

*Доктор техн. наук, профессор Сатонин А.В.  
аспирант Александрова З.А.  
канд. техн. наук, старший преподаватель Сатонин А.А.  
соискатель Смолякова В.В.  
(ДГМА, г. Краматорск, Украина)*

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ СОРТОВОЙ ПРОКАТКИ**

*Приведені результати розробки методики розрахунку та математичної моделі напружено-деформованого стану металу при сортовій прокатці.*

### **Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.**

Одним из путей дальнейшего совершенствования технологий и оборудования прокатного производства является расширение сортамента готового металлопроката с целью приближения его формы и механических свойств к требуемым свойствам готового изделия. Отмеченное, в полной мере касается процессов сортовой прокатки, позволяющих получить металлопрокат максимально приближенный по форме к готовому изделию, что дает существенную экономию материальных ресурсов и, как следствие, высокую конкурентоспособность продукции.

**Анализ исследований и публикаций.** В литературе широко представлены инженерные методики определения энергосиловых параметров при горячей сортовой прокатке, однако данные модели обладают рядом допущений, таких как усреднение механических свойств и условий внешнего трения по всей протяженности очага деформации, что приводит к невозможности их использования при расчете показателей точности готового металлопроката, а также решению задач автоматизированного проектирования и разработки рекомендаций по совершенствованию технологий и оборудования процессов сортовой прокатки. Известна методика расчета и математическая модель [1], основанные на рекуррентном решении конечно-разностной формы условия баланса энергетических затрат в рамках выделенного элементарного объема, однако данная методика позволяет производить расчет энергосиловых параметров при прокатке симметричного уголка, при этом в инженерном варианте условия пластичности не учитываются касательные

напряжения, что приводит к получению завышенных результатов как по силе, так и по моментам прокатки [2].

**Постановка задачи.** Для научно обоснованного подхода к механизмам формирования основных показателей качества готового металлопроката, а также решения задач по автоматизированному проектированию технологических режимов и разработки рекомендаций по совершенствованию конструктивных параметров и технологических режимов работы механического оборудования необходимо разработать математическую модель напряженно-деформированного состояния металла, обладающую максимальным быстродействием, а также информативностью и позволяющую корректно учесть граничные условия очага деформации при реализации процессов горячей сортовой прокатки.

**Изложение материала и его результаты.** В данной работе проведено математическое моделирование напряженно-деформированного состояния металла при реализации процессов сортовой прокатки, в частности, прокатки неравнополочного уголка. Расчетная схема интегрального очага деформации, а также схема разбиений по длине и ширине представлены на рисунке 1. Таким образом, определение основных параметров напряженно-деформированного состояния металла при прокатке уголка основывалось на рекуррентном решении конечно-разностной формы условия баланса энергетических затрат в рамках каждого выделенного элементарного объема. Непосредственно условие баланса энергетических затрат применительно к  $i$ -ому элементарному объему запишется в следующем виде:

$$N_{\sigma j i 1} + N_{\tau 1 j i} + N_{\tau 2 j i} = N_{\sigma j i 2} + N_{\pi 1 j i} + N_{\pi 2 j i} + N_{F j i} + N_{u j i}, \quad (1)$$

где  $N_{\tau 1 j i}$ ,  $N_{\tau 2 j i}$  - мощности нормальных осевых напряжений, действующих, соответственно, в начальном ЖЗ и конечном ЕИ граничных сечениях выделенного  $j i$ -го элементарного объема;

$N_{\pi 1 j i}$ ,  $N_{\pi 2 j i}$  - мощности, подводимые в зонах отставания и отводимые в зонах опережения силами внешнего трения на контактных поверхностях нижнего и верхнего рабочих валков;

$N_{\pi 1 j i}$ ,  $N_{\pi 2 j i}$  - текущие значения мощностей относительного скольжения, т.е. мощностей, расходуемых на преодоление сил внешнего трения на контактных поверхностях соответствующих рабочих валков;

$N_{F j i}$ ,  $N_{u j i}$  - мощности, расходуемые непосредственно на пластическое формоизменение и на преодоление инерционных сил в рамках данного  $j i$ -го выделенного элементарного объема.

