

*Канд. техн. наук, доцент Сергиенко С.Н.
Канд. техн. наук, доцент Бирюкова Т.В.
студент Войтенко С.Н.
студент Кашуба А.В.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

РАСЧЕТ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ В КАНАЛЕ МИКРОПЛАЗМОТРОНА

Вдосконалена методика розрахунку ламінарної течії газу в каналі плазмотрона, що дозволяє розраховувати його параметри за умови, якщо довжина дуги визначається механізмом шунтування. Отримана залежність діаметра стовпа дуги від координати вздовж вісі плазмотрона та заданих зовнішніх параметрів. Досліджено поведінку цієї залежності при різних зовнішніх параметрах, показана їх роль у встановленні робочих характеристик плазмотрона.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Среди электродуговых нагревателей газа (плазмотронов) микроплазмотрон привлекает к себе особое внимание благодаря своей мобильности, компактности и малой потребляемой мощности. Для улучшения его параметров при разработке и выбора оптимальных режимов работы необходимо знать связь между регулируемыи извне и зависящими от них параметрами. В то же время, хотя закономерности ламинарного течения в канале плазмотрона считаются достаточно хорошо изученными, существующие на данный момент аналитические методики требуют привлечения дополнительных экспериментальных данных, поскольку в них считается известной длина дуги, которая в микроплазмотроне является функцией регулируемых параметров и устанавливается в процессе шунтирования. Правомерность же использования для расчета зависимостей, полученных на основе теории подобия, может быть поставлена под сомнение, поскольку они обычно обобщаются для диапазонов силы тока и расхода газа, не включающего в себя рабочие параметры микроплазмотрона.

Анализ исследований и публикаций.

За основу для расчета характеристик микроплазмотрона принималась модель, синтезированная на основе методик расчета, изложенных в [1-2]. В предложенных методиках рассматривается «двухслойная» модель течения газа, т.е. в области проводимости учитывается как ради-

альный перенос тепла за счет теплопроводности, так и конвективный перенос тепла потоком газа вдоль оси плазматрона, а в непроводящей — только радиальный перенос (отбрасывается конвективный член). Эти методики основаны на совместном решении уравнения неразрывности, сохранения энергии, закона Ома в интегральной форме и равенства тепловых потоков на границе проводящей и непроводящей областей. Задача решается в пренебрежении кинетической энергией по сравнению с тепловой энергией и диссипацией энергии на трение по сравнению с переносом энергии за счет теплопроводности. Линии тока предполагаются цилиндрическими, напряженность электрического поля постоянной по сечению.

Постановка задачи.

С использованием теории пробоя газа [3] аналитически найти:

1) распределение функции теплопроводности в начальном сечении; 2) закон изменения радиуса столба в функции от продольной координаты при заданных внешних данных; 3) длину дуги.

Изложение материала и его результаты.

Для получения в [1] аналитических зависимостей, описывающих ламинарное течение плазмы, использовалось решение системы дифференциальных уравнений, состоящих из уравнений:

сохранения энергии:

$$\frac{\rho V_z i_s}{l} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\rho V_r i_s}{R} \frac{\partial S}{\partial r} = \frac{1}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) + \sigma_s E^2 S - W_{rS} S, \quad (1)$$

неразрывности:

$$\frac{R}{l} \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_r) = 0, \quad (2)$$

закона Ома в интегральной форме:

$$I = 2\pi \cdot R^2 \sigma_s E \int_0^{\bar{\zeta}} S r dr. \quad (3)$$

В микроплазматроне из-за малого радиуса столба дуги можно пренебречь потерями энергии на излучение. Также, поскольку отсутствует распределенный вдув, то, используя приведенное в [1] условие $\pi R^2 \rho V_z = \frac{G_0}{\bar{\zeta}}$ и уравнение неразрывности, можно записать уравнение со-

хранения энергии в виде:

$$\frac{\rho V \cdot i_s}{l} \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{1}{R^2 r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) + \sigma_s E^2 S \quad (4)$$

при граничных условиях $S(\bar{r}, 0) = \psi \left(\frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}_0} \right)$, $S_r^-(0, \bar{z}) = 0$, $S(\bar{\zeta}, \bar{z}) = 0$.

