

УДК 539.4:622.232

*д.т.н., проф. Литвинский Г. Г.
(ДонГТИ, г. Алчевск, ЛНР, ligag@ya.ru)*

ОБОСНОВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ РЕОНОМНОЙ МИКРОМЕХАНИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА (ГОРНОЙ ПОРОДЫ)

Дан аналитический обзор исследований по проблеме микромеханики термофлуктуационного разрушения и деформирования твердого тела. Рассмотрены ранее предложенные математические модели, выявлены присущие им недостатки: отсутствие развитой теории микродефектной структуры, эмпиричность предложенных расчетов, упрощенность определяющих уравнений долговечности, рассмотрение процессов развития поврежденности в отрыве от её залечивания и пр. Впервые предложена и обоснована система из девяти кинетических уравнений реономной микромеханики по росту и залечиванию матриц микроразрывов и микросдигов. Уравнения отражают все изменения микроструктуры тела во времени при переменных термодинамических воздействиях. Раскрыт смысл реономных постоянных и построены фазовые портреты кинетических уравнений. Определен фоновый уровень микродефектов в твердом теле при изменении относительной температуры и интенсивности напряжений. На фазовых портретах микродефектов показано наличие точек аттрактора и бифуркации, важных для отделения областей устойчивого состояния и разрушения материала.

Предложенная математическая модель в виде кинетических уравнений реономной микромеханики может дать теоретическую базу для расчетов поведения различных материалов, подверженных внешним силовым и температурным воздействиям.

Ключевые слова: *реономная микромеханика, кинетические уравнения, относительная температура, интенсивность напряжений, поврежденность, сплошность, микродефекты, прочность, фазовый портрет, аттрактор, бифуркация, разрушение, деформирование.*

1 Проблема, актуальность и цель исследований

Основной фундаментальной проблемой в механике горных пород, так же как и в механике твердого деформируемого тела, является адекватное описание механического поведения материала во времени при произвольных внешних воздействиях. Несмотря на выполненные к настоящему времени многочисленные теоретические и экспериментальные исследования на базе феноменологических и физических представлений о взаимодействии дефектов в твердом теле, все еще не достигнуто полного и адекватного описания процессов деформирования и разрушения материалов во времени. Среди существующих подходов можно выделить три основных направления в учении о деформировании и разрушении материалов: феноменологические теории предельного состояния в ло-

кальной области, теории макротрещин и континуальные теории зарождения роста дислокаций и дефектов.

В работах, использующих феноменологический подход [1–7], в реологические уравнения среды вводится скалярный параметр поврежденности ω , а в качестве критерия разрушения принимается условие, когда поврежденность достигает предельного значения (обычно $\omega = 1$).

К недостаткам существующих феноменологических моделей следует отнести их слабую физическую обоснованность, ограниченность и искусственность принятых основных предпосылок. В частности, эти модели не позволяют четко интерпретировать физический смысл основного параметра — поврежденности ω — и зачастую оказываются неприменимыми за пределами области использованных экспериментальных данных. Феноменологические модели не рассматривают реальные механизмы роста и

залечивания дефектов, с их помощью нельзя учесть влияние объемного напряженно-деформированного состояния (НДС) материала на развитие в нем разрушений.

Теория макротрещин (механика разрушения) представляет собой одну из ветвей учения о прочности материала [8–12 и др.]. Она концентрирует внимание на поведении отдельной макротрещины в теле, которое определенным образом нагружено и имеет конкретные форму и размеры. Исходной в этом направлении считают работу Гриффитса [8]. Вначале полагали материал упругим и идеально хрупким, но затем Ирвин [9] и Орован [10] ввели понятие квазихрупкого механизма разрушения из-за наличия у кончика трещины пластических деформаций. Наиболее полное изложение теории макротрещин можно найти в монографии Черепанова Г. П. [11].

Однако проблемы возникновения, а тем более залечивания макротрещин в этих теориях не рассматриваются, а изучаются лишь условия равновесного состояния трещины. Ограниченность теории макротрещин состоит в статическом изучении равновесия трещин без учета временных процессов, в неспособности рассмотреть ансамбль трещин во взаимодействии, причем изучению подлежали главным образом только простейшие трещины разрыва.

Поэтому в последнее время стали развиваться континуальные теории тех или иных дефектов (трещин, дислокаций). Эти теории не следят за состоянием отдельного дефекта, а изучают модель сплошной квазизоднородной среды, содержащей ансамбль абстрактных дефектов, которые накапливаются под действием нагрузки. Первыми появились работы, посвященные вязкому разрушению металлов под действием постоянной растягивающей нагрузки в условиях ползучести. Так, в работе Хоффа [12] рассмотрено образование шейки в стальном образце при его растяжении. Значительно дальше пошел Качанов Л. М. [13], который, по-видимому, впервые ввел понятие поврежденности материала, растущей во

времени при действии нагрузки. Однако конкретизации физической природы возникновения и развития трещин в этих работах не производится.

Целью данной работы является разработка научных основ и установление фундаментальных закономерностей деформирования и разрушения хрупких материалов (горных пород) с позиций континуальной реономной микромеханики, основанной на учете термофлуктуационной теории возникновения и залечивания микродефектов (поврежденностей). Раздел механики твердого деформируемого тела, изучающий законы зарождения, роста и залечивания микродефектов во времени и происходящие при этом изменения свойств и состояния материала при внешних на него термосиловых воздействиях, называется реономной микромеханикой. Эта наука направлена на изучение всех процессов деформирования и разрушения материалов путем решения систем дифференциальных кинетических уравнений, которые отражают на микроуровне процессы изменения внутренней структуры тела, состоящие из элементарных актов зарождения и залечивания различных микродефектов.

Под терминами «рост» и «залечивание» микродефектов мы далее будем понимать увеличение или снижение ориентированной относительно главных площадок нагружения удельной площади конкретных типов микродефектов в единичном объеме твердого тела либо за счет увеличения их числа, либо размеров.

Основная идея исследований состоит в объединении с единых методических позиций термофлуктуационной теории прочности и континуальной теории микродефектов. Такой подход дает основу для разработки основ феноменологической реономной микромеханики деформирования и разрушения материалов. В ее основу положены фундаментальные физические представления о термофлуктуационных процессах возникновения микродефектов, развитых отечественными учеными [13–20 и др.].

Отметим, что ранее исследования в этом направлении были ограничены изучением долговечности материалов только при их растяжении, без попытки привлечения или развития теоретических основ по учету всего многообразия микродефектов и повреждений, при этом рассматривались лишь процессы возникновения микродефектов, упуская из виду процессы их залечивания.

