УДК 621.01

к. т. н., доц. Дрягин Д.П.
(СумГУ, г.Сумы, Украина)

ТЕОРЕМЫ КОНТУРОЗВЕННОСТИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Наведені п'ять видів топологічних множин, з яких може складатися кінематичний ланцюг довільної структури. Доведено п'ять теорем контуроланкової закономірної структури кінематичних ланцюгів. Визначено, що збереження закономірності побудови ланцюгів пов'язано з явищем анігіляції (перетворення) незакономірних поліконтурів у закономірні нуль-, моно-, диконтури.

Структурное закономерное решение, полученное в работе [1], позволяет установить, что кинематическая цепь общего вида может быть сформирована (или состоит) из трех видов множеств: нуль-контуров, моноконтуров и диконтуров.

Дробление цепеобразующих контуров-звеньев, т.е. нуль-контуров, моноконтуров и диконтуров, приводит к дополнительному образованию моноконтурных линейных одноэлементных неконсервативных цепей примыкания, а также двухэлементных неконсервативных линейных цепей примыкания, основу которых всегда составляет один диконтур, с которым складывается линейная моноконтурная цепь, содержащая один и более моноконтуров.

Топологически строго ограниченный перечень цепеобразующих компонент и множеств позволяет сформулировать несколько теорем контурозвенного строения кинематических цепей.

Теорема 1

Кинематическая цепь произвольной структуры может быть составлена (или состоит) из множеств нуль-контуров, двухэлементных цепей примыкания, одноэлементных цепей примыкания, а также из автомоноконтуров и автодиконтуров.

Доказательство теоремы

По закону строения кинематическая цепь произвольной структуры состоит из множеств нуль-контуров, моноконтуров и диконтуров.

Каждый отдельно взятый нуль-контур, подвергнутый структурному дроблению, сохраняется и добавляет в цепь одноэлементную цепь примыкания.

Каждый отдельно взятый моноконтур при его структурном дроблении приводит к образованию одноэлементной цепи примыкания.

Каждый отдельно взятый диконтур при его структурном дроблении приводит к образованию двухэлементной цепи примыкания.

Если подвергнуть структурному дроблению намеченные нуль-контуры, моноконтуры и диконтуры, а некоторые моноконтуры и диконтуры оставить без структурного дробления, то ничего, кроме нуль-контуров, двухэлементных цепей примыкания, одноэлементных цепей примыкания, автомоноконтуров и автодиконтуров, не получится.

Теорема 1 доказана.

Рассмотренная теорема 1 позволяет сделать заключение о том, что отыскание цепей «с полным числом условий» [2], т.е. групп, следует выполнить в пределах видов цепей, подчиняющихся теореме 1.

Нетрудно определить по теореме 1, что группы находятся в множестве двухэлементных линейных цепей примыкания с одноподвижными кинематическими парами. При этом любая из групп всегда содержит один диконтур и некоторое множество моноконтуров. В этом случае должны быть выделены в особый разряд автомоноконтуры и автодиконтуры, т.е. контуры-звенья, которые не входят в группы.

На основании теоремы 1 приходим также к заключению о том, что моноконтурные одноэлементные цепи примыкания дают начало незамкнутым основным цепям манипуляторов и промышленных роботов, а двухэлементные цепи примыкания – замкнутым кинематическим цепям различных механизмов и ферм.

Теорема 2

Если из множества m звеньев структурного кольца выделить множество n_0 нуль-контуров, то структурное кольцо распадается на два равных множества нуль-контуров n_0 и двухэлементных цепей примыкания, характеризуемых равенством $n_{II} = n_0$.

Доказательство теоремы

Пусть множество звеньев структурного кольца равно m, тогда число кинематических пар кольца равно $p_{\sum} = m$.

В данном случае по закону строения [1] получим

$$
\begin{aligned}
&n_I = 2(m - n_0) - p_\Sigma = m - 2n_0, \\
&n_{II} = p_\Sigma - (m - n_0) = n_0.
\end{aligned} \tag{1}
$$

Главной топологической характеристикой двухэлементной цепи примыкания является наличие в ней диконтура, следовательно, полученное решение отвечает условию теоремы: $n_{II} = n_0$, т.е. множество двухэлементных цепей примыкания равно множеству нуль-контуров n_0.

