Недропользование

УДК 681.51 EDN: SEYHBW

Зотов В. А.
Донбасский государственный технический университет
E-mail: vadim_zotov@mail.ru

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ С БОЛЬШИМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Работа посвящена разработке методики расчета переходных процессов в динамических системах с большим запаздыванием. Предложено для расчетов использовать модифицированный метод последовательного интегрирования. Показан алгоритм расчета, который может использоваться при создании автоматических систем для горного производства.

Ключевые слова: *система, запаздывание, параметры, свойства, входное воздействие, выходная координата, отрезок времени, шаг квантования.*

Системы автоматического управления (САУ) часто приходится строить для объектов, обладающих большим запаздыванием, когда запаздывание в несколько раз больше постоянной времени объекта управления. При этом необходимо рассчитывать переходные процессы в системе. Обычно рассчитываются реакции системы на типовые задающие и возмущающие воздействия. Однако наличие существенного запаздывания затрудняет решение данной задачи.

Это особенно актуально при автоматизации технологических процессов горного производства: конвейерного транспорта, проветривания горных выработок, флотации и сушки угольного концентрата, и многих других, у которых наиболее эффективные каналы управления обладают запаздыванием, в несколько раз превышающим постоянные времени.

Для вычисления процессов в САУ с запаздыванием (рис. 1, *а*) часто используют непрерывную эквивалентную функцию в виде ряда Тейлора, дроби Падэ или цепи апериодических звеньев [1–4]. Однако при таком подходе для получения достаточно точного решения необходимо использовать большое количество составляющих эквивалентной функции, что усложняет решение задачи. Если запаздывание соизмеримо с постоянными времени объекта управления, то решение с приемлемой точностью можно получить только с помощью цифровых моделей и компьютерной техники.

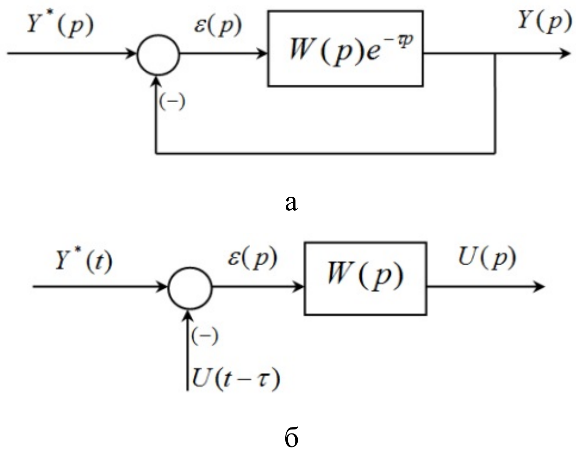

Рисунок 1 — САУ с запаздыванием (а) и разомкнутая часть САУ без запаздывания (б)

При некоторых допущениях для решения таких задач возможно использование классических методов теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [5]. Но эти методы разработаны для использования при малом отклонении аргумента. В практических задачах, особенно при анализе систем управления объектами горного производства, зачастую чистое запаздывание соизмеримо с постоянной времени или больше последней в несколько раз. В результате практическое применение указанных методов становится затруднительным и зачастую невозможным. Это создает дополнительные трудности при создании автоматических систем, использующих расчет процессов в реальном времени с целью прогнозирования поведения системы, что снижает точность управления.

Точным методом решения этой задачи является метод последовательного интегрирования (метод шагов), заключающийся в том, что непрерывное решение рассматриваемой задачи определяется из уравнения без запаздывания [6]. При этом отрезок, на котором требуется найти решение, разбивается на промежутки, равные величине чистого запаздывания. Внутри каждого промежутка определяется свое решение. В этом случае возникают сложности с составлением и решением дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы на каждом промежутке.

Каналы управления многими объектами горного производства, обладающие наибольшей чувствительностью к управляющим воздействиям, как правило, описываются динамическими звеньями с существенным запаздыванием. Существующие методы расчета переходных процессов в системах с такими объектами либо не обеспечивают приемлемой точности, либо неудобны для создания систем управления, использующих расчеты в реальном времени. Для устранения этого недостатка следует использовать точный метод последовательного интегрирования, но доработать его, чтобы на каждом шаге не требовалось решение дифференциальных уравнений.