Наиболее полное построение теории поведения твердого тела можно выполнить с позиций физической кинетики, понимаемой как теории микроскопических процессов в статистически неравновесных средах [16]. Таким образом, общая проблема описания поведения материалов во времени требует использования единого методического подхода для объяснения основных механических процессов деформирования и разрушения твердого тела при произвольных термомеханических на него воздействиях.

В данной работе мы будем преследовать не теоретически безупречные доказательства и выводы, а стремиться главным образом к получению результатов, пригодных для инженерных расчетов. Поэтому кинетика развития микродефектов в материале использована нами как научная база для развития теории протекания механических процессов во времени и описания основных экспериментально наблюдаемых временных эффектов (ползучесть, релаксация, длительная прочность и др.) при произвольном напряженно-деформированном состоянии материала.

Объектом исследований являются термомеханические процессы возникновения и залечивания микродефектов во времени, определяющих деформационно-прочностные свойства твердого тела. **Предмет исследований** — закономерности формирования микродефектной структуры тела под влиянием основных определяющих факторов.

Основными **задачами исследований** являются:

– обоснование системы кинетических уравнений реономной микромеханики,

описывающих процессы роста и залечивания микродефектов разрывного и сдвигового типа во времени;

– исследование фазовых портретов полученных кинетических уравнений для разных фоновых уровней микродефектов;

– изучение закономерности влияния различных факторов на физико-механические процессы, сопровождающие процессы зарождения и залечивания микродефектов различных типов.

Поскольку в процессе деформирования материала происходит зарождение, рост и трансформация структуры микродефектов, что кардинальным образом влияет на прочностные и деформационные свойства материала, важность задач изучения закономерностей структуры и развития микродефектов трудно переоценить.

2 Кинетические процессы при описании прочности материалов

Адекватное описание поведения материала во времени при произвольном внешнем нагружении — одна из основных задач механики твердого тела (горных пород).

Особенно перспективным для решения этой проблемы оказался подход, основанный на трактовке механических процессов в материале с позиций термодинамики [14]. В отличие от чисто механического, с позиций статики, подхода к проблеме разрушения твердых тел, который присущ многочисленным теориям предельного состояния материалов, термодинамический подход основан на учете влияния термофлуктуаций энергии в твердом теле при развитии разрушения. Такой подход часто называют кинетическим.

Процесс, при котором некоторые структурные элементы системы переходят от одной стабильной конфигурации к другой, называют кинетическим. Микроскопическая теория кинетических процессов охватывает широкий спектр физических и химических неравновесных явлений, связанных с переносом энергии, импульса, заряда и вещества в различных системах (га-

зах, плазме, жидкостях, твёрдых телах) с учетом влияния на них внешних полей разной природы (силовых, тепловых, электромагнитных, радиационных и пр.).

Идея определения скорости химической реакции как кинетического процесса, при котором атомы или молекулы должны преодолеть определенный энергетический потенциальный барьер, впервые, по видимому, была высказана Сванте Аррениусом в 1889 г. [17]. В химической кинетике полагают, что скорость процесса V , т. е. число единичных актов перехода в одном моле вещества за единицу времени, можно выразить уравнением

$$V = (kT / h) \exp[(-\Delta F / kT)], \quad (1)$$

где k — постоянная Больцмана, равна $1,38 \cdot 10^{-9}$ Дж/(моль · К);

T — абсолютная температура, К;

h — постоянная Планка, $h = 6,62 \cdot 10^{-20}$ Дж/(моль · К);

ΔF — свободная энергия активации, Дж/моль, равная

$$\Delta F = \Delta H - T \cdot \Delta S, \quad (2)$$

где ΔS — энергия активации на моль, связанная со степенями свободы нормального и активированного состояния вдоль координаты реакции;

ΔH — энергетический барьер кинетического процесса.

Уровень потенциальной энергии активации ΔH является функцией внешних нагрузок, во время действия которых процесс усиливается в положительном и ослабляется в отрицательном V -направлениях.

Такого же характера функциональные зависимости во многих областях физики и механики используются для описания скоростей протекания физических процессов. Идейным источником для этого можно считать оба закона распределения молекул Максвелла (по скоростям) и Больцмана (по потенциальной энергии). Они содержат экспоненциальный множитель, в показателе у которого стоят отношения кинетиче-

ской (Максвелл) или потенциальной (Больцман) энергии к средней энергии теплового движения молекул (kT).

Уравнение (1), хотя и правильно отражает функциональную взаимосвязь между основными влияющими на скорость реакции параметрами, относится главным образом к атомам и молекулам, но не к мезо- и макропроцессам разрушения твердого тела, где будут иные параметры, определяющие кинетические процессы.

Кинетический процесс в общем случае трактуется как набор единичных актов на микро-, мезо- и макроуровнях, совокупность которых проявляется в виде внешних макроскопических эффектов разрушения и деформирования материала.

Систематические исследования школы акад. Журкова С. Н. в 1950-х годах [15] и многочисленные последующие публикации доказали факт температурно-временной зависимости прочности и подтвердили необходимость перехода от общепринятой статической концепции прочности к новой — кинетической. Экспериментально полученные зависимости между долговечностью τ , напряжением σ и температурой T позволили установить аналитические соотношения между этими величинами. Оказалось, что долговечность твердых тел можно выразить уравнением, предложенным Журковым С. Н.:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp[(U_0 - \gamma\sigma) / kT], \quad (3)$$

где τ_0 , U_0 и γ — коэффициенты, характеризующие свойства твердого тела;

σ — уровень приложенного растягивающего напряжения.

Уравнение долговечности (3), положенное в основу кинетической концепции прочности [14], имеет существенные ограничения. Оно способно учитывать только процессы разрыва связей между атомами при одноосном растяжении, не рассматривает изменение структуры тела из-за роста микродефектов, а тем более напряженно-деформированное состояние твердого тела.

Отсюда, в частности, следует, что материал, даже при отсутствии напряжений (внешнего нагружения), непременно разрушится через конечный промежуток времени τ , что явно противоречит экспериментально наблюдаемым фактам.