Деление моноконтуров по полученным двухэлементным цепям примыкания будет равномерным, если $\left(\frac{m}{n_0} - 2\right)$ - целое число, в противном случае найдется одна двухэлементная цепь примыкания, в которой множество моноконтуров будет на единицу больше или на единицу меньше принятого равномерного деления моноконтуров по двухэлементным цепям примыкания.

При значении $n_0 = (m-1)/2$ все двухэлементные цепи примыкания, за исключением одной, превратятся в диконтуры, а одна двухэлементная цепь примыкания сохранит один моноконтур.

Теорема 2 доказана.

Теорема 3

Поликонтур, вводимый в цепь с помощью нуль-контуров, превращается в нуль-контур или моноконтур.

Доказательство теоремы

Пусть имеем поликонтур, содержащий множество k кинематических пар. Чтобы ввести его в кинематическую цепь с помощью нуль-контуров, необходимо соблюдение равенства множества нуль-контуров множеству k кинематических пар поликонтура.

Тогда общее число звеньев цепи будет равно $k+1$, а число пар $p_\Sigma = k$.

По закону строения получим

$n_0 = 1$

$$
\left.
\begin{aligned}
&n_I = 2(k+1) - k = (1+1) + k \\
&n_{II} = k - (k+1) = -1
\end{aligned}
\right\}. \tag{2}
$$

Множество моноконтуров на единицу превысило число звеньев образуемой цепи, в то же время получили один минус-диконтур.

Налицо необходимые и достаточные признаки существования одного нуль-контура при числе моноконтуров, равном k.

С учетом возможности применения переместительного закона, поликонтур, введенный в цепь с помощью нуль-контуров, может быть нуль-контуром или моноконтуром.

Теорема 3 доказана.

На рис. 1 представлена графическая иллюстрация теоремы 3.

Процессы аннигиляции, иначе процессы взаимного превращения, отвечающие закону контурозвенности, на рис. 1 отображены с помощью стрелок, указывающих переход кинематических пар от одного контура-звена к другому.

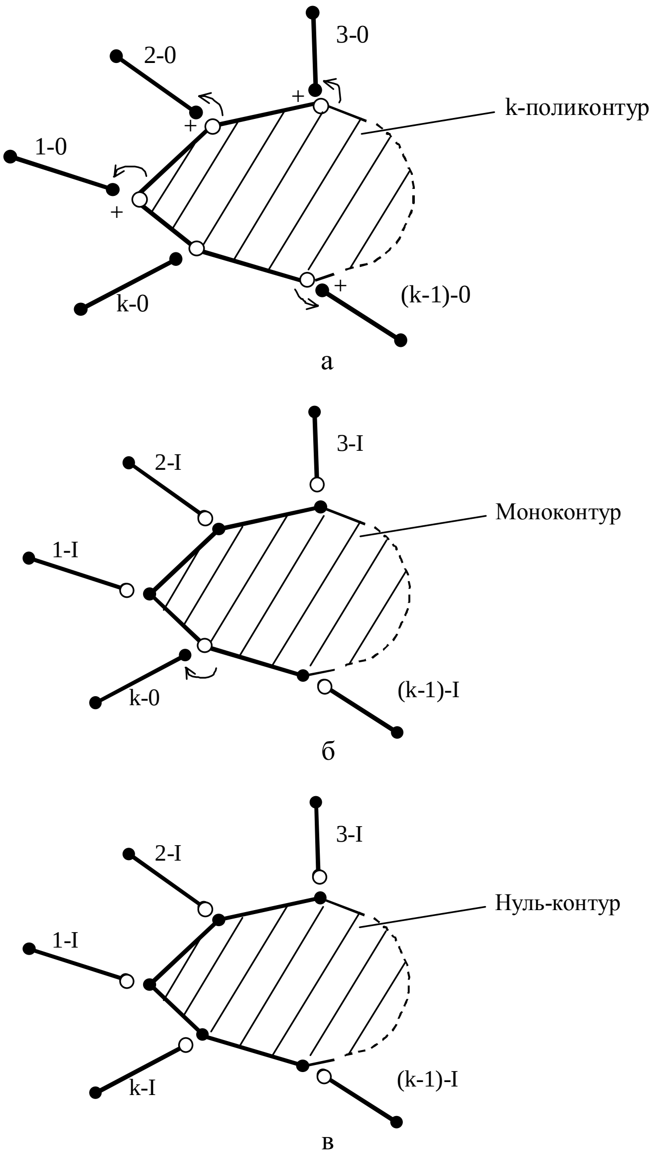

Рисунок 1. К теореме 3

Рисунок 1а отражает структурно-топологическое сложение поликонтура с нуль-контурами. При этом нуль-контур k-0 сохраняем.