Введя новую переменную, $\Theta = \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}$ можно переписать (4) в виде

$$\frac{\partial S}{\partial \bar{z}} = \frac{a^2}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\Theta \frac{\partial S}{\partial \Theta} \right) + \bar{\zeta}^{-2} c_1 E^2 S, \quad (5)$$

$$\text{где } a^2 = \frac{\pi \cdot l}{G_o \cdot i_s}, \quad c_1 = \frac{\pi \sigma_s R^2 l}{G_o i_s}.$$

Решая данное уравнение методом разделения переменных и полагая $S(\Theta, \bar{z}) = \Phi(\Theta)Y(\bar{z})$, находим

$$\frac{dY}{d\bar{z}} = -a^2 \lambda^2 Y + \bar{\zeta}^{-2} c_1 E^2 Y, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\Theta} \frac{d}{d\Theta} \left(\Theta \frac{d\Phi}{d\Theta} \right) + \lambda^2 \Phi = 0. \quad (7)$$

Решение (7) представляет собой ряд по функциям Бесселя нулевого порядка:

$$\Phi = \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_o(\lambda_m \Theta), \quad (8)$$

где A_m — коэффициенты Фурье при разложении $\psi(\Theta)$ в ряд по функциям Бесселя нулевого порядка. Из условия $S(\bar{\zeta}, \bar{z}) = 0$ вытекает, что λ_m — нули функции Бесселя. Если ограничиться первым членом ряда, то решение (6) представится в виде

$$Y = Y_o \exp(-a^2 \lambda^2 \bar{z}) \cdot \exp\left(\int_0^{\bar{z}} \bar{\zeta}^{-2} c_1 E^2 d\bar{z}\right), \quad (9)$$

а решение (4) запишется как:

$$S(\bar{r}, \bar{z}) = Y_o \cdot A_1 \exp(-a^2 \lambda^2 \bar{z}) \cdot \exp\left(\int_0^{\bar{z}} \bar{\zeta}^{-2} c_1 E^2 d\bar{z}\right) \cdot J_o\left(\lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}\right). \quad (10)$$

Приняв $A_1=1$, получим, что $Y_o = S_o$, где $S_o = S(0, 0)$.

Перейдя в (3) к новой переменной $\Theta = \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}$, а также используя (8) и известную формулу $\int_0^x \xi J_o(\xi) d\xi = x J_1(x)$, получим, что:

$$I = 2\pi R^2 \bar{\zeta}^2 \sigma_s E Y \frac{J_1(\lambda_1)}{\lambda_1}. \quad (11)$$

Выразив из (11) значение для напряженности и подставив его в (6), получим:

$$\frac{dY}{d\bar{z}} = -a^2 \lambda^2 Y + \frac{K}{\bar{\zeta}^2 Y}, \quad (12)$$

$$\text{где } K = \frac{I^2 \lambda_1^2}{4 \cdot G_o \cdot i_s \pi \cdot R^2 \sigma_s J_1^2(\lambda_1)}.$$

Дифференциальное уравнение (12) содержит две неизвестных — относительный радиус столба и зависящую от продольной координаты

составляющую функции теплопроводности. Для того, чтобы получить дифференциальное уравнение с одной переменной, воспользуемся условием равенства тепловых потоков на границе дуги. В непроводящей области уравнение сохранения энергии запишется как:

$$\frac{1}{R^2 \bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left(\bar{r} \frac{\partial S}{\partial \bar{r}} \right) = 0. \quad (13)$$

Его двукратное интегрирование показывает, что функция теплопроводности изменяется в непроводящей области по логарифмической зависимости:

$$S_1 = C_1 \ln(\bar{r}) + C_2, \quad (14)$$

где C_1 и C_2 — константы интегрирования.

Воспользовавшись граничными условиями на границе дуги и стенке канала, можно записать, что:

$$C_1 = \frac{S_* - S_w}{\ln \bar{\zeta}}. \quad (15)$$

Радиальный градиент функции теплопроводности на границе дуги можно получить, продифференцировав (14) при $\bar{r} = \bar{\zeta}$:

$$\frac{\partial S_1}{\partial \bar{r}} (\bar{r} = \bar{\zeta}) = \frac{C_1}{\bar{\zeta}}. \quad (16)$$

В то же время, если записать значение функции теплопроводности как $S_1 = Y J_0(\lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}})$, то его радиальный градиент на границе дуги можно записать в виде

$$\frac{\partial S_1}{\partial \bar{r}} (\bar{r} = \bar{\zeta}) = -Y J_1(\lambda_1 \frac{\bar{r}}{\bar{\zeta}}) \frac{\lambda_1}{\bar{\zeta}}, \quad (17)$$

откуда, с учетом (15) и (16), можно получить выражение:

$$Y = \frac{b}{\ln \bar{\zeta}}, \quad (18)$$

где $b = \frac{S_w - S_*}{J_1(\lambda_1) \lambda_1}$.

