УДК 621.8:621.9

к. т. н., проф. Зелинский А.Н.,
ассистент Пипкин Ю.В.
(ДонГТУ, Алчевск, Украина)

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ КОНТАКТНОЙ ЖЕСТКОСТИ ЗАЖИМНЫХ УСТРОЙСТВ СТАНОЧНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ

У статті надано результати теоретичних досліджень з визначення коефіцієнтів контактної жорсткості у верстатних пристосуваннях і оснащенні, які також можуть використані при проектуванні інших затискних пристроїв виробничих механізмів.

Проблема и ее связь с практическими и научными задачами.

Обеспечение технологической надежности зажимных устройств и станочных приспособлений является важной задачей при их проектировании и эксплуатации. Эта задача требует анализа работы в зависимости от действующих производственных нагрузок с учетом предъявляемых требований по надежности и точности. Снизить затраты на проведение производственных экспериментов, а также исследовать поведение устройств на предельных, критических и запредельных режимах работы можно применив метод имитационного моделирования.

Знание коэффициентов жесткости является необходимым условием организации имитационного моделирования [1] производственных механизмов, в частности зажимных устройств и станочных приспособлений (СП).

Анализ исследований и публикаций.

В работе [2] при изложении методики силового расчета станочных приспособлений отмечается необходимость учета жесткости установочных и зажимных элементов, приведены для частных случав формулы, в которые входят коэффициенты жесткости. Однако отсутствуют рекомендации по расчету этих коэффициентов.

Известные оценки контактных взаимодействий [3, 4, 5] в основном связаны с определением контактных деформаций. Коэффициенты контактной жесткости для анализа контактного взаимодействия не используются.

Таким образом, актуальным является разработка зависимостей и рекомендаций к расчету коэффициентов контактной жесткости.

Контактную жесткость разделяют на нормальную и тангенциальную [1, 2, 3, 4]. Нормальная и тангенциальная жесткости связаны между собой, так как процесс касательного к контакту (тангенциального) смещения зависит от величины нормальной деформации контакта. Следовательно, нормальная жесткость контакта является определяющей.

Постановка задачи по оценке контактной жесткости в силовом замыкании станочных приспособлений

Различают два подхода к оценке контактной жесткости: теоретический [5] и экспериментальный [3, 4, 5].

Для определения коэффициента жесткости j_{kN}, как известно, необходимо знать величину нормальной нагрузки на контакт P_N и величину нормальной деформации под действием заданной нагрузки ξ_N. Тогда формула для определения коэффициента жесткости имеет вид [1, 6]

$$j_{kN} = \frac{P_N}{\xi_N}. \qquad (1)$$

Теоретический и экспериментальный подходы к определению коэффициента жесткости различаются по способу определения необходимых составляющих.

Задачей данной работы является определение коэффициента контактной жесткости на основе теоретических зависимостей.

Определение коэффициента контактной жесткости теоретическим методом

В основу метода полагаем сочетание контактируемых поверхностей, сопрягающихся при установке заготовки или детали с помощью технологической оснастки.

Для станочных приспособлений можно вести следующую классификацию контактов устанавливаемой заготовки с опорными и зажимными элементами (табл. 1). При этом удобно воспользоваться известной классификацией контактов в теории упругости [6] для анализа схем установки заготовок в различных конструкциях СП [7, 8].

Из представленной таблицы видно, что основными контактами являются контакты вида "плоскость – плоскость", "плоскость – цилиндр", "цилиндр – цилиндр (внутренне)", "плоскость – полусфера", "цилиндр – полусфера".

Для теоретической оценки нормального коэффициента жесткости в контакте можно воспользоваться формулами теории упругости для определения контактных деформаций [6].

