным обрушением, осложняемого периодическими осадками основной кровли, кривая 2 не будет такой идеально плавной и исказится скачками и разрывами, но тем не менее показанная с помощью аналогии закономерность будет соблюдаться.

Следовательно, можно сделать вывод о том, что:

1) уравнение (1) для определения максимальных оседаний η_{max} нельзя считать достаточно корректным, а метод прогноза [15], основанный на его использовании, необходимо пересмотреть;

2) развитие очистных работ приводит к образованию подработанной толщи, в которой область полных сдвижений меняет свою форму от трехгранной призмы вдоль лавы при отходе от разрезной печи до такой же призмы с ребром большей высоты нормально фронту очистных работ при неполной подработке или до четырехгранной призмы при полной подработке;

3) предопределяющим параметром полной подработки массива является длина фронта одного или примыкающих выработанных пространств, а максимальные оседания η_{max} земной поверхности будут зависеть при неполной подработке от конфигурации объемов зоны полных сдвижений.

4) при определении оседаний необходимо учитывать случаи полной и неполной подработки, поскольку массив, находящийся выше зоны полных сдвижений, будет подчиняться закономерностям, присущим набору квазизащемлённых по контуру балок, взаимодействующих друг с другом;

5) максимальное опускание мульды сдвижения не зависит от расстояния лавы от разрезной печи уже при его значении, превышающем 1,2...1,5 длины лавы.

5 Модель трещиноватости и пустотности подработанного массива горных пород

Подработанный массив пород при формировании мульды оседаний испытывает сложные деформации растяжения, сжатия и опускания, в результате которых возникает совокупность систем трещин сдвига и растяжения.

Как известно [18], свободное пространство в породах в виде пустот различной формы, размера и ориентации называется скважностью (пустотностью), которая представлена системами пористости, трещиноватости и кавернозности. Пористость осадочных горных пород находится в пределах 2...4 % и поэтому может оказать заметное влияние на деформации массива.

При ведении очистных работ в слоистом массиве при его подработке возникает вполне определенная четко выраженная техногенная система трещин, параллельная поверхности контактов. Ей присущи в заданных горно-геологических условиях достаточно выдержанные параметры. Густота (или плотность) трещин, которая измеряется расстоянием между соседними трещинами по нормали к их плоскости, примерно соответствует мощности слоев, раскрытие трещин меняется от долей миллиметра до нескольких сантиметров, а угол и азимут падения примерно совпадают с теми же параметрами у пластов.

Согласно п. 2, образование и закрытие трещин в зоне подработки происходит в результате сложных геомеханических процессов последовательного изгиба и оседания пластов по мере движения лавы, на которые зачастую накладываются при управлении кровлей полным обрушением периодические посадки основной кровли. Последние выполняют роль триггера неупругих деформаций сдвижения всей многослойной толщи подработанных пород. Своеобразная «волна» изгибов, растяжений и сжатий с инициацией вначале раскрытия, а затем уменьшения трещин разрыва слоевых контактов многократно проходит снизу вверх и пронизывает подработанную толщу, заставляя ее в конечном счете опускаться и уплотнять подработанные породы.

Степень пустотности подработанного массива можно численно охарактеризовать объемным коэффициентом скважности. Учитывая особые условия (плоско деформированное состояние) проявления пустотности в подработанном массиве, деформации разрыва будут наблюдаться в основном перпендикулярно слоистости. Тогда коэффициент трещинной пустотности (КТП) равен объему пустот, образованных трещинами в единице объема горной породы.

Поскольку трещины квазипараллельны друг другу и в условиях, близких к стесненной деформации, способны менять в основном высоту единичного объема породы, коэффициент трещинной пустотности (КТП) можно представить в виде формулы:

$$0 \le k_T = \frac{V_T}{V_0} = \frac{h_T \cdot A}{h_0 \cdot A_0} = \frac{h_T}{h_0} \le 1, \quad (11)$$

где h_T , V_T — соответственно суммарное раскрытие и объем всех техногенных трещин в единичном объеме породы.

Незаполненное обрушенными породами кровли выработанное пространство представляет пустотный объем с высотой, равной мощности пласта, а его КТП равен k_T =1. У зависших пород кровли без техногенных трещин этот коэффициент можно считать равным естественной пористости k_T =0...4 %. В подработанном массиве пород КТП будет принимать промежуточные значения и тем самым предопределять сдвижение массива пород.