В связи с этим ***целью*** настоящей работы является модификация метода последовательного интегрирования для упрощенного расчета переходных процессов в системах с существенным запаздыванием.

Объект исследования — каналы управления объектами горного производства с существенным запаздыванием.

Предмет исследования — закономерности протекания переходных процессов в системах с существенным запаздыванием, позволяющие упростить расчеты процессов реагирования на управляющие воздействия.

Задачи исследования:

– оценка возможности определения реакции системы с объектом, обладающим существенным запаздыванием, без аппроксимации объекта непрерывной функцией;

– разработка методики упрощенного расчета переходных процессов в замкнутой системе автоматического управления на основе метода последовательного интегрирования.

Исследование и построение методики расчета переходных процессов в системах автоматического управления с существенным запаздыванием проводилось на основе логико-структурного анализа. Точность расчетов проверена путем сравнения с результатами численных экспериментов.

При допущениях, что параметры системы являются постоянными во времени, можно использовать предлагаемую модификацию метода последовательного интегрирования.

Отрезок времени, на котором требуется найти решение, разбивается на промежутки, длительность которых равна τ. Система рассматривается в разомкнутом виде без запаздывания. Для этого передаточная функция разомкнутой части системы разделяется на две части, включенные последовательно, одной из которых является звено чистого запаздывания. Затем звено запаздывания и обратная связь из структурной схемы системы исключаются (рис. 1, *б*).

В дальнейших расчетах участвуют только выходная координата разомкнутой части без запаздывания $U(t)$, управляющее воздействие $Y^*(t)$, рассогласование $\varepsilon(t)$ и передаточная функция разомкнутой части системы без запаздывания $W(p)$. Вместо сигнала обратной связи используется зависимость $U(t)$, сдвинутая влево по оси времени на величину запаздывания $U(t-\tau)$. Входным воздействием разомкнутой части системы на n-м промежутке $\varepsilon(t)_n$ считается разность между управляющим воздействием $Y^*(t)_n$ и выходной координатой разомкнутой части без запаздывания на предыдущем n – 1 промежутке $U(t)_{n-1}$:

$$\varepsilon(t)_n = Y^*(t) - U(t-\tau) = \\ = Y^*(t)_n - U(t)_{n-1}. \quad (1)$$

В этом случае изображение по Лапласу выходной координаты

$$U(p)_n = \frac{U(\tau)_{n-1}}{p} + \\ + L\left[Y^*(t)_n - U(t)_{n-1}\right] \cdot W(p), \quad (2)$$

где $U(\tau)_{n-1}$ — ордината переходного процесса в конце $n-1$ промежутка.

Искомая реакция системы получается простым смещением вправо по оси времени на величину запаздывания оригинала выходной координаты разомкнутой части без запаздывания.

Слагаемое $U(\tau)_{n-1}/p$ образовано следующим образом. Решение на n-м промежутке представляет собой сумму свободной и вынужденной составляющих переходного процесса. Свободная составляющая является обратным преобразованием Лапласа изображения решения на данном промежутке. Вынужденная составляющая есть численное значение ординаты переходного процесса в конце $n-1$ промежутка $U(\tau)_{n-1}$, изображение по Лапласу которой

$$U(\tau)_{n-1} \longrightarrow \frac{U(\tau)_{n-1}}{p}.$$

Определяя переходный процесс в системе (рис. 1, *а*) как реакцию на управляющее воздействие $Y^*(t)$ при нулевых начальных условиях, заметим, что на первом промежутке времени $[0; \tau]$ звено запаздывания сигнал не выдает, значит, выходная координата системы на этом промежутке

$$Y(t)_1 = 0.$$

При этом рассогласование равно управляющему воздействию:

$$\varepsilon(t) = Y^*(t).$$

Следовательно, выходная координата разомкнутой части на данном промежутке

$$U(p)_1 = Y^*(p)_1 \cdot W(p) \longrightarrow U(t)_1.$$

В течение второго промежутка времени $[\tau; 2\tau]$ на выходе звена запаздывания присутствует сигнал, являющийся искомой реакцией на этом промежутке, полностью аналогичный сигналу на входе звена на предыдущем промежутке времени (для упрощения принято, что время внутри каждого промежутка находится в пределах от 0 до τ, т. е. отсчет времени производится заново).

$$Y(t)_2 = U(t)_1.$$

Рассогласование $\varepsilon(t)_2$ в этом случае равно разности управляющего воздействия на текущем промежутке времени и сигнала на входе звена запаздывания на предыдущем промежутке:

$$\varepsilon(t)_2 = Y^*(t)_2 - U(t)_1,$$

следовательно,

$$U(p)_2 = \frac{U(\tau)_1}{p} + L\left[Y^*(t)_2 - U(t)_1\right] \times \\ \times W(p) \longrightarrow U(t)_2.$$

Аналогично определяется решение для последующих промежутков времени.