Таблица 1 – Виды контактов заготовки и опорных установочных элементов

Тип установочного элемента	Тип детали				
	Вал	Корпус	Рычаг	Диск	Втулка
Опора точечная с плоской головкой	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**
Опора точечная со скругленной головкой	**цилиндр – цилиндр**	**плоскость – полусфера**	**плоскость – полусфера**	**плоскость полусфера или цилиндр – полусфера**	**цилиндр – цилиндр**
Опора точечная с насеченной головкой	-	**плоскость – насечка на плоскости**	**плоскость – насечка на плоскости**	**плоскость – насечка на плоскости**	-
Пластины устано-вочные	**плоскость – цилиндр**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – плоскость**	**плоскость – цилиндр**
Призмы	**плоскость – цилиндр**	**плоскость – цилиндр**	**плоскость – цилиндр**	**плоскость – цилиндр**	**плоскость – цилиндр**
Оправки	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**
Пальцы	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**	**цилиндр – цилиндр (внутренне)**

Выведем уравнение коэффициента жесткости для случая контакта "плоскость – сферическое тело".

Уравнение сближения соприкасающихся тел Δ, одно из которых контактирует плоскостью, а другое сферической поверхностью радиусом R, под действием нагрузки P имеет вид [6]

$$\Delta = 0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\frac{P^2}{R} \cdot \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^2}\,, \tag{2}$$

где E_1, E_2 − соответственно модули упругости материалов соприкасающихся тел, для углеродистой стали составляют $(1{,}96 \div 2{,}06) \cdot 10^5$ МПа,

μ_1, μ_2 − соответственно коэффициенты Пуассона для материалов соприкасающихся тел, для углеродистой стали составляют 0,24÷0,28.

Возможны два способа получения выражения для жесткости контакта. Первый способ заключается в подстановке значения деформации (2) в формулу определения коэффициента жесткости (1). Второй способ − в выделении выражения (1) из формулы (2).

По первому способу − задавая величину усилия P, определяем коэффициент контактной жесткости по формуле

$$j = \frac{P}{\Delta(P)} = \frac{P}{0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\frac{P^2}{R} \cdot \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^2}}.$$

Вводя прикладываемое усилие P под знак корня и принимая $k_1 = \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)$, получаем

$$j = \frac{P}{\Delta(P)} = \frac{1}{0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\frac{P^2}{R} \cdot k_1^{\,2}}} \times \frac{1}{P^{-1}} = \frac{1}{0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{P^2}{R} \cdot k_1^{\,2} \right) \times P^{-3}}} =$$

$$= \frac{1}{0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\frac{P^2}{P^3 R} \cdot k_1^{\,2}}} = \frac{1}{0{,}8255 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{PR} \cdot k_1^{\,2}}} = 1{,}21 \cdot \frac{1}{P^{-1/3} \cdot R^{-1/3} k_1^{2/3}} =$$

$$= 1{,}21 \cdot P^{1/3} \cdot R^{1/3} k_1^{-2/3} \quad .$$

Выведенное выражение для коэффициента контактной жесткости соответствует выражению $j = c' \cdot r^{1/3} P^{1/3}$, приведенному в работе Э.В.Рыжова [3].

Полученное выражение показывает, что коэффициент жесткости зависит от прилагаемой нагрузки. Однако определение величины нагрузки в упруго-пластических системах, к которым относятся контактные взаимодействия, при нормальной работе деталей связано с определением деформаций и смещений. Оценим коэффициент жесткости в зависимости от деформации в контакте.

Рассмотрим второй способ определения коэффициента жесткости.