В первом, достаточно приемлемом приближении построим математическую модель оседаний дневной поверхности в виде исходного порождающего решения, в котором надо получить функциональную зависимость сдвижений массива от степени распределения в нем КТП в области полных сдвижений, где пласты пород переместились параллельно своему первоначальному положению.

Для упрощения порождающего решения принимаем ряд идеализаций и гипотез. В частности, считаем массив горных пород однородным и изотропным, пренебрегая на начальном этапе исследований различием свойств слагающих его пластов. Начало координат поместим на дневной поверхности над центром очистного забоя. Вводим безразмерные нормированные ортогональные координаты ψ , ζ , ς , в которых далее будем записывать определяющие соотношения:

$$0 \le \psi = x / H;$$

$$0 \le \xi = h / H \le 1;$$

$$0 \le \zeta = \eta / m \le 1;$$

(12)

где *х* — расстояние от линии очистного забоя, м;

H — глубина разработки, м;

h — текущая глубина, $0 \le h \le H$, м;

η — оседание подработанного массива на глубине *h*, м;

т — мощность отрабатываемого пласта.

Нетрудно видеть, что вертикальный градиент опускания подработанного массива будет не чем иным, как коэффициентом трещинной пустотности (КТП):

$$k_T(\xi) = \frac{d\eta}{d\xi}.$$
 (13)

Рассмотрим особенности поведения КТП в центре мульды оседания при изменении глубины разработки, вытекающие из геомеханических условий рассматриваемой задачи:

– на уровне пласта, где $\xi = 1$, КТП до образования области беспорядочного обрушения должен принимать максимальное значение $k_T(1) \rightarrow 1$ (пустота);

– после обрушения пород кровли и создания начального подпора на высоте $h_{o\delta} = (5...8)m$ мощностей разрабатываемого пласта КТП принимает значения в пределах $k_T = m / h_{o\delta} = 1 / (5...8) = 0,125...0,2$;

 по мере уменьшения глубины разработки в силу снижения сдвиговых и разрывных деформаций подработанных пластов КТП также снижается; – у дневной поверхности, где $\xi \to 0$, при полной подработке КТП также должен быть равен нулю $k_T(\xi=0)=0$, а оседание должно быть равно в безразмерном виде $\zeta_m = \eta_m/m$, где η_m — максимальное оседание дневной поверхности.

Выберем наиболее простую функцию, удовлетворяющую всем вышеприведенным условиям поведения КТП:

$$k_T(\xi) = \frac{d\zeta}{d\xi} = a \cdot \xi^m, \qquad (14)$$

где *a*, *m* — безразмерные постоянные коэффициенты, определяемые из натурных наблюдений и экспериментальных исследований оседания подработанного массива.

Решая полученное дифференциальное уравнение (14) и определяя постоянную интегрирования из условия, что при $\xi \to 0$ оседание максимально и равно $\varsigma_m = \eta_m/m$, после некоторых замен и упрощений получим искомое решение в виде

$$\varsigma = 1 - (1 - \varsigma_m)(1 - \xi^n),$$
 (15)

где *n*≥1 — эмпирическая постоянная.

Переходя к исходным размерным переменным, окончательно получаем из (15)

$$\eta = m \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\eta_m}{m} \right) \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^n \right] \right\}.$$
 (16)

Таким образом, имеем общий вид уравнения (16) для определения опусканий подработанного массива на произвольной глубине h при заданных значениях мощности пласта m и максимальном оседании дневной поверхности η_m .

На рисунке 9 показаны в относительных координатах типичные графики $\varsigma(\xi)$ оседаний массива горных пород над отработанным пластом на разных глубинах разработки.

Если КТП во всей толще одинаков (понятно, что тогда показатель n=0), то оседания будут представлены прямыми линиями, выходящими из начала координат и пересекающими ось ординат в точке ς_m (штриховая прямая на рис. 9).

Из (15) следует, что при $\varsigma_m = 0$ и n = 0 получим КТП = m/H. Таким образом в подработанном породном массиве при выемке на глубине 500 м угольного пласта мощностью 1 м КТП равен $k_T = 0,002$ или 0,2 %, что на порядок меньше естественной пористости большинства осадочных пород, равной 2...4 %. В общем случае, когда n > 0 для КТП получим выражение

$$k_T = n \cdot (1 - \varsigma_m) \cdot \xi^{n-1}. \tag{17}$$

Согласно (16) следует, что при $0 \le n < 1$ кривые опускания массива изгибаются выпуклостью вверх, т. е. с повышением глубины трещиноватость массива должна снижаться. Поскольку это противоречит экспериментальным данным (расслоение поднимается от пласта к поверхности), надо признать, что реальная область значений показателя степени должна удовлетворять неравенству $n \ge 1$.