3 Реономные кинетические уравнения роста и залечивания микродефектов

Ранее в работах [18 и др.] нами была предложена новая трактовка кинетической теории прочности в рамках реономной микромеханики, где впервые введены важные моменты поведения твердого тела с учетом следующих требований:

– при рассмотрении кинетических процессов в твердом теле необходимо учитывать наряду с процессами зарождения (генезиса) микродефектов и одновременно происходящие процессы их залечивания («гибели»);

– описание механических свойств и состояний материала следует производить через изучение кинетики изменения структуры микродефектов во времени;

– из-за масштабного перехода описания термофлуктуационных процессов от нано- мезо- и макроуровням в кинетических уравнениях роста и залечивания микродефектов следует обобщить теоретические константы (постоянные Больцмана, Планка и др.), заменив их соответствующими феноменологическими постоянными, определяемыми из макроэкспериментов;

– искомые уравнения реономной микромеханики должны удовлетворять условиям симметричности в соответствии со структурой симметрии матрицы микродефектов;

– входящие в кинетические уравнения параметры следует представить в виде безразмерных, желателно нормируемых, симплексов, имеющих явный физический смысл;

– кинетические уравнения сводятся к дифференциальным соотношениям между скоростью изменения микродефектов и влияющими на нее параметрами, как это показано в [20].

Исходя из этих требований, уравнения должны в самом общем виде иметь структурный вид, подобный структуре уравнений теоретической физики (Аррениуса, Больцмана, Максвелла), основным объектом которой является функция распределения $w(p, q)$ импульсов p и координат q для изотермической системы (каноническое распределение Гиббса):

$$w(p, q) = \exp\left[\frac{F - H(p, q)}{kT}\right], \quad (4)$$

где $H(p, q)$ — функция Гамильтона системы, а F — свободная энергия.

Кинетические уравнения реономной микромеханики для описания рекомбинации микродефектов во времени по своей структуре основаны на фундаментальных результатах, полученных отечественной школой физиков и механиков [13–15, 20]. Опираясь на сформулированные выше требования и целый ряд эвристических соображений, которые в основном будут раскрыты ниже, можно сформулировать и обосновать структуру системы кинетических уравнений.

Для скоростей изменения числа микродефектов следует найти в общем виде уравнения рекомбинации как слагаемых их роста (снижение сплошности) и залечивания (восстановления сплошности):

$$\frac{d\omega_{ij}}{dt} = (1 - \omega_{ij}) \cdot Ru \cdot F_U - \omega_{ij} \cdot Rw \cdot F_W, \quad (5)$$

где ω_{ij} — соответствующий матрице микродефектов $\|\omega_{ij}\|$ показатель поврежденности материала, растущий с увеличением плотности микротрещин, имеющий начальное значение 0, а в момент разрушения — 1, т. е. $0 \leq \omega_{ij} \leq 1$ [19, 20];

Ru, Rw — реономные константы материала, разные для сдвигов ($i \neq j$) и разрывов ($i = j$), определяемые экспериментально соответственно для зарождения (роста) и залечивания (гибели) микродефектов по

каждому ансамблю микродефектов ω_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$), 1/время;

F_U, F_W — экспоненциальные функции влияния свойств ($\alpha, \sigma_0, \tau_0, T_S$) и состояния ($\omega_{ij}, \sigma_{ij}, T$) материала на соответственно рост (U) и залечивание (W) в нем каждого из компонентов матрицы микродефектов $\|\omega_{ij}\|$;

α, σ_0, τ_0 — соответственно параметр хрупкости, когезия разрыва и когезия сдвига, характеризующие прочностные свойства (паспорт прочности) материала согласно аналитической теории прочности.

В уравнении (5) правая часть содержит два слагаемых: первое описывает скорость процесса разрушения (дезинтеграции), а второе — скорость процесса восстановления (залечивания) сплошности тела. Оба процесса происходят одновременно, и дальнейшее состояние тела будет зависеть от того, какой процесс — разрушение или восстановление сплошности — будет преобладать. Если скорости обоих процессов при некотором достигнутом уровне микродефектов оказываются равными, то тело будет достаточно долго находиться в равновесии.

Здесь можно усмотреть весьма близкую аналогию с процессами химической кинетики. Термомеханические процессы развития микроповреждений во времени, подобно химическим реакциям, являются в определенном смысле двусторонними (обратимыми), т. е. могут протекать при данных условиях в двух противоположных направлениях. Скорость роста микродефектов по мере увеличения их числа замедляется, а скорость обратного процесса — залечивания — увеличивается. В некотором диапазоне изменения поврежденностей система микродефектов оказывается в термомеханическом подвижном равновесии, а вне этого диапазона кинетический процесс переходит в лавинообразный рост микродефектов с последующим разрушением материала.

Скорости роста и гибели относительно числа микродефектов ω_{ij} ($0 \leq \omega_{ij} \leq 1$),

где индексы могут принимать значения $i, j = 1, 2, 3$, следует представить в виде суммы двух структурно подобных экспоненциальных слагаемых, отвечающих соответственно за рост («рождение») и снижение («залечивание», «гибель») числа микродефектов. Естественно положить, что рост микродефектов будет прямо пропорциональным соответствующей сплошности ($0 \leq 1 - \omega_{ij} = T_{ij} \leq 1$) по каждому сочетанию индексов i, j . Общая структура этих слагаемых напоминает ранее предложенные уравнения долговечности и прочности [18 и др.], но существенным образом дополняя и развивая их.

Кинетические уравнения в виде скорости $\dot{\omega}_{ij}$ для каждой из компонент матрицы микродефектов $\|\omega_{ij}\|$ целесообразно выразить с помощью безразмерных симплексов, в которых сгруппированы, согласно теории подобия и размерностей, основные влияющие факторы. Поэтому входящие в кинетические уравнения параметры объединены в симплексы в соответствии с их размерностями. Так, показатели напряженного состояния и прочности можно представить в виде безразмерных симплексов с соответствующей индексацией:

$$0 \leq \frac{Pw_{ij}}{Pu_{ij}} \leq 1; \quad \frac{su_i}{\sigma_0}; \quad \frac{tu_{ij}}{Pu_{ij}}, \quad (6)$$

где Pw_{ij} / Pu_{ij} — отношение касательных напряжений на микродефектах сдвига ω_{ij} к прочности на сдвиг, которая зависит от когезии сдвига τ_0 ;

$$\frac{su_i}{Pu_{ii}}, \quad \frac{tu_{ij}}{Pu_{ij}} \quad \text{— безразмерные «силовые»}$$

симплексы на упругих участках в виде отношения действующих на упругих (сдвиговых tu_{ij} или разрывных su_i) участках тела напряжений к прочности материала соответственно на сдвиг Pu_{ij} или растяжение Pu_{ii} (зависят от когезии сдвига τ_0 или разрыва σ_0).