Заметим, что чем больше запаздывание относительно постоянных времени, тем больше информации о ходе переходного процесса содержится в решении для одного n-го промежутка, следовательно, уменьшается трудоемкость решения — значит, метод эффективен только для анализа систем с большим запаздыванием.

Рассмотренную методику можно использовать для аналитического прогнозирования поведения выходной координаты $Y(t)$ для каждого последующего промежутка времени длительностью τ. На каждом n-м промежутке можно вычислить функцию $Y(t)$, характерную для последующего промежутка $n+1$. Это выполняется в соответствии с алгоритмом (рис. 2).

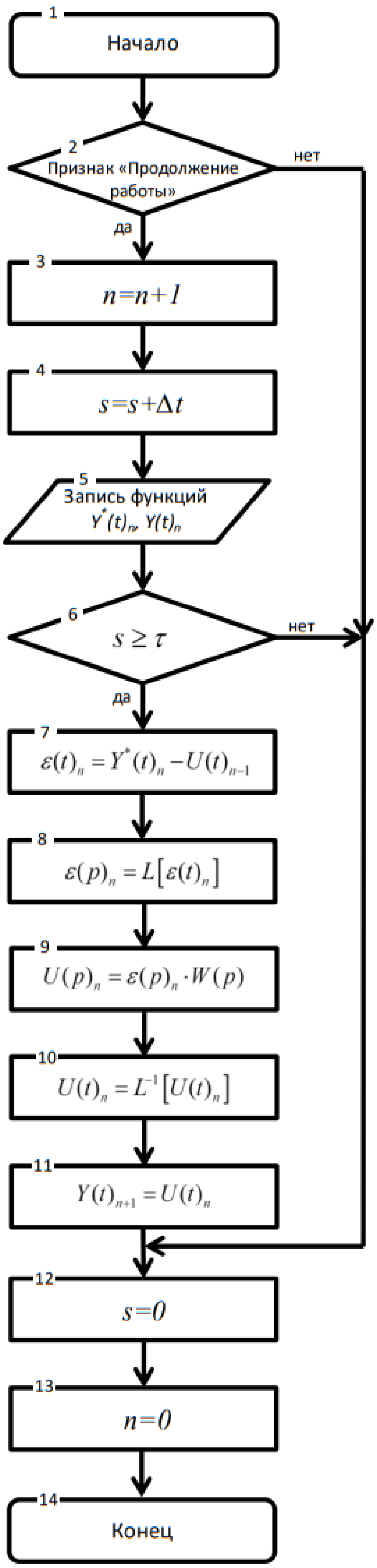

Рисунок 2 — Алгоритм прогнозирования выходной координаты

При наличии признака «Продолжение работы» (блок 2), инкремент номера промежутка n осуществляется в блоке 3. В этой же ветви алгоритма (блок 4) выполняется расчет времени s от начала текущего промежутка времени длительностью τ. Расчет выполняется с шагом квантования Δt. Также здесь выполняется считывание функций $Y^*(t)_n$ и $Y(t)_n$, характерных для текущего n-го промежутка времени (блок 5).

Когда переменная s достигнет величины τ, блок 6 разрешает расчет переходного процесса $U(\tau)_n$ на выходе инерционной части системы без запаздывания. Расчет выполняется в блоках 7–10 по методике, приведенной выше. В блоке 11 формируется выходная координата системы с учетом запаздывания $Y(t)_{n+1}$, характерная для следующего $n+1$ промежутка времени. Эту функцию можно использовать для коррекции управления системой. Учитывая, что данная методика не требует больших вычислительных ресурсов, такой алгоритм удобно использовать в качестве основы для создания быстродействующих систем автоматического управления.