Отметим довольно простую возможность распространить функциональные зависимости (15–17) на кусочно-неоднородные породные массивы, когда они состоят из разнородных по физико-механическим свойствам пород. Это значит, что можно отказаться от довольно ограничительной исходной гипотезы об однородности массива, а решать задачу, разбив массив на квазиоднородные толщи пород.

С этой целью следует решать исходное дифференциальное уравнение (13), разделяя массив пород по высоте на блоки последовательно сверху вниз. Для чего поочередно вычисляем опускание ζ_i на каждой по глубине *i*-той границе ζ_i блока, сопрягая на них граничные условия и задаем показатель степени для каждого слоя n_i , в результате получим

$$\varsigma = \frac{a_i}{n_i} (\xi^n - \xi_i^n) + \varsigma_i.$$
(18)

Тогда на нижней границе *i* + 1 слоя *i* получим опускание

$$\varsigma_{i+1} = \frac{a_i}{n_i} (\xi_{i+1}^n - \xi_i^n) + \varsigma_i \,. \tag{19}$$



Рисунок 9 — Графики изменения оседаний 0≤ς≤1 породного массива по глубине 0≤ζ≤1 в относительных переменных

Уравнение (19) является рекуррентным алгоритмом ведения расчетов для многослойного массива пород. После *i*-го слоя можно переходить к расчету опусканий ζ_{i+2} следующего *i*+1 слоя. Возможен и противоположный порядок рекуррентного расчета от нижнего слоя вверх, все зависит от постановки задачи, наличия достоверных исходных данных и граничных условий.

С этих позиций появляется возможность учесть изменение опусканий ς_i в неполностью подработанном массиве горных пород, что характерно для больших глубин разработки (см. рис. 5), а именно при $H > h_1 = 0.5D_1 \cdot tg(\varphi_1)$.

6 Коэффициент степени подработки и максимальные оседания *η_m* породного массива

Для определения максимальных оседаний η_m необходимо ввести по-иному, чем в [19], коэффициент степени подработки ($0 \le k_{CTI} \le \infty$) земной поверхности в виде отношения (если $D_1 < D_2$):

$$0 \le \kappa_{C\Pi} = \frac{H}{h_1} = \frac{2H}{D_1 \cdot tg(\varphi_1)} \le \infty.$$
 (20)

Как следует из физического смысла коэффициента $k_{C\Pi}$ (20), максимальное оседание

η_m подработанной поверхности будет тем больше, чем меньше $k_{C\Pi}$. Граничным значением коэффициента $k_{C\Pi} = 1$ разделяются случаи неполной $k_{C\Pi} < 1$ и полной $k_{C\Pi} > 1$ подработки земной поверхности. Чем глубже ведутся очистные работы, тем больше значение $k_{C\Pi} > 1$, тем меньше подработка поверхности и ее деформации («большие» глубины разработки). И, наоборот, низкое значение $k_{C\Pi} < 1$ свидетельствует о полной подработке земной поверхности (наблюдается на «малых» глубинах) с максимальным нарушением ее целостности.

Тем самым коэффициент k_{CII} позволяет учитывать принципиальное отличие подработанного массива при его неполной подработке, поскольку тогда под земной поверхностью появляется толща пород с распором, поведение которой, согласно (10), близко к деформациям толстой плиты.

В случае неполной подработки земной поверхности следует учитывать, что поведение неполно подработанной толщи выше зоны полных сдвижений (зона плавных деформаций 5 на рис. 1, 2) близко к деформациям толстой прогнутой плиты толщиной, которую можно определить по формуле

$$h_{\mu} = \min \begin{vmatrix} h_{\mu 1} \\ h_{\mu 2} \end{vmatrix} =$$

$$= \min \left(H - 0.5 \begin{vmatrix} D_{1} \cdot tg(\varphi_{1}) \\ D_{2} \cdot tg(\varphi_{2}) \end{vmatrix} \right).$$
(21)

В этом слое породного массива над зоной полных сдвижений оседания η_m будут подчиняться закону, близкому к зависимости (10), т. е. обратно пропорционально квадрату толщины h_u^{-2} . Исходя из этих соображений, можно построить характерный график (рис. 10) зависимости оседаний η_m от коэффициента степени подработки k_{CII} .