Раскрывая в (5) явным образом значения функций F_U, F_W , получим следующее аналитическое представление всех девяти кинетических уравнений реономной микромеханики для матрицы $\|\omega_{ij}\|$ без учета остаточной прочности на сдвигах Pu_{ij} и разрывах Pu_{ii} :

а) шесть уравнений для микросдвигов ω_{ij} :

$$\frac{d\omega_{ij}}{dt} = (1 - \omega_{ij})Ru \cdot \exp\left[\left(\frac{tu_{ij}}{Pu_{ij}} - 1\right) \frac{C_U \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right] - \omega_{ij} \cdot R_w \cdot \exp\left[\left(\frac{-tu_{ij}}{Pu_{ij}} - 1\right) \frac{C_W \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right]; \quad (7)$$

б) три уравнения для микроразрывов ω_{ii} :

$$\frac{d\omega_{ii}}{dt} = (1 - \omega_{ii})Ru \cdot \exp\left[\left(\frac{su_i}{Pu_{ii}} - 1\right) \frac{C_U \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right] - \omega_{ii} \cdot R_w \cdot \exp\left[\left(\frac{-su_i}{Pu_{ii}} - 1\right) \frac{C_W \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right], \quad (8)$$

где C_U, C_W — безразмерные постоянные соответственно для роста и залечивания микродефектов, определяемые из макроэкспериментов;

$\Theta = T / T_S$ — относительная температура, равная отношению абсолютной температуры T (К) материала к абсолютной температуре T_S его ближайшего фазового перехода (например, плавления), как следует из определения $0 < \Theta < 1$.

Фундаментальные кинетические уравнения (7–8) показывают, что разрушение на любой площадке происходит в виде появления сдвигов ω_{ij} вдоль напряжения tu_{ij} и $\omega_{ji} \ll \omega_{ij}$ в противоположном направлении $-tu_{ij} = tu_{ji}$, т. е. размер противоположно направленного ω_{ji} будет ничтожно мал $\omega_{ij} \gg \omega_{ji}$. Если в материале отсутствуют напряжения, то в нем с рав-

ной скоростью появляются разнонаправленные сдвиги ω_{ij} и ω_{ji} , напряжения и подвижки на которых равны нулю или взаимно компенсируют друг друга.

Разумеется, для решения системы кинетических уравнений (7–8) необходимо определить в первую очередь реономные показатели материала Ru, R_w . Их физическая трактовка может быть дана с детерминированных и вероятностных подходов, которые не противоречат, а дополняют друг друга. Так, с позиций детерминизма реономные постоянные Ru, R_w , имеющие размерность $1/c$, показывают частоту процессов соответственно возникновения и залечивания микродефектов при относительной температуре материала $\Theta = 0$. Вероятностный подход позволяет считать реономные постоянные как частоты единичных актов изменения числа микродефектов в единицу времени при том же условии $\Theta = 0$.

Из качественных соображений понятно, что значения (высоты) энергетических барьеров для зарождения и залечивания микродефектов существенно отличаются, причем для актов зарождения энергетический барьер существенно выше, чем для залечивания. Прибегая к образному сравнению, «подниматься» всегда труднее, чем «опускаться» в действующем скалярном поле притяжения атомов и молекул материала. Поэтому следует полагать с достаточной степенью достоверности, что должно соблюдаться неравенство $Ru \leq R_w$.

Уместно пояснить необходимость введения в кинетические уравнения (7–8) температуры в виде множителя $\Theta / (1 - \Theta)$. Ведь в порождающих кинетических уравнениях (1, 3, 4 и др.) температура трактуется как монотонная переменная в пределах от нуля до бесконечности $0 \leq T \leq \infty$.

Однако в реальных материалах (например, в сплавах), находящихся под действием высоких температур (относительно температуры плавления) и различных нагрузок (близких к пределу прочности), могут произойти и чисто структурные изме-

нения, например, образовываться новые фазы. Тем самым для реальных материалов характерно проявление диалектического закона скачкообразного перехода количества в качество. В частности, когда изменение температуры приводит к фазовому переходу (плавление-кристаллизация и т. п.) в другое агрегатное состояние (например, твердое тело — жидкость — газ), существенно меняются и все параметры кинетических уравнений (7–8).

Поэтому диапазон «правильности» (применимости) кинетических уравнений не может простираться за пределы фазовых переходов, определяемых, в частности, температурой. При этом вблизи температуры фазового перехода (например, температуры плавления T_S) должен происходить процесс «с обострением», при котором скорости изменения числа микродефектов обращаются в бесконечность.

Исходя из этих соображений, в кинетических уравнениях (7–8) для учета влияния фазовых переходов введена гиперболическая функция $\Theta/(1-\Theta)$ от относительной температуры $\Theta = T/T_S$. Нетрудно видеть, что при $T \ll T_S$ эта функция близка к линейной в полном соответствии с порождающими фундаментальными кинетическими уравнениями (1, 3, 4 и др.).

Что касается безразмерных постоянных коэффициентов C_U, C_W , то их введение в уравнения обусловлено необходимостью экспериментального согласования теории с данными экспериментальных испытаний и реального поведения материалов под внешними термосиловыми воздействиями. При этом нетрудно убедиться в том, что $C_U \neq C_W$. В противном случае фоновый уровень всех типов микродефектов в ненагруженном твердом теле окажется независимым от температуры, что противоречит физике явления.

В развиваемой теории реономного разрушения и деформирования материала принимается, что хотя процессы разруше-

ния происходят на всех без исключения поразному ориентированных упругих площадках, однако на площадке с максимальными касательными напряжениями процессы наиболее интенсивны и в конечном счете подавляют аналогичное разрушение на смежных направлениях. Не отрицая возможности обобщения подобного подхода в будущем на более сложный случай, когда одновременно рассматриваются процессы разрушения и залечивания на всех возможных площадках (мощность множества которых в конечном счете становится равна алеф-нулю), следует признать вполне приемлемым несколько упрощенный вариант трактовки поведения микродефектов по возможности разрушения материала на экстремальных площадках.

4 Исходный (фоновый) уровень микродефектов ненагруженного тела

Даже без какого-либо внешнего нагружения в любом твердом теле (материале, горной породе) в соответствии с законами физики твердого тела происходят непрерывные термофлуктуационные процессы. В связи с этим по всему объему тела самопроизвольно возникают и исчезают начальные (фоновые) микродефекты в виде случайно (стохастически равномерно) расположенных и беспорядочно ориентированных в пространстве элементарных сдвигов и разрывов. Они создают в теле фоновый исходный уровень поврежденности в виде постоянного «мерцания» (зарождения и залечивания) микродефектов. Таким образом, в любом материале некоторый исходный (фоновый) уровень микродефектов (поврежденности) существует изначально [21].