В качестве примера рассмотрим определение переходного процесса на выходе системы с объектом

$$W(p) = \frac{e^{-\tau p}}{Tp}$$

при управляющем воздействии в виде единичной ступенчатой функции и нулевых начальных условиях.

Рассмотрим первый промежуток $[0; \tau]$. В соответствии с (1), рассогласование на данном промежутке равно управляющему воздействию:

$$\varepsilon(t)_1 = Y^*(t);\ \ \varepsilon(p)_1 = \frac{1}{p}.$$

Изображение по Лапласу процесса на выходе разомкнутой части системы без запаздывания:

$$U(p)_1 = \varepsilon(p)_1 W(p) = \frac{1}{p^2}.$$

Оригинал искомой функции получим, используя обратное преобразование Лапласа $U(t)_1 = t$.

Определим ординату переходного процесса в конце первого промежутка, необходимую для дальнейших расчетов $U(\tau)_1 = \tau$.

Рассматривая решение на втором промежутке $[\tau; 2\tau]$, для определения рассогласования используем уже известный процесс в системе на первом промежутке:

$$\varepsilon(t)_2 = Y^*(t)_2 - U(t)_1 = 1 - t;$$

$$\varepsilon(p)_2 = \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2}.$$

В соответствии с (2), переходный процесс на втором промежутке

$$U(p)_2 = \frac{U(\tau)_1}{p} + \varepsilon(p)_2 W(p) = \frac{\tau}{p} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^3};$$

$$U(t)_2 = \tau + t - \frac{t^2}{2}; \; U(\tau)_2 = 2\tau - \frac{\tau^2}{2}.$$

Аналогично определим переходный процесс на третьем промежутке:

$$\varepsilon(t)_3 = 1 - \tau - t + \frac{t^2}{2};$$

$$\varepsilon(p)_3 = \frac{1-\tau}{p} - \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^3};$$

$$U(p)_3 = \frac{U(\tau)_2}{p} + \varepsilon(p)_3 W(p) =$$

$$= \frac{2\tau - \frac{\tau^2}{2}}{p} + \frac{1-\tau}{p^2} + \frac{1}{p^3} - \frac{1}{p^4};$$

$$U(t)_3 = 2\tau - \frac{\tau^2}{2} + (1-\tau)t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{6}.$$

Таким образом, можно сравнительно просто получить решение для n-го промежутка. Для сравнения на рисунке 2 показаны переходные процессы на выходе данной системы, рассчитанные различными методами при $\tau = 3$.

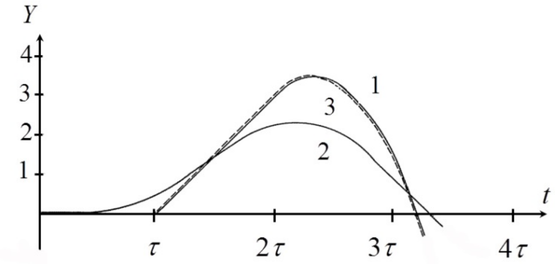

Рисунок 3 — Переходные процессы, рассчитанные различными методами

Здесь *1* — процесс, рассчитанный аналитически описанным выше методом; *2* — процесс в этой же системе, в которой звено запаздывания представлено рядом из пяти апериодических звеньев первого порядка [1]; *3* — процесс, рассчитанный путем цифрового моделирования в среде Matlab Simulink.

Полученные зависимости свидетельствуют об эффективности предложенной методики для анализа динамических систем с большим запаздыванием на конечном отрезке времени. Можно заметить, что чем больше величина запаздывания относительно постоянной времени, тем больше эффективность и меньше трудоемкость метода.

Аналогично можно вычислять переходные процессы в системах с различными объектами и входными воздействиями. Также можно учитывать возмущения. Возмущения должны быть приведены либо к выходу объекта, либо к выходу системы. Тогда их можно учесть по принципу суперпозиции на соответствующем отрезке времени.

Таким образом, для решения задачи расчета переходных процессов в системах с объектами, обладающими большим запаздыванием, целесообразно использовать модифицированный метод последовательного интегрирования. Этот метод позволяет рассчитать переходные процессы в САУ с получением точного решения при условии, что параметры системы являются постоянными во времени. Такой подход эффективен и менее трудоемок, чем другие методы, при большом значении запаздывания. Использование предложенной методики может быть полезно для инженеров, занимающихся проектированием автоматических систем.