Подставив выражение (18) в (12), после преобразований получим дифференциальное уравнение, описывающее изменение радиуса столба вдоль \bar{z} :

$$\frac{-b^2 \bar{\zeta}}{\ln \bar{\zeta}} \bar{\zeta}' = -a^2 \lambda_1^2 b^2 \bar{\zeta}^2 + K \ln^2 \bar{\zeta}. \quad (19)$$

Решение данного уравнения в квадратурах вызывает определенные затруднения. Впрочем, аналитическое решение данного уравнения дало бы нам функцию зависимости относительной радиальной координаты \bar{z} от относительного радиуса столба, т.е. функцию, обратную искомой. Для получения информации об изменении радиуса столба вдоль продольной координаты уравнение решалось численно при заданных

константах, величины которых зависят от расхода газа, рода газа, силы тока, радиуса канала плазмотрона, длины дуги, а также при задаваемом начальном относительном радиусе дуги $\bar{\zeta}_o$. Для определения его величины использовалось значение начальной напряженности электрического поля, для определения которой в свою очередь использовалась эмпирическая формула, приведенная в [4]:

$$E_o = 2900 \cdot \exp\left(6.75 \frac{G}{d} - 77d\right). \quad (20)$$

Выражение для расчета начального диаметра было получено из формул (12) и (18):

$$\frac{\ln \bar{\zeta}_o}{\bar{\zeta}_o} = \frac{I \cdot \lambda_1^2}{2\pi R^2 \sigma_s E_o (S_w - S_o)}. \quad (21)$$

Численное решение дифференциального уравнения (19) при начальном радиусе, полученном из (21), осуществлялось в MathCAD при различных значениях силы тока, расходах газа и радиусах разрядного канала. Исследование внешнего вида графиков дало несколько неожиданный результат. Так, обычно предполагается, что радиус столба монотонно возрастает, стремясь к асимптотическому значению. Исследование же зависимости показало, что при недостаточно большом расходе газа и достаточно большой величине силы тока наблюдается колебание радиуса столба (см. рис. 1): радиус столба сначала стремительно возрастает, после чего, достигнув максимума, начинает снижаться и становится практически постоянным.

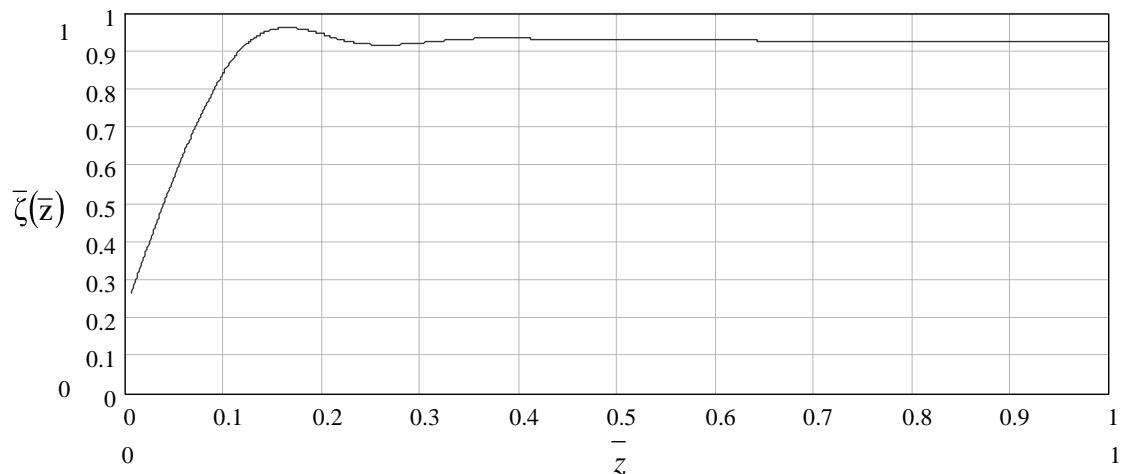


Рисунок 1 – Поведение относительного радиуса столба как функции от \bar{z} при силе тока $I=30$ А, расходе воздуха $G=3$ л/с, задаваемой длине дуги $l=0.03$ м

При более высоких расходах газа и меньших силах тока радиус столба, быстро возрастая на начальном участке, достигает постоянного значения и затем практически не меняется (см. рис. 2).