Этот фоновый (исходный) уровень микродефектов можно определить из кинетических уравнений (7–8), полагая, что тело находится в термодинамическом равновесии. Поэтому все скорости развития и залечивания каждого из микродефектов ω_{ij} уравновешены, а общая скорость измене-

ния их числа равна нулю: $d\omega_{ij} / dt = 0$. Тогда, приравняв скорости в левой части уравнений (7) и (8) к нулю, при отсутствии внешнего нагружения следующее уравнение для определения фонового уровня любого из микродефектов ω_{ij}

$$(1 - \omega_{0j})Ru \cdot \exp\left(-\frac{C_U \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right) = \omega_0 \cdot R_W \cdot \exp\left(-\frac{C_W \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right), \quad (9)$$

откуда следует для всех типов микродефектов

$$\omega_0 = Ru \cdot \left\{ Ru + R_W \cdot \exp\left[\frac{(C_U - C_W) \cdot \Theta}{1 - \Theta}\right] \right\}^{-1}. \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что при равенстве параметров $C_U = C_W$ фоновый уровень поврежденности одинаков для всех типов микродефектов и не зависит от температуры тела:

$$\omega_0 = \frac{Ru}{Ru + R_W}, \quad (11)$$

что не согласуется с основной термофлуктуационной концепцией прочности, следовательно, априори можно утверждать, что $C_U \neq C_W$. Более того, чтобы удовлетворить условию возрастания фонового уровня микродефектов по мере повышения относительной температуры, следует соблюдать необходимое неравенство $C_U \ll C_W$, отражающее факт существенной разницы энергетических барьеров по зарождению и залечиванию микродефектов.

Анализируя уравнение (9), можно обнаружить, что фоновый уровень микродефектов оказывается одинаковым для принципиально разных структурных повреждений — микроразрывов ω_{ii} и микродвигов ω_{ij} , — что маловероятно. Чтобы устранить это несоответствие, следует предусмотреть еще одно различие в

реомонных постоянных Ru, R_W , а именно: они должны отличаться для сдвиговых (shift) Ru_S, R_W_S и разрывных (rupture) Ru_R, R_W_R дефектов.

Для наглядного представления изменения фонового микродефектов при повышении температуры материала (сталь Ст.3) построим их графические зависимости, принимая в качестве постоянных следующие значения (рис. 1):

$$T_S = 1500 \text{ К}; C_U = 0,2; C_W = 2;$$

$$Ru_S = 0,002 / \text{с}, R_W_S = 0,5 / \text{с} \text{ для сдвигов};$$

$$Ru_R = 0,001 / \text{с}, R_W_R = 0,2 / \text{с} \text{ — для разрывов}.$$

Как следует из рисунка 1, даже при абсолютном минимуме температуры ($\Theta = 0$) фоновые микродефекты существуют, хотя и в очень малом количестве (около 10^{-4}).

По мере повышения относительной температуры Θ фоновый уровень медленно увеличивается и только у границы температуры плавления T_S , когда $\Theta \Rightarrow 1$, он резко возрастает до 1, что свидетельствует о наступлении разрушения материала.

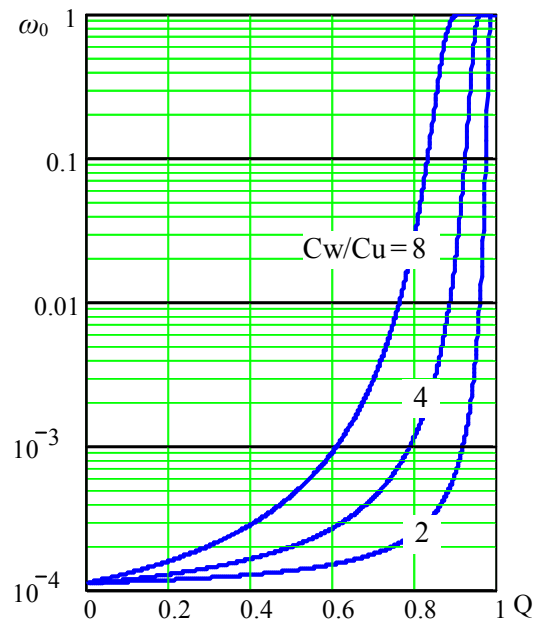


Рисунок 1 Возрастание фонового уровня микродефектов при повышении относительной температуры Θ для разных соотношений параметров C_W/C_U

Кроме того, при увеличении отношения C_w/C_u график зависимости фонового уровня микродефектов выпрямляется и становится все более крутым, т. е. фоновый уровень повышается. При $\Theta > 0,8 \dots 0,9$ перед границей плавления материала фоновый уровень стремится к единице — своему пределу по разрушению. Подобного же типа фазовые портреты мы получим при изучении влияния внешних напряжений на скорость изменения уровня микродефектов.

Более информативными являются графики изменения фоновых микросдвигов при разных температурах материала (рис. 2), которые построены как фазовые портреты уравнений (7).

Все фазовые портреты начинаются почти из одной точки при $\omega_{ij} = 0$, в которой скорости возрастания микросдвигов ω_{ij} оказываются порядка 10^{-4} . По мере возрастания числа микросдвигов ω_{ij} скорости начинают снижаться до нуля при достижении фонового уровня микросдвигов ω_{ij} .

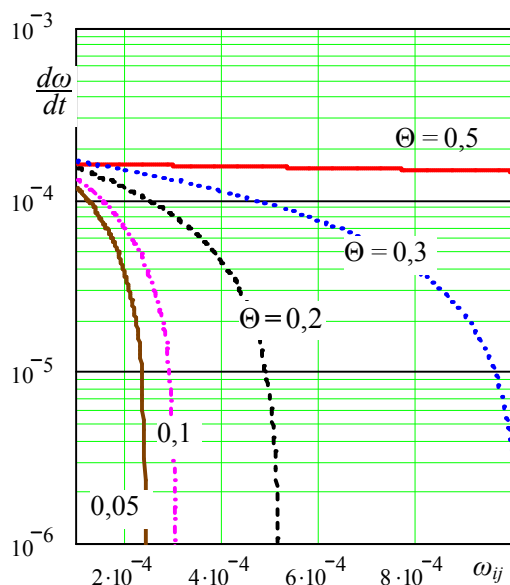


Рисунок 2 Фазовый портрет поведения скоростей микродефектов сдвигового ω_{ij} типа при разных уровнях относительной температуры Θ

При увеличении относительной температуры Θ начальный фоновый уровень и отрицательные скорости микросдвигов постепенно возрастают, все более выпрямляясь. Начиная с некоторого уровня Θ , скорости становятся положительными, т. е. происходит лавинообразное разрушение материала.