Возведем обе части выражения в третью степень, избавившись от знака корня,

$$\Delta^3 = 0{,}8255^3 \cdot \frac{P^2}{R} \cdot \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)^2 .$$

Учитывая $k_1 = \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)$, составим пропорцию

$$\frac{\Delta^3}{1} = \frac{0{,}8255^3 \cdot P^2 \cdot k_1^2}{R} .$$

Преобразуем пропорцию, группируя в одной дроби величины Δ и P,

$$\frac{R}{0{,}8255^3 \cdot k_1^2} = \frac{P^2}{\Delta^3}, \text{ или } \frac{P^2}{\Delta^3} = \frac{R}{0{,}8255^3 \cdot k_1^2} .$$

Откуда извлекаем квадратный корень и получаем

$$\sqrt{\frac{P^2}{\Delta^3}} = \sqrt{\frac{R}{0{,}8255^3 \cdot k_1^2}}, \qquad \frac{P}{\Delta}\sqrt{\frac{1}{\Delta}} = \sqrt{\frac{R}{0{,}8255^3 \cdot k_1^2}},$$

$$\frac{P}{\Delta} = \frac{\sqrt{\frac{R}{0{,}8255^3 \cdot k_1^2}}}{\sqrt{\frac{1}{\Delta}}} = \frac{1{,}33 \cdot R^{1/2} \cdot k_1^{-1}}{\Delta^{-1/2}} = 1{,}33 \cdot \frac{R^{1/2} \cdot \Delta^{1/2}}{k_1} = j$$

Полученное выражение коэффициента контактной жесткости зависит от деформации в контакте. Это выражение удобно для применения в экспериментальных исследованиях, когда деформации в контактах определяются непосредственными измерениями, а усилие − косвенными через измерение деформации.

Для контакта двух сферических тел и шара со сферическим углублением расчет коэффициента контактной жесткости отличается тем, что вместо радиуса R следует подставлять приведенный радиус кривизны $R_{np1} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ для первого и $R_{np2} = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}$ для второго случая, где R_1 и R_2 − радиусы кривизны соответственно сфер шара и углубления.

Рассмотрим случай контакта цилиндра с цилиндрической впадиной с параллельными осями, встречающийся при установке заготовки на оправку и пальцы базовым отверстием.

Сближение соприкасающихся тел определяется по формуле [6]

$$\Delta = 1{,}82 \cdot \frac{P}{l \cdot E}\left(1 - \ln b\right),$$

где l − длина площадки контакта цилиндра, b − полуширина полоски контакта,

$$b = 1{,}128 \cdot \sqrt{\frac{P}{l} \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 - R_1}\left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}\right)}.$$

Рассмотрим первый способ вывода коэффициента контактной жесткости.

В соответствии с определением коэффициента жесткости имеем

$$j = \frac{P}{\Delta} = \frac{P}{1{,}82 \cdot \dfrac{P}{l \cdot E}\left(1 - \ln b\right)} = 0{,}55\frac{l \cdot E}{\left(1 - \ln b\right)}.$$

Таким образом, коэффициент жесткости зависит от нормального усилия в контакте.

Так как выше при анализе контакта "плоскость – сферическое тело" вторым способом была получена зависимость коэффициента жесткости от деформации в контакте, можно ожидать аналогичного результата и для рассматриваемого случая.

Для реализации второго способа определения коэффициента жесткости необходимо составить пропорцию следующего вида

$$\frac{\Delta}{1} = \frac{1{,}82 \cdot \left(1 - \ln b\right)P}{l \cdot E}.$$

Тогда, преобразуя пропорцию, получаем

$$\frac{l \cdot E}{1{,}82 \cdot (1 - \ln b)} = \frac{P}{\Delta} = j \text{ или } j = \frac{P}{\Delta} = 0{,}55 \frac{l \cdot E}{(1 - \ln b)}.$$

Полученное выражение коэффициента жесткости показывает его зависимость от нормального усилия. Более того, оно полностью совпадает с полученным первым способом. Таким образом, при линейном контакте зависимость коэффициента контактной жесткости от деформации в контакте не подтверждается.

Для плоских стыков теория упругости не дает однозначной формулы расчета, что связано в первую очередь с множественностью и неопределенностью точек контакта вследствие неидеальности реальных плоских поверхностей, т.е. наличия на них шероховатости, волнистости. Поэтому для исследования контактного взаимодействия плоских поверхностей используются экспериментальные методы определения коэффициентов эмпирических зависимостей [3,4].