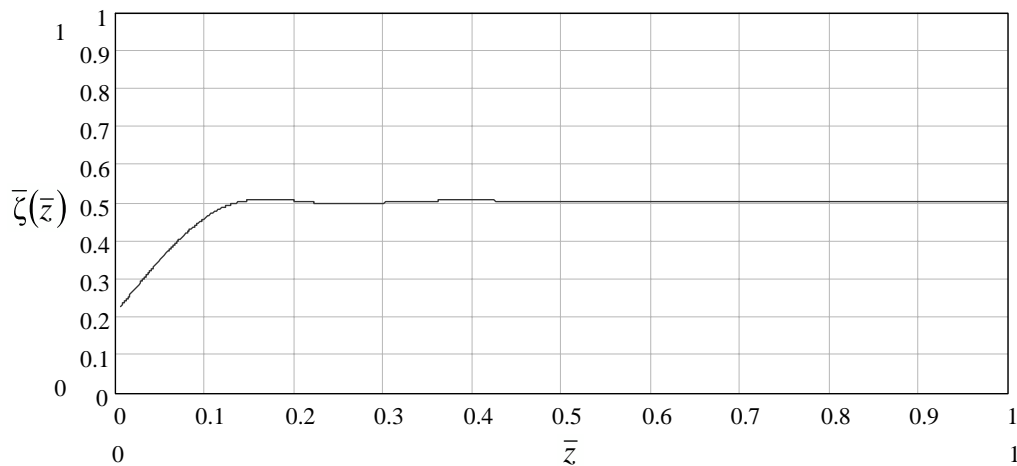


Рисунок 2 – Поведение относительного радиуса столба как функции от \bar{z} при силе тока $I=20$ А, расходе воздуха $G=4$ л/с, задаваемой длине дуги $l=0.03$ м

Другой неожиданностью было значительная зависимость значения установившегося диаметра от начальных условий, а именно, кроме силы тока и расхода газа, на его величину сильно влияла величина начального радиуса — при малых радиусах значительно снижалась и величина установившегося радиуса. Увеличение радиуса канала плазмодрона приводило к уменьшению относительного радиуса столба, что объясняется, по всей видимости, тем, что мы исследуем именно относительный радиус и, следовательно, изменение радиуса канала означает изменение масштаба единиц измерения радиуса. Как видно из анализа (19) использование газа с большей удельной энтальпией, как и уменьшение длины дуги эквивалентно увеличению расхода газа.

Здесь необходимо отметить, что такая зависимость радиуса столба от длины дуги, в случае если она определяется процессом шунтирования, приводит к появлению некоторой равновесной длины дуги, около которой она и колеблется в процессе шунтирования. Так как при шунтировании дуга периодически вытягивается, то это приводит как к увеличению «установившегося» относительного радиуса, так и величины радиуса в максимуме. Таким образом, удлинение дуги в процессе шунтирования приводит не только к увеличению напряжения на ней, но и к уменьшению напряжения, необходимого для пробоя газового промежутка. Поскольку в рассматриваемой модели уравнение сохранения энергии рассматривается без учета конвективного члена, то среднеэффективная температура зависит только от величины газового промежутка (поскольку граничные условия на поверхности дуги и стенке везде одинаковы). Благодаря этому, из анализа зависимостей радиуса столба от продольной координаты, можно отметить важный момент, а именно:

считать, что наилучшие условия для пробоя достигаются при $\bar{z} = 0.15$. Именно здесь радиус столба, как правило, либо достигает максимума (что соответствует минимальному пробивному промежутку), либо принимает установившееся значение. При этом, хотя пробивное напряжение будет таким же, как и на остальной части столба (если радиус достигает установившегося значения), условия для пробоя будут все-таки лучше, поскольку в этой точке будет больше напряжение между этой точкой и концом дуги.

На основании сказанного можно предложить следующую упрощенную модель расчета плазмотрона.

1) Задавшись необходимыми для расчета внешними параметрами (силой тока, расходом и типом газа, радиусом канала) и некоторой начальной длиной дуги, а также взятым из обобщенных экспериментальных данных значением начальной напряженности, на основе зависимости (19) определить пробивное напряжение при $\bar{z} = 0.15$.

Для расчета напряжения пробоя можно использовать приведенную в [1] методику, согласно которой напряжение пробоя можно определить из следующей формулы:

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \int_1^{\bar{r}_1} \frac{K_1 \zeta \cdot M_1 p}{\tau} \exp\left(\frac{-\zeta \cdot \bar{r}_1 \cdot B_1 \cdot p \cdot \ln K_1}{\tau U_p}\right) d\bar{r}_1, \quad (22)$$

$$\text{где } \bar{r}_1 = \frac{r}{\zeta}, \quad \tau = \frac{T}{T_1}, \quad K_1 = \frac{R}{\zeta},$$

p — давление газа; M_1 и B_1 — коэффициенты, экспериментально определенные при температуре T_1 [3]; γ — вторичный коэффициент ионизации.

Для интегрирования принималось, что температура изменяется по линейному закону от температуры на поверхности дуги $T_* = 2500$ К до температуры, равной температуре стенки канала.