Этот фазовый портрет приведен лишь как иллюстрация, и кривые зависимостей для другого набора параметров могут быть иными.

5 Точки аттрактора и бифуркации на фазовых портретах кинетических уравнений

Следует отметить, что представленные на фазовых портретах скорости состоят из двух слагаемых: зарождения (появления) и залечивания (исчезновения) микросдвигов, которые ведут себя противоположным образом (погашают друг друга).

На рисунке 3 показан фазовый портрет для тех же исходных данных, но в линейных масштабах координат для того, чтобы отразить поведение фазового портрета при отрицательных значениях скоростей.

Как видно из графиков, если количество сдвигов превышает их фоновый уровень (для каждой из относительных температур), то общая скорость положительна, но снижается по мере их роста, стремясь к нулю, соответствующему фоновому уровню (синяя стрелка внизу на рисунке 3).

Если исходное число микродефектов больше фонового уровня, то их скорость отрицательна, и поэтому их число снижается, пока они не достигнут своего фонового уровня, а скорость возрастет до нулевого значения (красная стрелка вверх).

Как видно из графиков, если количество сдвигов превышает их фоновый уровень (для каждой из относительных температур), то общая скорость положительна, но снижается по мере их роста, стремясь к нулю, соответствующему фоновому уровню (синяя стрелка внизу на рисунке 3). Если исходное число микродефектов

больше фонового уровня, то их скорость отрицательна и поэтому их число снижается, пока они не достигнут своего фонового уровня, а скорость возрастет до нулевого значения (красная стрелка вверх).

Чтобы глубже понять процессы зарождения и залечивания микродефектов, рассмотрим более подробно фазовые портреты кинетических уравнений нагруженного тела одноосным растяжением. Проанализируем фазовые портреты микродефектов разрыва, когда уровень растягивающих напряжений превышает предел прочности на одноосное растяжение в 1,25 раза, а относительная температура материала (сталь Ст.5) равна $\Theta = 0,17$ (рис. 4).

Исходные реономные и температурные постоянные оставим такими же, как и в предыдущих примерах. Фазовые портреты представлены на рисунке 4 в виде двух кривых: зарождения (линия 1) и залечивания (кривая 2) микродефектов, а результирующая кривая 3, равная сумме двух предыдущих, отражает поведение скорости микроразрывов при изменении их числа.

Скорость зарождения микроразрывов (линия 1) оказывается максимальной при полном их отсутствии $\omega_{ii} = 0$ и в дальнейшем постоянно снижается по мере увеличения их числа. Скорость залечивания микроразрывов (кривая 2) вначале возрастает, затем, после достижения максимума в районе $\omega_{ii} = 0,75$, переходит на ветвь лавинообразного разрушения, принимая нулевое значение. Результирующий фазовый портрет (кривая 3) в основном находится в отрицательной области и только при значении $\omega_{ii} = 0,95$ становится положительным и резко возрастает, вызывая разрушение материала.

Точка достижения кривой 3 нулевого значения 4 характеризует равновесную величину уровня микроразрывов, когда зарождение и залечивание микродефектов компенсируют друг друга, а скорость изменения числа микродефектов равна нулю. Та область на графике, где итоговый фазовый портрет принимает отрицательные значе-

ния (отрезок между точками 4 и 5), соответствует стабильному состоянию материала, при котором любое значение ω_{ii} не остается фиксированным и стремится с течением времени к равновесному значению.

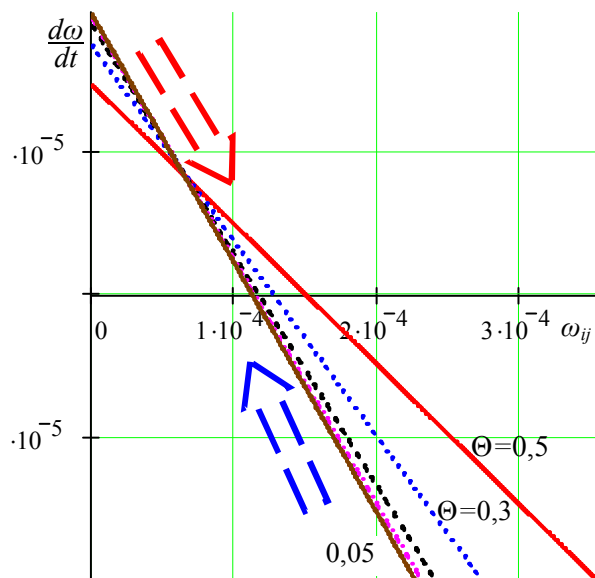


Рисунок 3 Фазовый портрет микродвигов ω_{ij} в зависимости от изменения относительной температуры Θ

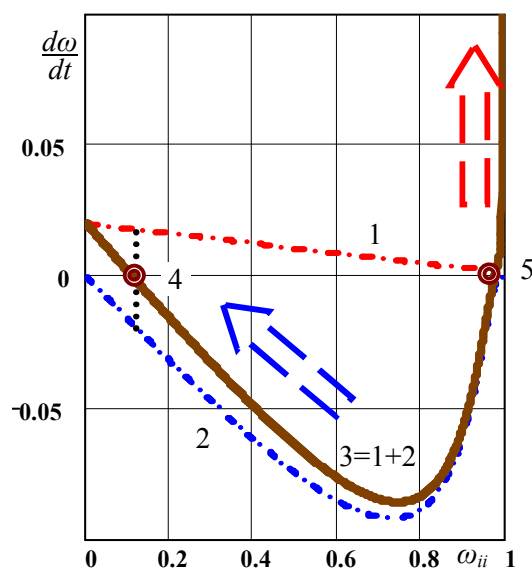


Рисунок 4 Фазовые портреты роста 1 и залечивания 2 микродефектов ω_{ii} и итоговая кривая 3 фазового портрета

По сути, переходя к терминологии неравновесной термодинамики и синергии, точка 4 равновесного фонового уровня является аттрактором, к которому стремятся все ансамбли микродефектов при изменении (снятии) напряженного состояния. Точка 4 (аттрактор) является «скользящей», ее положение определяется конкретным уровнем напряженного и теплового состояния материала. В этом состоит скрытая сложность интегрирования кинетических уравнений реономной микромеханики в переменных полях напряжений и температур.