Рисунок 1б показывает аннигиляцию множества нуль-контуров и образование множества моноконтуров в соответствии с решением (2), из которого вытекает, что k - поликонтур превратился в моноконтур.

Рисунок 1в отражает вариант превращения k -поликонтура в нуль-контур.

Теорема 4

Поликонтур, вводимый в кинематическую цепь с помощью моноконтуров, преобразуется в моно- или диконтур.

Доказательство теоремы

Для введения k-поликонтура в кинематическую цепь с помощью моноконтуров необходимо и достаточно, чтобы множество моноконтуров было равно множеству k кинематических пар поликонтура.

Тогда общее множество звеньев синтезируемой цепи будет равно $(k+1)$, а множество кинематических пар $p_{\Sigma} = 2k$.

Моноконтурно-диконтурное деление такой цепи, отвечающее закону строения, будет равно

$$\left.\begin{aligned} n_I &= 2(k+1) - 2k = 2 \\ n_{II} &= 2k - (k+1) = k-1 \end{aligned}\right\}. \tag{3}$$

Итак, при введении в кинематическую цепь k-поликонтура с помощью моноконтуров получается, что множество k моноконтуров уменьшается до значения, равного двум, а множество образованных диконтуров лишь на единицу меньше множества k пар поликонтура.

Одним из двух остаточных моноконтуров может быть определен превращенный поликонтур, а с использованием переместительного закона поликонтур, вошедший в кинематическую цепь, может быть и диконтуром.

Теорема 4 доказана.

На рис. 2 последовательно рассматривается графическая иллюстрация к теореме 4.

Структурно-топологическое сложение исходного k-поликонтура с множеством моноконтуров, равном k, показано на рис. 2 а.

На рис. 2 б показан результат аннигиляции поликонтура до уровня моноконтура, а рис. 2 в отражает возможность назначения исходного k-поликонтура диконтуром.

Все процедуры контурозвенных преобразований, показанных на рис.2, отвечают аналитическому решению (3), соответствующему требованиям закона контурозвенного строения кинематических цепей.

В работе [3] показано, что диконтуры с их избыточной связностью в наибольшей мере способны влиять на такие важные характеристики кинематических цепей механизмов и машин, как их прочность, износостойкость, надежность и долговечность. Следовательно, определение множества диконтуров, иначе степени диконтурности кинематической цепи, является актуальной задачей. Важно также определять местоположение диконтуров в кинематической цепи, что становится возможным при выполнении структурного контурозвенного анализа.