Как следует из графиков (рис. 10), ранее полученные зависимости $\eta_m = f(H)$ (см., например, [19]), показанные кривой *I*, противоречат физическому смыслу поведения максимальных оседаний η_m при $H \rightarrow \infty$, поскольку тогда они должны асимптотически стремиться к нулю $\eta_m \rightarrow 0$, а не пересекать ось *H* под углом. Следовательно, необходимо учесть при неполной подработке $k_{CII} > 1$ поведение толстой плиты из приповерхностных пород толщиной h_u , что условно показано кривой 2.

Обобщенная кривая 3, выделенная пунктиром, отражает теоретически обоснованный случай поведения максимальных оседаний η_m , учитывающий полученную из опытных наблюдений [17] кривую 1, соответствующую полной подработке массива пород на участке $k_{CII} < 1$. На «больших» глубинах разработки $k_{CII} > 1$ график плавно переходит в кривую 2, полученную теоретически при учете поведения толстой породной плиты толщиной h_u над зоной полных сдвижений.

Отличительной особенностью такого построения является выбор координат $\eta_m = f(k_{CII})$, а не $\eta_m = f(H)$, как это обычно принимают [17], поскольку здесь явным образом надо учитывать влияние степени подработки массива коэффициентом k_{CII} . Таким образом, обобщенная кривая 3 подчиняется двум разным закономерностям, которые сопряжены при $k_{CII}=1$. Поэтому попытки теоретически или экспериментально получить универсальную формулу в зависимости от глубины $\eta_m = f(H)$ для всего диапазона глубин $0 \le H < \infty$ обречены на неудачу.

Следует иметь в виду существенную разницу в деформационных свойствах подработанной толщи пород. Даже в случае полной подработки будут наблюдаться различные по мощности и структурным свойствам зоны полного разрушения, разломов, активных техногенных и локальных трещин, выше которых расположена зона плавных деформаций (см. рис. 1). Чем больше трещин в зоне, тем более она деформативна, тем больше в ней коэффициент пустотности, который убывает по мере уменьшения трещиноватости и приближения к земной поверхности.





Поэтому предлагаемая геомеханическая модель в виде дифференциального уравнения (14) должна для каждой зоны характеризоваться только ей свойственными параметрами, в нашем случае согласно (16) параметрами *m*, *n*, которые следует определить из натурных замеров с помощью пробуренных через всю толщу подработанных пород замерных скважин от поверхности до угольного пласта.

В грубом приближении весь массив подработанных пород можно подразделить на две области:

– область полных сдвижений над пластом высотой $\max(h_1, h_2)$ согласно (4);

– область плавных деформаций в виде толстой плиты высотой *h_u*.

Эти области существенно отличаются своими структурными свойствами, в первую очередь — способностью к оседанию при подработке и коэффициентами трещинной пустотности, которые на их контакте могут претерпевать разрыв первого или второго рода. Качественная картина опускания пород по глубине при разной степени подработки массива показана на рисунке 11.



Рисунок 11 — Оседания η/m массива подработанных пород в зависимости от относительной глубины ζ при разной степени подработки k_{CII}

Очевидно, что при неполной подработке $k_{C\Pi} > 1$ из-за рассогласования деформационных свойств зависающих над зоной полных сдвижений толщ горных пород и прогнувшихся под ними пластов произойдет в той или иной степени резкое изменение коэффициента трещинной пустотности $k_T(\xi)$

Предугадать кривую сопряжения КТП с зависшей толщей пород (где $k_T(\xi) \simeq 0$) и прилегающей к пласту разрушенной породной зоной (где КТП $k_T(\xi) \rightarrow 1$) ввиду ее изменчивости довольно сложно. Однако с высокой степенью уверенности можно считать, что зона резкого увеличения КТП находится на уровне высоты $\max(h_1, h_2)$ зоны полных сдвижений. Чем глубже рабочий горизонт, тем больше КСП, тем больше изменяется коэффициент трещинной пустотности, указывая на разрыв в оседаниях внутри массива пород. В предельном случае этот контраст наблюдается при проведении обычной выработки, над которой происходит обрушение пород чаще всего в виде свода естественного равновесия.