На том же фазовом портрете необходимо выделить еще одну замечательную точку 5, где итоговая кривая скорости $\dot{\omega}$ принимает нулевое значение. За точкой 5, которая играет роль точки бифуркации, разделяющей область устойчивого и неустойчивого развития микродефектов, находится диапазон нестабильности и разрушения материала по типу физического процесса «с обострением». Положение точки бифуркации 5 тоже изменяется в зависимости от интенсивности внешнего термосилового воздействия на материал.

Интересно проследить на фазовом портрете влияние уровня интенсивности напряжений $s_{ij} = t_{ij} / Pu_{ij}$ (т. е. отношения действующих напряжений к прочности). Соответствующие графики трасс $d\omega_{ij} / dt = f(\omega_{ij})$ представлены на рисунке 5. Из них следует, что по мере увеличения интенсивности напряжений s_{ij} от 0 до 2 соответствующие кривые уменьшают изгиб и приближаются к оси абсцисс ω_{ij} , что свидетельствует о существенном ускорении процессов возникновения и залечивания микродефектов.

Наличие точки аттрактора на фазовом портрете любого материала доказывает возможность после снятия приложенной к телу нагрузки частичного или даже полного восстановления фонового уровня микродефектов, подтверждая тем самым феномен «отдыха», который пока не имеет теоретических расчетов.

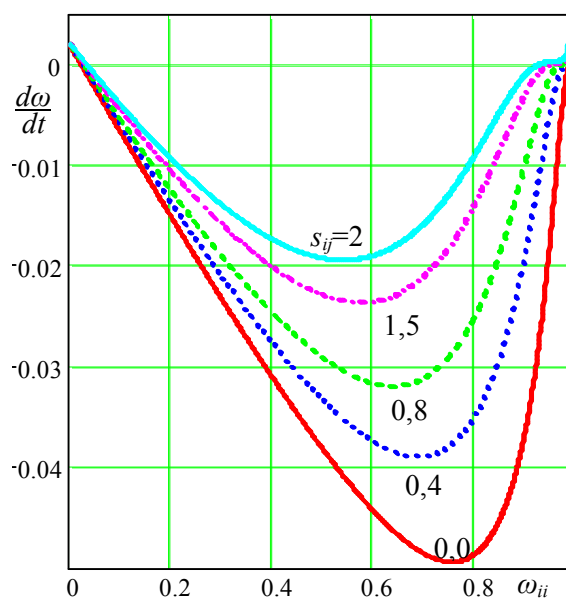


Рисунок 5 Влияние интенсивности напряжений $s_{ij} = t_{ij} / Pu_{ij}$ на фазовые портреты микродефектов в изотропном материале

Под другим углом зрения с позиций кинетики микродефектов можно рассматривать и трактовать такие технологические приемы обработки стали, как ее отжиг с последующей нормализацией, направленные на управление ее структурой, повышение ее твердости и прочности.

Если учесть, что с помощью микродефектов отражаются все компоненты напряженно-деформированного состояния тела, получаем гибкие математические модели реономной микромеханики для построения теоретических основ поведения различных материалов в переменных термосиловых полях воздействий.

Общее представление о росте микродефектов в материале после приложения внешней нагрузки можно получить по графикам, построенным в результате решения кинетических дифференциальных уравнений (7–8). Для условий линейно возрастающей во времени нагрузки (с постоянной скоростью) рост микросдвигов можно проследить по рисунку 6. Скорости возрастания внешней нагрузки отличались на порядок и были равны $V = 0.1; 1.0; 10$ МПа/с.

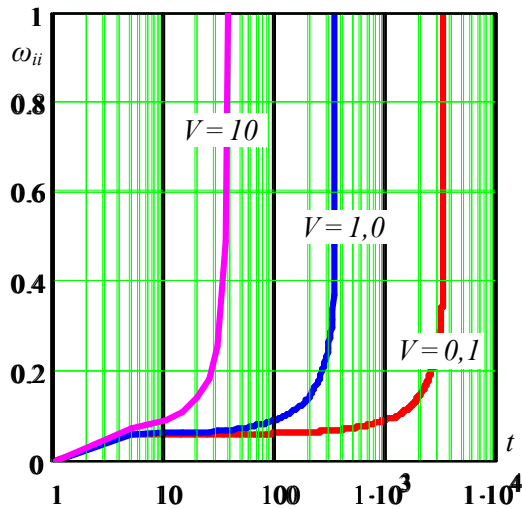


Рисунок 6 Рост микродефектов в условиях линейно возрастающей нагрузки $s_{ij} = V_{ij}t$

При этом время разрушения материала также изменялось каждый раз примерно на порядок. Этот факт позволяет в будущем существенно упростить лабораторные установки и методику испытаний материалов при определении их параметров реономного разрушения.

Отметим, что структура микродефектов в ранее нагруженном материале исполняет роль как бы документирования предыдущих состояний, т. е. сохраняет в виде своеобразного отпечатка историю и последствия внешнего нагружения. С течением времени после нагружения происходит «отдых» материала и частично восстанавливается его исходное состояние.

Если учесть, что с помощью микродефектов отражаются неупругие компоненты напряженно-деформированного состояния материала, получаем гибкие математические модели поведения материалов посредством теоретических основ реономной микромеханики. Следует отметить, что общий вид кривых роста микродефектов подобен кривым теории ползучести материалов, и это не случайно, поскольку структурой микродефектов предопределяются все изменения упругих и пластических деформаций твердого тела.

Таким образом, кинетические уравнения (7–8) реономной микромеханики не

только качественно, но и количественно способны полностью описать механическое поведение материала под действием произвольно меняющихся во времени полей напряжений и температуры и судить о вероятности возникновения его предельных и критических состояний.

Область приложения математического аппарата реономной микромеханики и ее кинетических уравнений, отражающих изменение структуры материала во времени при произвольных термосиловых воздействиях, не ограничивается только изотропными и гомогенными средами. Если рассматривать агрегаты поликристаллов, какими являются горные породы, то на всех уровнях субмикро-, микро-, мезо- и макроразрушения имеют место лишь некоторые видоизменения условий проявления термофлуктуационного механизма деформирования и разрушения. Тогда входящие в кинетические уравнения реономные показатели материала (породы) следует трактовать в матричном смысле и рассматривать как некоторые обобщенные, среднеинтегральные по рассматриваемому объему параметры. Тем самым открывается возможность значительного расширения области применения реономной микромеханики на различные классы даже анизотропных материалов естественного и искусственного происхождения.

Выводы

На основании ранее сформулированных понятий об ансамблях и структуре микродефектов в твердом теле (горной породе) построена система кинетических уравнений реономной микромеханики.

Эта система, состоящая из шести дифференциальных уравнений для матрицы микросдвигов и трех уравнений для микроразрывов, позволяет описать во времени все изменения микроструктуры тела при действии на тело произвольных внешних переменных термосиловых воздействий.