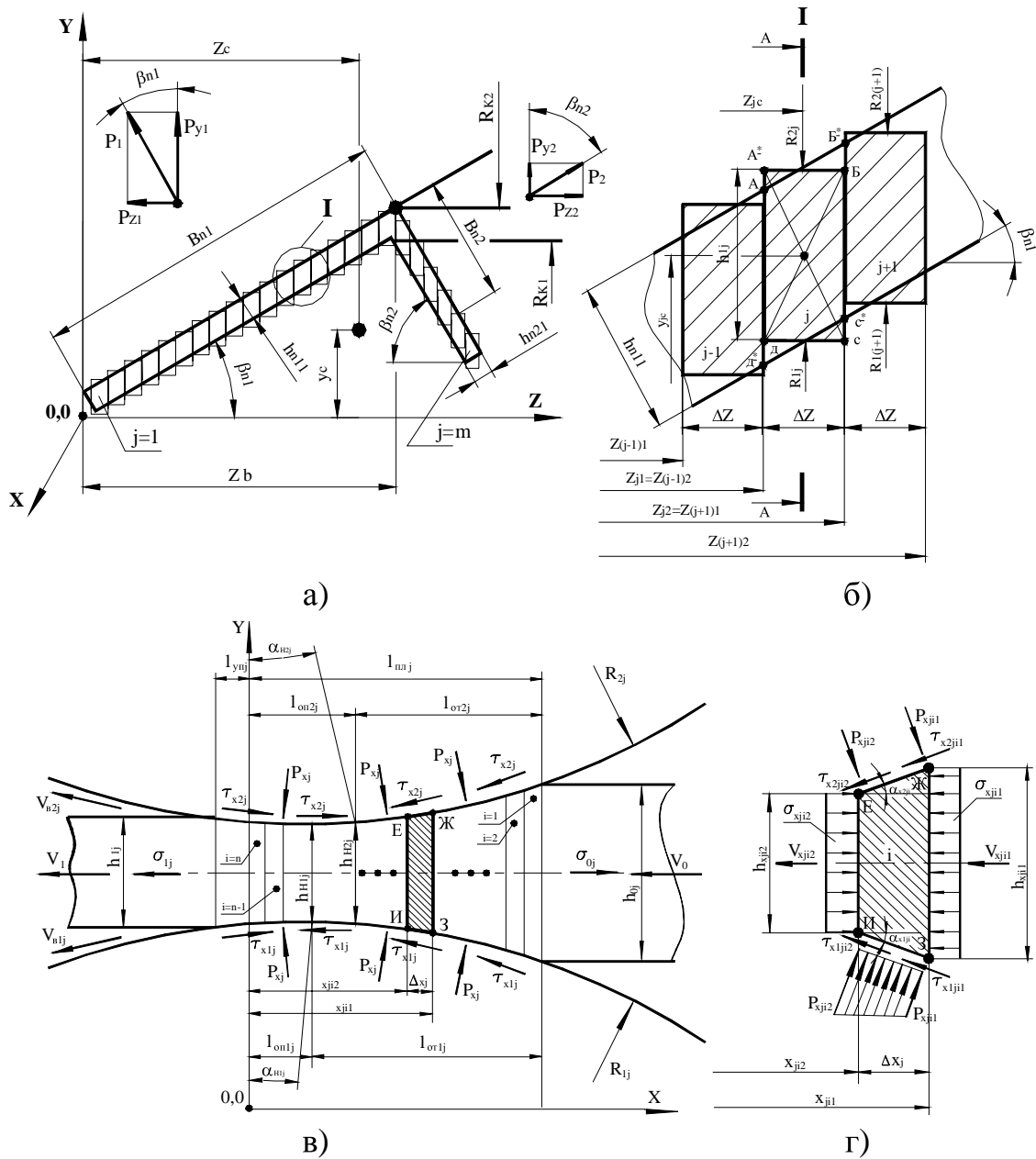


Рисунок 1 – Расчетные схемы очага деформации и выделенных элементарных объемов при сортовой прокатке