Таким образом, предлагаемая геомеханическая модель позволяет с единых

методических позиций описать ранее несопоставимые по своему масштабу разрушения и оседания массива пород над лавой и обычной горной выработкой.

Важно отметить, что выполненные исследования позволили установить ранее не зафиксированную для очистных работ закономерность возникновения в процессе выемки пласта при неполной подработке земной поверхности обширной по протяженности и объему области высокой трещинной пустотности, где $k_T(\xi) \rightarrow 1$.

Следовательно, на «больших» глубинах разработки, когда $k_{C\Pi} > 1$, в этой области формируется в толще массива техногенный коллектор рудничных газов, в частности метана СН4. Отсюда можно сделать ряд практических выводов об опасности миграции подземных газов и загазирования поверхностных зданий и сооружений, о возможности и технических аспектах дегазации подработанных толщ массива, дренирования или хозяйственного использования газа путем бурения в зону газового коллектора направленных скважин и отвода его по трубопроводам и др.

Выводы:

Изучение закономерностей поведения подработанного массива при добыче сырьевых ресурсов еще не получило своего завершения, а многочисленные предложенные методы расчета его параметров часто сложны и не всегда достаточно обоснованы и достоверны.

Из предложенных нами выше геомеханических моделей деформаций подработанного массива, с учетом впервые установленных его структурных и технологических неоднородностей по глубине, простиранию и падению, следует:

 Геомеханическим процессам деформирования и разрушения горных пород при ведении очистных работ присущи цикличность, многостадийность развития и сложного формоизменения возникающих зон смещений в массиве.

2. Рассмотрены геомеханические процессы формирования зон деформаций при неполной и полной подработке массива пород, впервые оценены параметры бегущих трещин разрыва в кровле и почве лавы, инициирующих обрушение кровли.

3. Установлены метаморфозы формоизменения области полных оседаний при неполной и полной подработке земной поверхности в процессе развития очистных работ.

4. На основе решения уравнения Софи Жермен выполнены теоретические оценки влияния размеров в плане выработанного пространства на прогиб многослойной толщи пород при удалении лавы от разрезной печи.

5. Предложена геомеханическая модель трещиноватости и пустотности породного массива на основе коэффициента трещинной пустотности $k_T(\xi)$ в виде дифференциального уравнения (14), решение которого впервые дает общую зависимость (16) для определения оседания подработанного массива на произвольной глубине.

6. Впервые показана возможность оценки опускания многослойного неоднородного подработанного массива по рекуррентным зависимостям (18).

7. Дано теоретико-экспериментальное обоснование закономерностей перехода от стадии неполной подработки дневной поверхности к полной через коэффициент степени подработки КСП $0 \le k_{CII} < \infty$.

8. Обоснованы закономерности возникновения при неполной $k_{CII} > 1$ подработке земной поверхности техногенного газового коллектора в верхней части зоны полных сдвижений, что позволяет прогнозировать интенсивность и планировать управление газовыделением.

Задачей дальнейших исследований геомеханических процессов подработки земной поверхности следует считать разработку моделей с учетом влияния угла падения пластов, фактора времени, наличия целиков, цикличности осадок основной кровли и др.

Список источников

1. Авершин С. Г. Сдвижение горных пород при подземных разработках. М. : Углетехиздат, 1947. 245 с.

Surface Subsidence Engineering: Theory and Practice / ed. by Syd S. Peng. CRC Press, 2020. 216 p.
 Tajduś K. Numerical simulation of underground mining exploitation influence upon terrain surface //

Archives of Mining Sciences. 2013. Vol. 58. № 3. P. 605–616. DOI: 10.2478/amsc-2013-0042

4. Kratzsch H. Mining Subsidence Engineering. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1983. 551 p.

5. Механика сдвижения и разрушения горных пород / С. Д. Викторов, С. А. Гончаров, М. А. Иофис, В. М. Закалинский. М. : ИПКОН РАН, 2019. 360 с.

6. Surface Subsidence Monitoring of Mining Areas in Hunan Province Based on Sentinel-1A and DS-InSAR / L. Zhang [et al.] // Sensors (Basel). 2023. Vol. 23 (19). Article number: 8146. DOI: 10.3390/s23198146

7. Puertas J. J. G. Estimating highway subsidence due to longwall mining : Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy. University of Pittsburgh, 2010. 160 p.

