

К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ПОПУЛЯЦИИ

Техногенная нагрузка угле-металлургического комплекса Донбасса оказывает угнетающее влияние на состояние окружающей среды. Свободные степные пространства, почвенный слой которых представлен плодородными чернозёмами, практически повсеместно используется под сельскохозяйственные нужды. Вследствие этого нарушен ареал обитания диких животных. Территории для их размножения, зимовки, питания, миграционные пути сокращены до критических размеров и поэтому популяции их отдельных видов уменьшаются. Постоянно увеличивается список представителей флоры и фауны, находящихся под угрозой исчезновения [1]. Для разработки мероприятий по сохранению и восстановлению экосистем особую актуальную приобретает оценка состояния популяций видов животных, обитающих на наших территориях.

Состояние популяции характеризуется статическими и динамическими показателями. К статическим показателям относятся численность, плотность, структура, к динамическим — рождаемость, смертность, скорость роста популяции.

Развитие любой популяции, включая и человечество, подчиняется одним и тем же общим закономерностям [2]. Всемирно известна математическая модель английского экономиста и демографа Мальтуса. В её основу положены статические и динамические показатели:

x — численность популяции в рассматриваемый момент времени, тыс. особей;

A — количество особей, родившихся за период времени Δt ;

B — количество особей, умерших за период времени Δt ;

Удельная рождаемость — количество новорожденных за год, приходящихся на 1000 особей, рассчитывается по формуле:

$$\alpha = \frac{A}{x \cdot \Delta t} . \quad (1)$$

Удельная смертность определяется аналогично:

$$\beta = \frac{B}{x \cdot \Delta t} . \quad (2)$$

Прирост численности рассчитывается как разность между родившимися и умершими по формуле:

$$\Delta x = A - B = (\alpha - \beta) \cdot x \cdot \Delta t . \quad (3)$$

Разность между удельной рождаемостью и удельной смертностью обозначается как удельный прирост популяции:

$$\gamma = \alpha - \beta , \quad (4)$$

$$\Delta x = \gamma \cdot x \cdot \Delta t . \quad (5)$$

Искомый динамический показатель, скорость роста популяции имеет вид:

$$\frac{dx}{dt} = \gamma \cdot x . \quad (6)$$

Общее решение дифференциального уравнения (6), модель Мальтуса, имеет вид:

$$x = C_1 \cdot e^{\gamma \cdot t}, \quad (7)$$

где $C_1 = x_0$ — количество особей в начальный момент времени, γ — удельный прирост популяции, величина постоянная.

Как следует из этой модели, численность популяции x с увеличением времени существования популяции t должна расти до бесконечности. Модель Мальтуса адекватно описывает развитие популяции при наличии достаточных ресурсов, необходимых для существования популяции, но при постепенном исчерпании ресурсов популяции модель становится неадекватной. Поэтому бельгийский математик Пьер Франсуа Ферхюльст ввел в уравнение (6) ограничивающую поправку и получил уравнение

$$\frac{dx}{dt} = \gamma \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{k}\right), \quad (8)$$

где k — максимальное количество особей, которое может прокормиться на данной территории.

Согласно этому уравнению при росте популяции x до величины k поправка Ферхюльста $\left(1 - \frac{x}{k}\right)$ становится равной нулю и, соответственно, скорость роста популяции прекращается $\left(\frac{dx}{dt} = 0\right)$. Решение уравнения (модель Ферхюльста) имеет вид:

$$x = \frac{k \cdot x_0 \cdot e^{\gamma \cdot t}}{k - x_0 + x_0 \cdot e^{\gamma \cdot t}}. \quad (9)$$

Модель Ферхюльста описывает развитие популяции и в период достаточности ресурсов и в период их исчерпания.