Раскрыв, в соответствии с рекомендациями работ [1-3] составляющие уравнения (1) и определив дополнительно инерционную составляющую, получим:

$$\begin{aligned}
 &\sigma_{xji1} h_{xji1} V_{xji1} + \frac{\pm \tau_{x1ji1} \pm \tau_{x1ji2}}{2 \cos \alpha_{x1ji}} \Delta x_j V_{b1j} + \frac{\pm \tau_{x2ji1} \pm \tau_{x2ji2}}{2 \cos \alpha_{x2ji}} \Delta x_j V_{b2j} = \\
 &= \sigma_{xji2} h_{xji2} V_{xji2} + \frac{1}{2} \left[ \pm \tau_{x1ji1} \left( V_{b1j} - \frac{V_{xji1}}{\cos \alpha_{x1ji}} \right) \pm \tau_{x1ji2} \left( V_{b1j} - \frac{V_{xji2}}{\cos \alpha_{x1ji}} \right) \right] \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\Delta x_j}{\cos \alpha_{x1ji}} + \frac{1}{2} \left[ \pm \tau_{x2ji1} \left( V_{b2j} - \frac{V_{xji1}}{\cos \alpha_{x2ji}} \right) \pm \tau_{x2ji2} \left( V_{b2j} - \frac{V_{xji2}}{\cos \alpha_{x2ji}} \right) \right] \times \\
& \times \frac{\Delta x_j}{\cos \alpha_{x2ji}} + \frac{1}{2} K_{\Delta j} (2K_{xji1} + 2K_{xji2}) h_{xji2} \ln \left( \frac{h_{xji1}}{h_{xji2}} \right) V_{xji2} + \\
& + \rho_M \frac{h_{xji1} + h_{xji2}}{2} \Delta x_j a_{xji} V_{xji2} = 0, \tag{2}
\end{aligned}$$

где положительные значения нормальных напряжений  $\sigma_{xji1}$  и  $\sigma_{xji2}$  - соответствуют напряжениям сжатия, в то время как знак (+) перед касательными контактными напряжениями  $\tau_{x1(2)ji1}$  и  $\tau_{x1(2)ji2}$  соответствуют зоне отставания, а знак (-) – зоне опережения очага деформации (см. рис. 1 а);

последний цифровой индекс (1) свидетельствует о принадлежности данной компоненты начальному ЖЗ, а аналогичный цифровой индекс (2) – конечному ЕИ граничным сечениям выделенного  $ji$ -го элементарного объема (см. рис. 1 б);

$V_{xji1}$ ,  $V_{xji2}$  - скорость перемещения прокатываемого материала в начальном и конечном граничных сечениях, соответственно;

$\alpha_{x1ji}$ ,  $\alpha_{x2ji}$  - текущие значения углов контакта на нижнем и верхнем рабочих валках;

$K_{\Delta j}$  - коэффициент немонотонности пластической деформации, физический смысл и методики определения которого рассмотрены достаточно подробно в работах [1, 3];

$2K_{xji1}$ ,  $2K_{xji2}$  - значения удвоенного сопротивления сдвигу прокатываемого металла в начальном и конечном граничных сечениях, определяемые соответствующими деформационными, кинематическими и температурными показателями условий реализации;

$\rho_M$  - плотность металла прокатываемой заготовки;

$a_{xji}$  - величина ускорения, имеющего место в рамках данного  $ji$ -го элементарного объема определяемая с учетом времени его прохождения  $2\Delta x_j / (V_{xji1} + V_{xji2})$  как

$$a_{xji} = (V_{xji2} - V_{xji1})(V_{xji1} + V_{xji2}) / (2\Delta x_j) = (V_{xji2}^2 - V_{xji1}^2) / (2\Delta x_j).$$

Следуя специфике реализации процессов горячей прокатки, а именно, повышенным уровням коэффициентов внешнего трения и, как следствие, касательных контактных напряжений, произведен учет каса-

тельных компонент в инженерном варианте условия пластичности, которое в данном случае имеет следующий вид [2]:

$$\sigma_x = p_x - \sqrt{4K_x^2 - 4\tau_x^2}. \quad (3)$$

Данная постановка задачи привела к необходимости итерационного решения уравнения (2) относительно неизвестного значения нормальных контактных напряжений  $P_{xji2}$ , которое было осуществлено на основе метода целенаправленного перебора с переменным шагом, величина которого на окончательном этапе решения составляла  $\Delta P_x = 0,1 \text{ МПа}$ .

Кроме отмеченной, разработанная математическая модель включала в себя итерационную процедуру по определению протяженностей зон опережения и отставания в рамках каждого разбиения по ширине очага деформации. Данная процедура осуществлялась из условия равенства величин расчетного и заданного переднего натяжения, приложенных к прокату, а ее реализация основывалась на методе дихотомии.