Изучены особенности кинетических уравнений, введены понятия интенсивности

напряжений и относительной температуры, раскрыт смысл реономных постоянных. Построены фазовые портреты кинетики фоновых микродефектов, показано наличие на трассах точек аттрактора и бифуркации, важных для отделения областей устойчивого состояния и разрушения материала.

Предложенная математическая модель в виде кинетических уравнений реономной

микромеханики может дать теоретическую базу для суждения о поведении различных материалов, подверженных внешним силовым и температурным воздействиям, и тем самым описывать такие сложные явления реологии, как ползучесть, релаксация, длительная прочность, упругое последствие, эффект Баушингера и пр.

Библиографический список

1. Качанов, Л. М. Теория ползучести [Текст] / Л. М. Качанов. — М. : Физматгиз, 1960. — 455 с.
2. Работнов, Ю. М. Ползучесть элементов конструкций [Текст] / Ю. М. Работнов. — М. : Наука, 1966. — 452 с.
3. Боул, Дж. Анализ напряжений в конструкциях при ползучести [Текст] / Дж. Боул, Дж. Спенс. — М. : Мир, 1986. — 360 с.
4. Parks, D. M. Mechanics and Mechanisms of creep deformation and damage [Text] / D. M. Parks // Nuclear Engin. and Design. — 1987. — Vol. 105. — P. 11–18.
5. Чижев, А. А. О кинетических уравнениях повреждаемости при оценке ресурса и надежности материалов в условиях ползучести [Текст] / А. А. Чижев, Ю. К. Петреня // Тр. ЦКТИ. — 1982. — № 194. — С. 27–37.
6. Зайцев, Ю. В. Моделирование деформаций и прочности бетона методами механики разрушения [Текст] / Ю. В. Зайцев. — М. : Стройиздат, 1982. — 195 с.
7. Куклина, О. В. Физико-механическая модель разрушения при ползучести [Текст] / О. В. Куклина, Б. З. Марголин // Проблемы прочности. — 1990. — № 10. — С. 23–28.
8. Griffith, A. A. The phenomenon of rupture and flow in solids [Text] / A. A. Griffith // Philos. Trans. Roy. Soc. A. — 1920. — Vol. 221. — P. 103–198.
9. Irwin, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of crack of traversing of plate [Text] / G. R. Irwin // Journal of Applied Mechanics. — 1957. — Vol. 24. — P. 361–364.
10. Orowan, E. O. Fundamentals of brittle behavior of Metals [Text] / E. O. Orowan // Fatigue and Fracture of Metals. — N. Y. : Wiley, 1950. — P. 139–167.
11. Черепанов, Г. П. Механика хрупкого разрушения [Текст] / Г. П. Черепанов. — М. : Наука, 1974. — 640 с.
12. Hoff, N. J. The necking and rupture of rods subjected to constant tensile loads [Text] / N. J. Hoff // Journal of Applied Mechanics. — 1953. — Vol. 20. — № 1. — P. 105–108.
13. Качанов, Л. М. Основы механики разрушения [Текст] / Л. М. Качанов. — М. : Наука, 1974. — 311 с.
14. Регель, В. Р. Кинетическая природа прочности твердых тел [Текст] / В. Р. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. — М. : Наука, 1974. — 560 с.
15. К 100-летию со Дня рождения академика С. Н. Журкова [Текст] / Ю. И. Головин, С. Н. Дуб, В. И. Иволгин и др. // Физика твердого тела. — 2005. — Т. 47. — Вып. 5. — С. 771–776.
16. Лифшиц, Е. М. Физическая кинетика [Текст]. В. 10 т. Т. X / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. — 528 с.
17. Штиллер, В. Уравнение Аррениуса и неравновесная кинетика [Текст] / В. Штиллер. — М. : Мир, 2000. — 176 с.
18. Литвинский, Г. Г. Исследование реономных характеристик хрупкого разрушения горных пород [Текст] / Г. Г. Литвинский, С. А. Курман // Известия вузов. Горный журнал. — 1977. — № 6. — С. 6–13.
19. Литвинский, Г. Г. К основам реономной микромеханики разрушения [Текст] / Г. Г. Литвинский // Строительство шахт, механика и разрушение горных пород : Сб. науч. тр. ДГМИ. — Алчевск : ДГМИ, 1996. — С. 81–86.

20. Работнов, Ю. Н. Введение в механику разрушения [Текст] / Ю. Н. Работнов. — М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 80 с.

21. Литвинский, Г. Г. Ансамбли и структуры микродефектов в твердом теле (горной породе) [Текст] / Г. Г. Литвинский // Сб. науч. тр. ДонГТИ. — Алчевск : ГОУ ВО ЛНР «ДонГТИ», 2022. — Вып. 26 (69). — С. 5–15.

© Литвинский Г. Г.

Рекомендована к печати

*д.т.н., проф., зам. директора по научной работе РАНМИ ДНР Дрибаном В. А.,
к.т.н., доц. каф. СГ ДонГТИ Смекалиным Е. С.*

Статья поступила в редакцию 06.12.2022.

Doctor of Technical Sciences, Prof. Litvinsky G. G. (DonSTI, Alchevsk, LPR)

JUSTIFICATION OF KINETIC EQUATIONS RHEONOMIC MICROMECHANICS OF A SOLID (ROCK)

An analytical review of studies on the problem of micromechanics of thermofluxation fracture and deformation of a solid is given. The previously proposed mathematical models are considered, their inherent disadvantages are revealed: the lack of a developed theory of microdefect structure, the empiricism of the proposed calculations, the simplification of the defining equations of durability, consideration of the processes of damage development in isolation from their healing, etc. For the first time, a system of nine mathematical equations of rheonomic micromechanics for the growth and healing of matrices of micro-breaks and microshifts was proposed and substantiated. The equations reflect all changes in the microstructure of the body over time under variable thermal forces. The meaning of rheonomic constants is revealed and phase portraits of kinetic equations are constructed. The background level of microdefects in a solid is determined with a change in relative temperature and intensity of stresses. The phase portraits of microdefects show the presence of attractor and bifurcation points, which are important for separating the areas of stable state and destruction of the material.

The proposed mathematical model in the form of kinetic equations of rheonomic micromechanics can provide a theoretical basis for calculating the behavior of various materials subject to external force and temperature influences.

Key words: *rheonomic micromechanics, kinetic equations, relative temperature, stress intensity, damage, continuity, microdefects, strength, phase portrait, attractor, bifurcation, fracture, deformation.*