8. Prediction of mining-induced subsidence at Barapukuria longwall coal mine, Bangladesh / A. K. M. Badrul Alam [et al.] // Scientific Reports. 2022. Vol. 12 (1). Article number: 14800. DOI: 10.1038/s41598-022-19160-1

9. Cao J., Huang Q., Guo L. Subsidence prediction of overburden strata and ground surface in shallow coal seam mining // Scientific Reports. 2021. Vol. 11 (1). Article number: 18972. DOI: 10.1038/s41598-021-98520-9

10. Jahanmiri S, Noorian-Bidgoli M. Environ Sci Pollut. Land subsidence prediction in coal mining using machine learning models and optimization techniques // Environmental Science and Pollution Research. 2024. Vol. 31 (22). P. 31942-31966. DOI: 10.1007/s11356-024-33300-2

11. Kulibaba S., Miletenko N. Influence of the mining depth factor on accuracy of the forecast of the earth's surface subsidence in Kuzbass // Problems of Complex Development of Georesources : VIII International Scientific Conference. E3S Web of Conferences. 2020. Vol. 192. Article number: 04009. EDN QLYTPC. DOI: 10.1051/e3sconf/202019204009

12. Tajduś K., Misa R., Sroka A. Analysis of the surface horizontal displacement changes due to longwall panel advance // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2018. Vol. 104. P. 119–125. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.02.005

13. Knothe S. Prediction of mining influence. Katowice, 1984. 214 p.

14. Strzałkowski P., Ścigała R., Szafulera K. Some aspects of forecasting the post-mining substratum deformation for evaluation of its influence on constructions // E3S Web of Conferences. 2018. Vol. 36. Article number: 01008.

15. ГСТУ 101.00159226.001-2003. Правила подработки зданий, сооружений и природных объектов при добыче угля подземным способом. К.: УкрНИМИ НАН Украины, 2004. 128 с.

16. Литвинский Г. Г. Основы горной геомеханики. Т. 1 : Механические свойства горных пород и массивов : учеб. пособ. Алчевск : ДонГТУ, 2012. 312 с.

17. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М. : Наука, 1966. 640 с.

18. Всеволожский В. А. Основы гидрогеологии : учебник. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Изд-во МГУ, 2007. 448 с.

19. Ларченко В. Г., Маталкина Ю. А., Коваленко Е. В. Оперативный способ определения ожидаемых оседаний земной поверхности при добыче угля на больших глубинах // Сборник научных трудов ДонГТИ. 2021. № 22 (65). С. 29–34.

© Литвинский Г. Г.

Рекомендована к печати к.т.н., доц. каф. ГБП ДонГТУ Шульгиным П. Н., д.т.н., проф., зав. каф. ПРПМ ДонНТУ Петренко Ю. А.

Статья поступила в редакцию 10.10.2024.

Сведения об авторе

Литвинский Гарри Григорьевич, д-р техн. наук, профессор каф. геотехнологии и безопасности производств

Донбасский государственный технический университет, г. Алчевск, Россия, e-mail: ligag@ya.ru

Litvinsky G. G. (Donbass State Technical University, Alchevsk, Russia, e-mail: ligag@ya.ru) TO THE THEORY OF DISPLACEMENT OF THE UNDERMINED ROCK MASSIF

The analysis of work publications on undermining rock massif demonstrates the necessity to develop geomechanical models for its displacement. For the first time, there have been assessed the parameters of running fracture cracks in roof and the long-wall face soil, initiating the roof collapse. The metamorphoses of moldability of complete subsidence area at incomplete and complete undermining of the Earth's surface have been determined. The influence of excavation size in plan for deflection of the undermined rock mass has been determined. A geomechanical model of rock fracture voids is proposed for determining rock subsidence at arbitrary depths. The solution is generalized to structurally heterogeneous massifs using recursive algorithms. A new coefficient of massif underworking degree is introduced and it is shown that at incomplete under-working of surface, the technogenic gas reservoirs appear in the rock mass.

Key words: displacement, Earth's surface, geomechanical model, undermining, cleavage, voidness of massif, subsidence, deflection, structural inhomogeneity, gas collectors.