По мере определения распределений нормальных контактных  $P_{xji1(2)}$ , осевых  $\sigma_{xji1(2)}$ , а также касательных контактных напряжений  $\tau_{x1(2)ji1(2)}$  по длине и ширине очага деформации производили определение интегральных показателей энергосиловых параметров, таких как сила и моменты прокатки. Разработанная математическая модель позволяет определить также и основные показатели качества готового металлопроката, а именно изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях, являющихся количественными характеристиками формы готового проката и вероятности появления таких дефектов, как искривление вдоль оси. Определение отмеченных характеристик осуществляли путем интегрирования распределений нормальных осевых напряжений с учетом координаты точки их приложения и центра тяжести сечения уголка, согласно следующим зависимостям:

$$z_c = \frac{\sum_{j=1}^m z_{jc} h_{1j} \Delta z}{\sum_{j=1}^m h_{1j} \Delta z} = \frac{\sum_{j=1}^m z_{jc} h_{1j}}{\sum_{j=1}^m h_{1j}}; \quad (4)$$

$$y_c = \frac{\sum_{j=1}^m y_{jc} h_{1j} \Delta z}{\sum_{j=1}^m h_{1j} \Delta z} = \frac{\sum_{j=1}^m y_{jc} h_{1j}}{\sum_{j=1}^m h_{1j}}, \quad (5)$$

$$M_z = \sum_{j=1}^m \sigma_{1j} \cdot h_{1j} \Delta z (z_{jc} - z_c); \quad M_y = \sum_{j=1}^m \sigma_{1j} \cdot h_{1j} \Delta z (y_{jc} - y_c). \quad (6)$$

где  $y_{jc}$  - вертикальная геометрическая координата центра тяжести поперечного сечения выделенного  $j$ -го элементарного объема

(см. рис. 1 б), определяемая в зависимости от соответствующей горизонтальной геометрической координаты  $z_{jc}$  как  $y_{jc} = z_{jc} \operatorname{tg} \beta_{n1}$  при  $z_{jc} \leq z_b$  и  $y_{jc} = z_b \operatorname{tg} \beta_{n1} - (z_{jc} - z_b) \operatorname{tg} \beta_{n2}$  при  $z_{jc} > z_b$ .

Таким образом, данная математическая модель может быть использована в качестве целевой функции для разработки рекомендаций по совершенствованию технологических режимов и конструктивных параметров процесса сортовой прокатки, направленных на расширение сортамента и повышение качества, а также снижение себестоимости готовой продукции. Следует также отметить, что учет касательных напряжений в условии пластичности позволяет уточнить результаты математического моделирования по силе и моментам прокатки на 10...20%, при чем данное уточнение снижает расчетные показатели энергосиловых параметров, что позволяет расширить диапазон технологических возможностей имеющегося оборудования мелко и среднесортových прокатных станов на основе научно обоснованного подхода к оценке работоспособности в каждом конкретном случае, а также разработки программных средств по автоматизированному проектированию и рекомендаций по совершенствованию технологических режимов процессов сортовой прокатки.

*Приведены результаты разработки методики расчета и математической модели напряженно-деформированного состояния металла при сортовой прокатке.*

*The results of development of calculation method and mathematical model of stressed-deformed state while shape rolling is introduced.*

### **Библиографический список.**

1. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния при сортовой прокатке / Потапкин В.Ф., Сатонин А.В., Рамадан А.М.Х. и др. // Сб. научных работ «Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії та машинобудуванні». Краматорск, ДГМА, 2001, с. 466-471.

2. Александров И.В., Сатонин А.А., Смолякова В.В., Стежкин П.Н. Аналитическое решение конечно-разностной формы условия баланса энергетических затрат применительно к выделенному элементарному объему очага деформации процесса горячей прокатки // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні: Тематич. зб. наук. пр. – Краматорськ: ДДМА. – 2004. – С. 557-561.

3. Сатонін О.В. Розвиток методів розрахунку, удосконалення технологічних режимів і конструктивних параметрів механого устаткування листопрокатного виробництва: Автореф. Дис. Д-ра Тех. Наук 05.03.05 – ДГМА. Краматорськ – 2001. – 35 с.