Для стыков "плоскость – плоскость" упругие перемещения получают, используя степенную зависимость [2, 3, 4, 5]

$$\delta = c\sigma^m,$$

где σ – средние давления в контакте, $\sigma = \frac{P}{A}$, где A – контурная площадь контакта поверхностей;

c – коэффициент, зависящий от геометрии поверхностей и свойств материалов;

m – показатель степени.

После подстановки выражения для средних давлений имеем

$$\delta = c\left(\frac{P}{A}\right)^m = c \cdot A^{-m} \cdot P^m.$$

Показатель m может быть больше и меньше 1. Выразим показатель m, как частное, в виде выражения $m = \frac{m_1}{m_2}$. Тогда, если $m_1 > m_2$ $m > 1$, если $m_1 < m_2$ $m < 1$. Перепишем выражение

$$\delta = c\left(\frac{P}{A}\right)^{m_1/m_2} = c \cdot \sqrt[m_2]{A^{-m_1}} \cdot \sqrt[m_2]{P^{m_1}}.$$

Возведем обе части выражения в степень m_2, для того, чтобы избавиться от корня, получим

$$\delta^{m_2} = c^{m_2} \cdot A^{-m_1} \cdot P^{m_1}.$$

Полученное выражение перестроим в соответствии с определением коэффициента жесткости

$$\frac{P^{m_1}}{\delta^{m_2}} = \frac{1}{c^{m_2} \cdot A^{-m_1}}.$$

Далее, для перехода к коэффициенту жесткости необходимо извлечь корень из выражения $\frac{P^{m_1}}{\delta^{m_2}}$. Извлекать корень естественно по меньшему показателю. Следовательно, если $m_1 > m_2$ $(m > 1)$, извлекаем корень по показателю m_2, получаем

$$\sqrt[m_2]{\frac{P^{m_1}}{\delta^{m_2}}} = \sqrt[m_2]{\frac{1}{c^{m_2} \cdot A^{-m_1}}} \text{ и далее } \frac{P}{\delta} \frac{\sqrt[m_2]{P^{m_1-m_2}}}{1} = c^{-1} \cdot A^{\frac{m_1}{m_2}},$$

$$j = \frac{P}{\delta} = c^{-1} \cdot A^{\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[m_2]{P^{m_1-m_2}}}.$$

Таким образом, если $m > 1$, коэффициент контактной жесткости представляется зависимостью только от нормального усилия.

Если $m_1 < m_2$ $(m < 1)$, извлекаем корень по показателю m_1, получаем

$$\sqrt[m_1]{\frac{P^{m_1}}{\delta^{m_2}}} = \sqrt[m_1]{\frac{1}{c^{m_2} \cdot A^{-m_1}}}, \text{ далее } \frac{P}{\delta} \cdot \frac{1}{\sqrt[m_1]{\delta^{m_2-m_1}}} = c^{\frac{-m_2}{m_1}} \cdot A$$

$$j = \frac{P}{\delta} = c^{\frac{-m_2}{m_1}} \cdot A \cdot \sqrt[m_1]{\delta^{m_2-m_1}}.$$

Таким образом, если $m < 1$, коэффициент контактной жесткости представляется зависимостью от нормальной деформации.

Так, например, для металлов $m = 0{,}5 = \frac{1}{2}$ имеем зависимость от деформации после следующих преобразований $\delta = c\left(\frac{P}{A}\right)^{1/2} = c \cdot A^{-1/2} \cdot P^{1/2}$, $\delta^2 = c^2 \cdot A^{-1} \cdot P^1$, $j = \frac{P}{\delta} = \frac{\delta}{c^2 \cdot A^{-1}} = c^{-2} \cdot A \cdot \delta$, которая соответствует выведенному общему уравнению.

В работе В.С.Корсакова [2] приводятся эмпирические зависимости по определению перемещений на опорах для контактов "сфера – плоскость" и "плоскость – плоскость".