Выполненные исследования позволили сделать следующие **выводы**:

1. Установлено, что в системах с существенным запаздыванием, когда чистое запаздывание соизмеримо с постоянной времени объекта, определение реакции системы возможно без аппроксимации объекта непрерывной функцией.

2. На основе метода последовательного интегрирования разработана методика упрощенного расчета переходных процессов в замкнутой системе автоматического управления, обеспечивающая точное решение на промежутках времени, равных величине чистого запаздывания.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку алгоритмов оптимизации управления системами с существенным запаздыванием на основе рассмотренной методики расчета переходных процессов.

Список источников

1. Лукас В. А. Теория автоматического управления. М. : Недра, 1990. 416 с.

2. Курганов В. В., Цавнин А. В. Управление объектом с запаздыванием // Автоматика и программная инженерия. 2015. № 2. С. 9–13.

3. Стопакевич А. А. Проектирование робастных регуляторов объектами с большим запаздыванием // Восточно-европейский журнал передовых технологий. 2016. Т. 1. № 2. С. 48–56.

4. Системы автоматического управления с запаздыванием / Ю. Ю. Громов [и др.]. Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. 76 с.

5. Норкин С. Б. Дифференциальные уравнения второго порядка с запаздывающим аргументом. М. : Наука, 1965. 354 с.

6. Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. М. : Наука, 1971. 296 с.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. каф. ГЭС ДонГТУ Корнеевым С. В., к.т.н., доц., зав. каф. общеинженерных дисциплин СИПИМ ЛГУ им. В. Даля Сафоновым В. И.

Статья поступила в редакцию 28.05.2024.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Зотов Вадим Алексеевич, *канд. техн. наук, доцент каф. горных энергомеханических систем*
Донбасский государственный технический университет,
г. Алчевск, Луганская Народная Республика, Россия,
e-mail: vadim_zotov@mail.ru

Zotov V. A. *(Donbass State Technical University, Alchevsk, Lugansk People's Republic, Russia,*
e-mail: vadim_zotov@mail.ru)

ANAYTICAL CALCULATION OF PROCESSES IN SYSTEMS WITH LARGE DELAYS

The work is devoted to developing a methodology for computing transients in large-delayed dynamical systems. It is proposed to use the modified method of sequential integration for calculations. A presented computational algorithm can be used in the design of automated systems for mining production.

Key words: *system, delay, parameters, characteristics, input action, output coordinate, time interval, quantization step.*

References

1. Lukas V. A. Automatic control theory [Teoriya avtomaticheskogo upravleniya]. M. : Nedra, 1990. 416 p. (rus)

2. Kurganov V. V., Tsavnin A. V. Delayed facility management [Upravlenie ob''ektom s zapazdyvaniem]. Automatics & Software Enginery. 2015. No. 2. Pp. 9–13. (rus)

3. Stopakevich A. A. Design of robust regulators by objects with large delays [Proektirovanie robastnyh regulyatorov ob''ektami s bol''shim zapazdyvaniem]. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2016. Vol. 1. No. 2. Pp. 48–56. (rus)

4. Gromov Yu. Yu. [et al.]. Automatic control systems with delay [Sistemy avtomaticheskogo upravleniya s zapazdyvaniem]. Tambov : Izd-vo Tamb. gos. tekhn. un-ta, 2007. 76 p. (rus)

5. Norkin S. B. Second order differential equations with delayed argument [Differencial'nye uravneniya vtorogo poryadka s zapazdyvayushchim argumentum]. M. : Nauka, 1965. 354 p. (rus)

6. El'sgol'c L. E., Norkin S. B. Introduction to the theory of differential equations with deviating argument [Vvedenie v teoriyu differencial'nyh uravnenij s otklonyayushchimsya argumentom]. M. : Nauka, 1971. 296 p. (rus)

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Zotov Vadim Alekseevich, *PhD in Engineering, Assistant Professor of the Department of Mining Energy-mechanical Systems*
Donbas State Technical University,
Alchevsk, Lugansk People's Republic, Russia,
e-mail: vadim_zotov@mail.ru