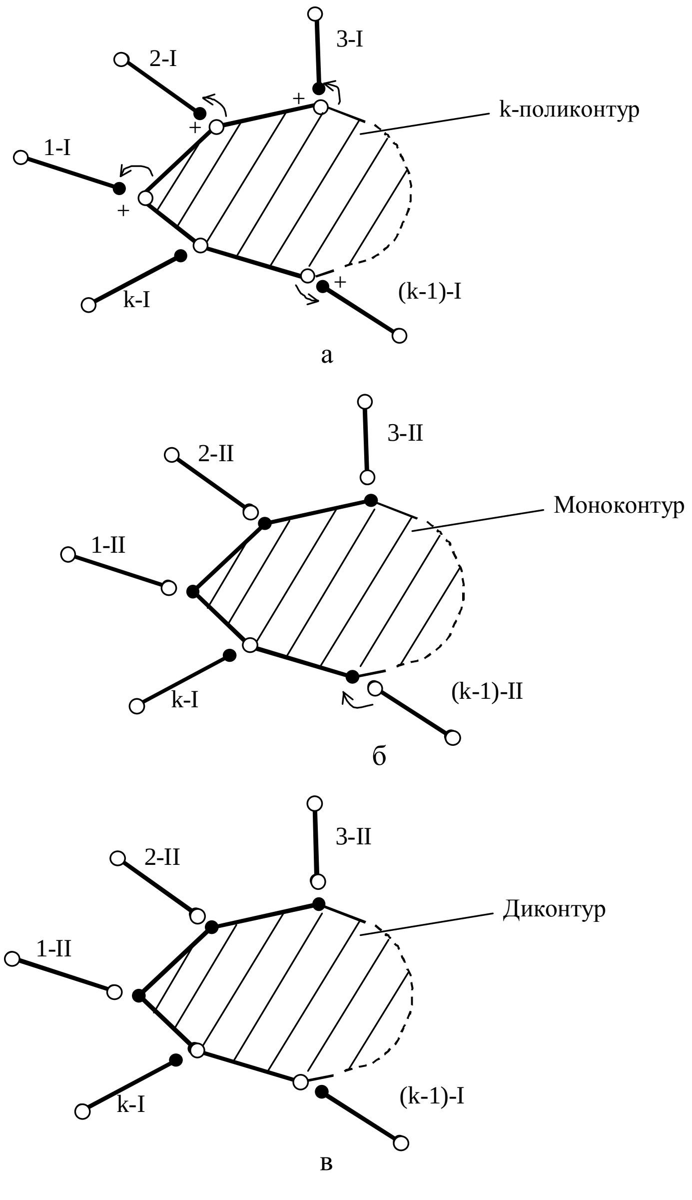

Рисунок 2. К теореме 4

Степень диконтурности цепи также зависит от множества нуль-контуров, которое определяется или назначается в общем случае произвольно.

Отметим также, что малейшее изменение в структуре цепи, например, введение или удаление хотя бы одной кинематической пары, равно как и введение или удаление звена, сразу может привести не только к изменению степени диконтурности цепи, но в целом к изменению моноконтурно-диконтурного деления цепи.

Всегда неизменно влияние структурного кольца, в целом понижающего степень диконтурности цепи с замкнутыми контурами на единицу. В связи с последним утверждением докажем теорему.

Теорема 5

Кинематическая цепь, содержащая k *замкнутых контуров и не содержащая ни одного нуль-контура* $(n_0 = 0)$, *имеет степень диконтурности, равную* $(k-1)$.

Доказательство теоремы.

За начало кинематической цепи с замкнутыми контурами может быть принято структурное кольцо. Такое кольцо, будучи замкнутым контуром, моноконтурно. Второй, третий и т. д. замкнутые контуры образуются путем примыкания двухэлементных цепей к структурному кольцу и далее друг к другу, в результате возможно развитие цепи с примыканием двухэлементных цепей до бесконечности.

Но множество k замкнутых контуров всегда будет превышать на единицу множество двухэлементных цепей примыкания, каждая из которых содержит по одному диконтуру. Следовательно, множество диконтуров в такой цепи будет равно $n_{II} = (k-1)$.

Теорема 5 доказана.

Из теоремы 5 вытекает заключение о том, что любой контур из множества k замкнутых контуров кинематической цепи может быть выбран (назначен) структурным кольцом. В истинности данного утверждения читатель может убедиться самостоятельно.

Весьма интересной является возможность «поглощения» структурного кольца одной из двухэлементных цепей примыкания, но при этом условие теоремы 5 не нарушается.