References

1. Avershin S. G. Rock displacement in underground developments [Sdvizhenie gornyh porod pri podzemnyh razrabotkah]. M. : Ugletekhizdat, 1947. 245 p. (rus)

2. Peng Syd S. [ed.] Surface Subsidence Engineering: Theory and Practice. CRC Press, 2020. 216 p.

3. Tajduś K. Numerical simulation of underground mining exploitation influence upon terrain surface. Archives of Mining Sciences. 2013. Vol. 58. No. 3. Pp. 605–616. DOI: 10.2478/amsc-2013-0042

4. Kratzsch H. Mining Subsidence Engineering. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1983. 551 p.

5. Viktorov S. D., Goncharov S. A., Iofis M. A., Zakalinsky V. M. Mechanics of displacement and fracture of rocks [Mekhanika sdvizheniya i razrusheniya gornyh porod]. M. : IPKON named after Academician N. V. Melnikov RAS, 2019. 360 p. (rus)

6. Zhang L. [et al.]. Surface Subsidence Monitoring of Mining Areas in Hunan Province Based on Sentinel-1A and DS-InSAR. Sensors (Basel). 2023. Vol. 23 (19) : 8146. DOI: 10.3390/s23198146

7. Puertas J. J. G. Estimating highway subsidence due to longwall mining : Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy. University of Pittsburgh, 2010. 160 p.

8. Alam A.K.M.B. [et al.]. Prediction of mining-induced subsidence at Barapukuria longwall coal mine. Bangladesh. Scientific Reports. 2022. Vol. 12 (1) : 14800. DOI: 10.1038/s41598-022-19160-1

9. Cao J., Huang Q., Guo L. Subsidence prediction of overburden strata and ground surface in shallow coal seam mining. Scientific Reports. 2021. Vol. 11 (1) : 18972. DOI: 10.1038/s41598-021-98520-9

10. Jahanmiri S, Noorian-Bidgoli M. Environ Sci Pollut. Land subsidence prediction in coal mining using machine learning models and optimization techniques. Environmental Science and Pollution Research. 2024. Vol. 31 (22). Pp. 31942–31966. DOI: 10.1007/s11356-024-33300-2

11. Kulibaba S., Miletenko N. Influence of the mining depth factor on accuracy of the forecast of the Earth's surface subsidence in Kuzbass. Problems of Complex Development of Georesources : VIII International Scientific Conference. E3S Web of Conferences. 2020. Vol. 192 : 04009. DOI: 10.1051/e3sconf/202019204009

12. Tajduś K., Misa R., Sroka A. Analysis of the surface horizontal displacement changes due to longwall panel advance. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2018. Vol. 104. P. 119–125. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2018.02.005

13. Knothe S. Prediction of mining influence. Katowice, 1984. 214 p.

14. Strzałkowski P., Ścigała R., Szafulera K. Some aspects of forecasting the post-mining substratum deformation for evaluation of its influence on constructions. E3S Web of Conferences. EDP Sciences. 2018. Vol. 36 : 01008.

15. GSTU 101.00159226.001-2003. Rules for mining of buildings, structures and natural objects during underground coal mining. K. : UkrNIMI NAN Ukrainy, 2004. 128 p.

16. Litvinsky G. G. Basics of mining geomechanics. Vol. 1. Mechanical properties of rocks and massifs [Osnovy gornoj geomekhaniki, t. 1. Mekhanicheskie svojstva gornyh porod i massivov]. Alchevsk : DonSTU, 2012. 312 p. (rus)

17. Timoshenko S. P., Vojnovskij-Kriger S. Plates and shells [Plastinki i obolochki]. M. :Nauka, 1966. 640 p. (rus)

18. Vsevolozhskij V. A. Basics of Hydrogeology : textbook. 2th ed., repr. and add. [Osnovy gidrogeologii : uchebnik. 2-e izd., pererab. i dop.] M. : Izd-vo MGU, 2007. 448 p. (rus)

19. Larchenko V. G., Matalkina Yu. A., Kovalenko E. V. Operational method of determining the expected subsidence of the Earth' surface during coal mining at great depths [Operativnyj sposob opredeleniya ozhidaemyh osedanij zemnoj poverhnosti pri dobyche uglya na bol'shih glubinah]. Collection of scientific papers of DonSTI. 2021. No. 22 (65). Pp. 29–34. (rus)

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Litvinsky Garry Grigorievich, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Geotechnology and Industrial Safety Donbas State Technical University, Alchevsk, Russia,

e-mail: ligag@ya.ru