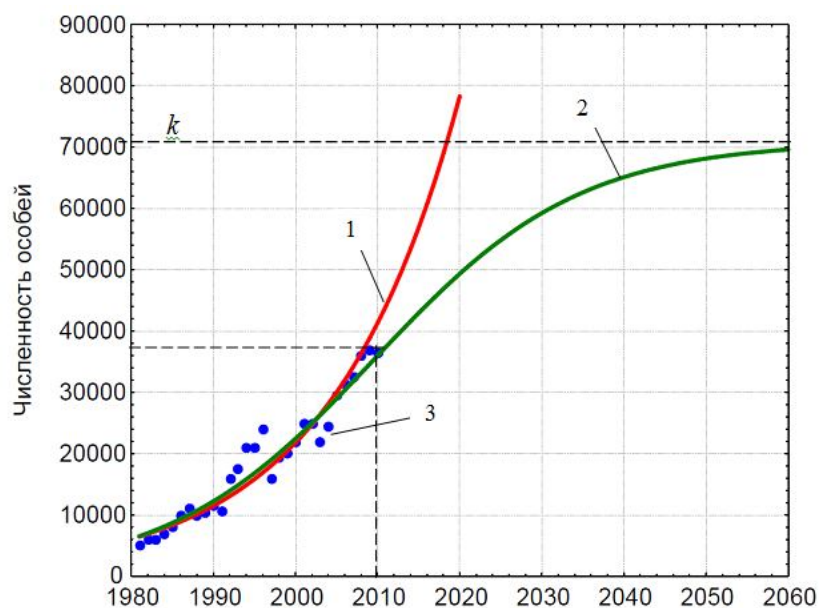
Таким образом, модель Ферхюльста позволяет оценить состояние популяции в ареале её обитания и установить важнейшие её показатели.

Оценка параметров моделей Мальтуса и Ферхюльста проведена на примере развития популяции фазанов на территории Запорожской области с 1981 по 2013 годы [3]. С помощью пакета прикладных статистических программ Statistica 6.0 [4] получены статистически значимые оценки параметров модели Мальтуса и Ферхюльста. Надежность уравнений регрессии подтверждается значимыми высокими коэффициентами корреляции (таблица). Анализируемые данные развития соответствуют первому периоду, когда популяция не испытывает недостатка в ресурсах и поэтому адекватно описывается обеими моделями (рисунок).

Из модели Ферхюльста следует, что удельный годовой прирост фазанов составляет 0,08, т. е. 8 особей на каждые 100 особей популяции в год. Скорость роста популяции достигла точки максимума в 2011г при численности 37300 особей. Рост численности без существенного снижения темпов роста может происходить до 2025 г. и может увеличиться до 53200 особей. Далее прирост популяции будет заметно сокращаться из-за нехватки природной пищевой базы. Фазаны будут создавать проблемы для населения, так как будут вынуждены восполнять нехватку природных кормов потреблением сельскохозяйственной продукции.

Таблица — Статистические оценки параметров моделей развития Мальтуса и Ферхюльста

Модель	Параметр			Коэффициент корреляции
	x_0	γ	k	
Мальтуса	6053	0,064	–	0,94
Ферхюльста	6060	0,08	70850	0,98



1 — модель Мальтуса и 2 — модель Ферхюльста, 3 — фактические данные

Рисунок — Графический анализ моделей по фактическим данным

Теоретически, популяция фазанов в Запорожской области может достигнуть предельной максимальной численности 70850 особей в 2060 г.

Список литературы

1. Конвенция о биологическом разнообразии [Электронный ресурс] / ООН. — Режим доступа: https://www.un.org/ru/documents/decl_conv/conventions/biodiv.shtml.
2. Моделирование нелинейной динамик глобальных процессов / под ред. И. В. Ильина, Д. И. Трубецкого. — М. : Изд-во МГУ, 2010. — 412 с.
3. Николаев, В. А. Динамика численности охотничьего фазана в Запорожской области / В. А. Николаев // Современные проблемы природопользования, охотоведения и звероводства. — 2012. — № 1. — С. 561–562.
4. Подлипенская, Л. Е. Математическая статистика для горняков : учеб. пособ. / Л. Е. Подлипенская, С. И. Кулакова. — Алчевск : ГОУ ВО ЛНР «ДонГТИ», 2022. — 165 с.