На рис. 3 приведены иллюстрации к теореме 5

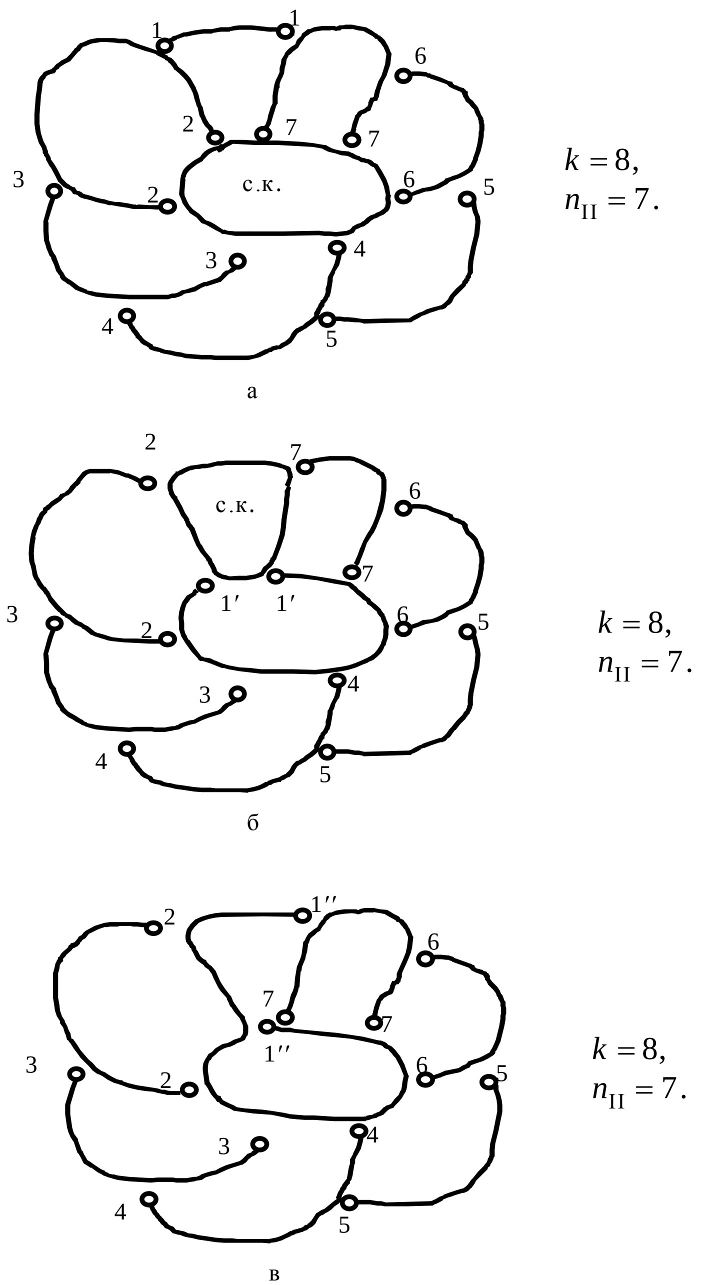

Рисунок 3. К теореме 5

В центральной части рис. 3а изображено структурное кольцо (с.к.). Двухэлементные цепи примыкания 2-2 и 7-7 имеют двустороннее примыкание к структурному кольцу (с.к.).

Цепи 3-3, 4-4 и 6-6 одной стороной выходят на структурное кольцо, а другой соответственно на цепи 2-2, 3-3 и 7-7.

Цепь 1-1 замыкается на цепи 2-2 и 7-7, а цепь 5-5 на цепи 4-4 и 6-6.

Из рис. 3а видно, что для рассматриваемой цепи $k = 8$, а $n_{II} = 7$.

На рис. 3б в той же самой цепи в качестве структурного кольца принят периферийный замкнутый контур. Цепь 1-1 вошла в состав нового структурного кольца, укоротились цепи 2-2 и 7-7, а на месте первоначального структурного кольца образовалась новая двухэлементная цепь примыкания 1′-1′.

Несмотря на выполненные структурно-топологические преобразования условия $k = 8$, $n_{II} = 7$ сохранились.

На рис. 3в показано, что структурные кольца первого и второго случаев (рис. 3а и б) «поглощены» новой двухэлементной цепью примыкания 1″-1″.

Выполненный анализ по рис. 3 подтвердил теорему 5.

Выводы.

1 Произвольная кинематическая цепь может содержать следующие виды топологических множеств:

- нуль-контуров;
- одноэлементных цепей примыкания;
- двухэлементных цепей примыкания;
- автомоноконтуров;
- автодиконтуров.

2 Структурное кольцо моноконтурно, но может распадаться на два равновеликих множества нуль-контуров и двухэлементных цепей примыкания.

3 Незакономерный поликонтур при вхождении в кинематическую цепь превращается в закономерный нуль-контур, или моноконтур, или диконтур.

4 Степень диконтурности цепи, состоящей из замкнутых контуров и не содержащей нуль-контуров, всегда на единицу меньше множества замкнутых контуров, т.к. в этой цепи всегда присутствует единственное моноконтурное структурное кольцо.

Приведены пять видов топологических множеств, из которых может состоять кинематическая цепь произвольной структуры. Доказано пять теорем контурозвенного закономерного строения кинематических цепей. Определено, что сохранение закономерности строения цепей связано с явлением аннигиляции (превращения) незакономерных поликонтуров в закономерные нуль-, моно-, диконтуры.

Five types of topological varieties, from which kynematics of random structure may consist, are given. Five theorems of kinematics' contour-link regular structure are proved. It is determined that conservation of

kinematics' structure regularity relates to annihilation (transformation) effect of irregular polycontours into regular zero-, mono- and dualcontours.

Библиографический список .

1. Дрягин Д.П. Закон строения механизмов // Вісник Сумського державного університету, 1999. №2(13). С. 79-80.

2. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. – М.: Изд-во АН СССР, 1952. – 529 с.

3. Дрягин Д.П. Строение механизмов. Новые методы структурного анализа и синтеза. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2000. – 67 с.

Рекомендовано к печати
д. т. н., проф.Финкельштейом З.Л.