2) На основании формулы изменения потенциала, приведенной в [1], для случая постоянного радиуса столба и отсутствия распределенной подачи газа, определить напряжение на участке от $\bar{z} = 0.15$ до $\bar{z} = 1$.

$$\varphi(\bar{z}) = \varphi(o) - lE_\infty \left\{ \bar{z} + \frac{1}{a^2 \lambda_1^2} \ln \frac{1 + [1 - (1 - M) \exp(-2a^2 \lambda_1^2 \bar{z})]}{1 + M^{0.5}} \right\}, \quad (23)$$

$$\text{где } M = \frac{E_\infty}{E_o}.$$

$$E_\infty = \frac{\lambda_1}{R \zeta \sigma^{0.5}}. \quad (24)$$

3) Сравнить полученные величины. В случае, если пробивное напряжение меньше падения на указанном участке, уменьшить задавае-

мую начальную длину, если больше — увеличить. Т.о., последовательно задаваясь разными длинами, определить «установившуюся» длину дуги, при которой пробивное напряжение при $\bar{z} = 0.15$ будет равно напряжению на установившемся участке.

4) Определить по формуле (23) падение напряжения на дуге при длине, равной установившейся, и при длине, равной 0.15 от ее величины. Поскольку мы считаем, что шунтирование происходит при $\bar{z} = 0.15$, то для определения среднего напряжения на дуге будем использовать формулу:

$$U = U_a + U_k + \frac{U_1 + U_2}{2}, \quad (25)$$

где U_a и U_k — соответственно катодное и анодное падения напряжения; U_1 — определяемое по (23) падение напряжение на дуге при длине, равной 0,15 от установившейся длины; U_2 — напряжение на дуге при длине, равной установившейся.

5) Другие характеристики плазмотрона можно упрощенно рассчитать как функцию от средней длины дуги, опираясь на формулы, изложенные в [1].

Направление дальнейших исследований.

В дальнейшем планируется провести ряд экспериментальных исследований для получения вольт-амперных характеристик плазмотрона и подтверждения теоретических исследований.

Обозначения:

ρ — плотность газа;

V_z, V_r — продольная и радиальная составляющая скорости;

$S_1 = \int_0^T \lambda dT$ — функция теплопроводности;

$S = \int_{T_*}^T \lambda dT$ — относительная функция теплопроводности;

S_*, S_w — значение функции теплопроводности на поверхности столба и разрядного канала соответственно;

λ — коэффициент теплопроводности;

T_* — температура на поверхности столба;

E — напряженность электрического поля в столбе дуги;

I, G_0 — сила тока и расход газа в начальном сечении плазмотрона;

σ_s, i_s, W_{rs} — коэффициенты пропорциональности между проводимостью газа, его энтальпией, излучательной способностью единицы плазмы и относительной функцией теплопроводности соответственно;

l, R — длина и радиус разрядного канала;

\bar{z} , \bar{r} – продольная и радиальная координаты;
 z , r – продольная и радиальная координаты, соотнесенные к l и R ;
 ζ , $\bar{\zeta}$ – радиус столба дуги и радиус столба дуги, соотнесенный к R .

Усовершенствована методика расчета ламинарного течения газа в канале плазмотрона, позволяющая рассчитывать его параметры, в случае, если длина дуги определяется механизмом шунтирования. Получена зависимость диаметра столба дуги от продольной координаты и заданных внешних параметров. Исследовано поведение зависимости при различных внешних параметрах, показана их роль в установлении рабочих характеристик плазмотрона.

The method of calculation of laminar gas flow is improved in the plasma generator channel. The method of plasma generator parameters calculation is obtained for arc length which is determined by shunting mechanism. The dependence of arc diameter from a longitudinal co-ordinate and preset external parameters is obtained. The obtained dependence is explored at different external parameters value. The role of external parameters is shown in plasma generator working characteristics setting.

Библиографический список.

1. Даутов Г.Ю., Дзюба В.Л., Карп И.Н. Плазмотроны со стабилизированными электрическими дугами. — К.: Наук. думка, 1984.— 166 с.
2. Стайн Г.А. Высокотемпературная сверхзвуковая аэродинамическая труба // Исследования при высоких температурах.— М.: Наука, 1967. — С. 94 — 120.
3. Энгель А. Ионизированные газы.— М.: Физматгиз, 1959. — 332с.
4. Дзюба В.Л., Даутов Г.Ю, Абдуллин И.Ш. Электродуговые и высокочастотные плазмотроны в химико-металлургических процессах. — Киев: Вища шк., 1991.— 170 с.