Для контакта "сфера – плоскость" зависимости имеют вид

$$y = \left(0{,}67 - 0{,}003HB + \frac{6{,}23}{R}\right) \cdot Q^{0{,}8}$$ для заготовки из стали и

$$y = \left(2{,}7 - 0{,}008HB + \frac{9{,}23}{R}\right) \cdot Q^{0{,}6}$$ для заготовки из чугуна,

где HB – твердость материала по Бриннелю,

R – радиус сферы (опоры),

Q – усилие зажима заготовки, нормальное к плоскости контакта.

Для контакта "плоскость – плоскость" (плоская опора ограниченной площади) зависимости имеют вид

$$y = \left(0{,}4 + 0{,}012F + 0{,}004R_z - 0{,}0016HB\right) \cdot q^{0{,}7}$$ для заготовки из стали и

$$y = \left(0776 + 0{,}053F + 0{,}016R_z - 0{,}0045HB\right) \cdot q^{0{,}6}$$ для заготовки из чугуна

где F – контурная площадь опоры в см^2,

R_z – характеристика шероховатости заготовки в мкм,

q – удельное давление на поверхность контакта, кГ/см^2.

Структура приведенных эмпирических зависимостей соответствует структуре общей зависимости, показатель степени m меньше 1, следовательно, из выражений можно получить зависимость коэффициента контактной жесткости от деформации в контакте.

Выводы.

Проведенные в работе исследования оценки коэффициента контактной жесткости показали, что он может быть определен в зависимости как от нормального давления на контакт, так и в зависимости от деформации контакта. Причем для линейных контактов зависимость коэффициента жесткости от деформаций не может быть определена по известным теоретическим зависимостям. Впервые получены выражения для определения коэффициента контактной жесткости в зависимости от деформации в контакте. Сформулировано условие, позволяющее оценить возможность получения зависимости коэффициента жесткости от деформации в контакте.

В статье представлены результаты теоретических исследований по определению коэффициентов контактной жесткости в станочных приспособлениях и оснастке, которые также могут быть использованы при проектировании других зажимных устройств производственных механизмов.

In the article there are the represented results of theoretical researches on determination of coefficients of contact inflexibility in machine-tool fixture and rigging, which also can be used for design of other clamping devices of production mechanisms.

Библиографический список.

1. Пипкин Ю.В. Выбор места приложения усилия зажима с помощью имитационной модели / Ю.В. Пипкин // Сборник научных трудов Донбасского государственного технического университета. Спецвыпуск: Информационные технологии в научных исследованиях и учебном процессе: Материалы II Международ. научн.-практ. конференции (14-16 ноября 2006 г., г. Луганск). – Алчевск: ДонГТУ; Луганск: ЛНПУ, 2006. – С.161-171.

2. Корсаков В.С. Основы конструирования приспособлений.: Учебник для вузов / В.С.Корсаков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1983. – 277 с.

3. Рыжов Э.В. Контактная жесткость деталей машин / Э.В.Рыжов. – М.: Машиностроение, 1966. – 195 с.

4. Левина З.М. Контактная жесткость машин / З.М.Левина, Д.Н. Решетов. – М.: Машиностроение, 1971. – 264 с.

5. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В.Крагельский, М.Н.Добычин, В.С.Комбалов – М.: Машиностроение, 1977. – 526 с.

6. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С.Писаренко, А.П.Яковлев, В.В.Матвеев; Отв. ред. Писаренко Г.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Наук. Думка, 1988. – 736 с.

7. Альбом по проектированию приспособлений / Б.М. Базров и др. – М.: Машиностроение, 1991. – 119 с.

8. Станочные приспособления: Справочник в 2-х т. / Под ред. Б.Н. Вардашкина. – М.: Машиностроение,1984.

Рекомендовано к печати
к. т. н., проф. Ульяницким В.Н.