

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИГРОВЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ УПРАВЛЕНЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

*Определены основные концептуальные подходы к использованию игровых моделей для повышения эффективности управленческой деятельности.*

**Ключевые слова:** *игровая модель, управленческая деятельность, принятие решений, оптимизация.*

**Постановка проблемы.** В настоящее время одним из инструментов экономического анализа, способствующим повышению эффективности управленческих решений, является использование методов теории игр. Для обоснования принятия решений на предприятиях чаще всего применяют количественные и качественные методы моделирования и оптимизации [1], которые целесообразно использовать в условиях определенности. Однако в современных условиях зачастую приходится принимать решения в условиях рыночной конкуренции, неопределенности и риска, что обуславливает использование методов теории игр.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Большой вклад в развитие теории игр и использование ее методов в практике управления внесли следующие авторы: Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн, Дж. Нэш, Р. Ауманн, Т. Шеллинг, Дж. Акерлоф, М. Спенс, Дж. Стиглиц, Дж. Харсаньи, Р. Зелтен, Л. Гурвиц, Э. Маскин, Р. Майерсон, Л. Шепли, Э. Рот и др. В литературе рассмотрены основные положения теории игр, виды игр и существующие методы их решения. В работах [2–5] приведены примеры игровых подходов к решению ряда задач в сфере управленческой деятельности. В работе [6] приведена концептуальная схема использования методов теории игр для оптимизации управленческих решений, облегчающая выбор рационального инструментария для решения конкретной задачи.

**Целью работы** является рассмотрение ряда игровых моделей, характерных для принятия решений в условиях неопределенности и рыночной конкуренции.

**Изложение основного материала.** Игра в теории игр — это формализованная модель конфликтной ситуации, представляющая собой совокупность правил, описывающих поведение игроков. В качестве примеров конфликтных ситуаций можно привести конкуренцию различных фирм, взаимоотношения покупателя и продавца и т. п. Действия, выбираемые игроками в конфликтной ситуации, называют стратегиями.

Наиболее широкое распространение и подробное описание характерно для матричных игр, в которых участвуют два игрока (например,  $A$  и  $B$ ), основанных на построении платежной матрицы. Каждый элемент этой матрицы (платеж) представляет собой денежное вознаграждение («полезность»), являющееся следствием конкретной стратегии в сочетании с конкретными обстоятельствами. Строки платёжной матрицы соответствуют различным стратегиям игрока  $A$ , а столбцы — стратегиям игрока  $B$ . Величина на пересечении соответствующих строк и столбцов называется ценой игры. Решением игры называется совокупность найденных оптимальных стратегий и цены игры.

Если в платежной матрице существует элемент, который одновременно является минимальным в своей строке и максимальным в своем столбце, то наилучшие варианты стратегии для сторон, участвующих в игре, совпадают. Такое сочетание выбора сторон является седловой точкой, а оптимальные стратегии, соответствующие седловой точке — чистыми стратегиями. Если платежная матрица не имеет седловой точки, игрокам целесообразно выбирать стратегии случайным образом, чередуя несколько чистых стратегий. Такие смешанные стратегии определяют наилучший исход игры для каждого игрока.

Простейшая матричная игра  $2 \times 2$  определяется матрицей  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ . Тогда вероятности чистых стратегий в смешанной можно определить по формулам [3]:

$$p(A_1) = \frac{a_{22} - a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}, \quad p(A_2) = \frac{a_{11} - a_{12}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})},$$

$$p(B_1) = \frac{a_{22} - a_{12}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}, \quad p(B_2) = \frac{a_{11} - a_{21}}{(a_{11} + a_{22}) - (a_{12} + a_{21})}.$$

Чистую цену игры с использованием полученных вероятностей игроков  $A$  и  $B$  можно рассчитать по формуле  $v = a_{11} \cdot p(A_1) + a_{21} \cdot p(A_2)$ .

В качестве примера рассмотрим следующую задачу. В городе имеются две конкурирующие фирмы  $A$  и  $B$ , выпускающие по два вида одной и той же продукции. Платежная матрица игры (выигрыши в д. е.) имеет вид:  $A = \begin{pmatrix} 11 & 7 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ . У данной матрицы нет седловой точки,

поэтому решение находится в смешанных стратегиях по вышеприведенным формулам. В результате получены следующие значения вероятностей чистых стратегий в смешанной:  $p(A_1) = 0,43$ ;  $p(A_2) = 0,57$ ;  $p(B_1) = 0,29$ ;  $p(B_2) = 0,71$ . Это означает, что предприятию  $A$  следует производить 43 % первого вида продукции и 57 % второго вида, а предприятию  $B$  — соответственно 29 % и 71 %. При этом чистая цена игры составит 8,1 д. е.

Матричную игру  $m \times n$  вначале следует проверить на наличие доминируемых (заведомо проигрышных) и дублирующих стратегий. Если они имеются, их следует исключить из рассмотрения. Для такой игры существуют различные методы решения: графический, Робинсона-Брауна, путем сведения к задаче линейного программирования. Для практического использования рекомендуется использовать последний метод в виду его точности и простоты реализации в среде Excel.

Рассмотрим решение матричной игры путем сведения к задаче линейного программирования. Пусть задана матричная игра с платежной матрицей вида

$$\begin{matrix} & B_1 & B_2 & \dots & B_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_m \end{matrix} & \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \end{matrix},$$

где  $A_1, A_2, \dots, A_m$  — возможные стратегии игрока  $A$ ;

$B_1, B_2, \dots, B_n$  — возможные стратегии игрока  $B$ ;

$n$  — число чистых стратегий игрока  $B$ ;

$m$  — число чистых стратегий игрока  $A$ .

Будем считать, что в этой матрице отсутствует решение в чистых стратегиях и нет доминируемых и дублирующих стратегий. Задача заключается в том, чтобы найти для игроков  $A$  и  $B$  вероятности чистых стратегий в смешанной и чистую цену игры.

Допустим, что игрок  $B$  выбирает чистую стратегию  $B_1$ . Тогда средний выигрыш игрока  $A$  будет равен

$$a_{11} \cdot p_1 + a_{21} \cdot p_2 + \dots + a_{m1} \cdot p_m,$$

где  $p_1, p_2, \dots, p_m$  — вероятности чистых стратегий в смешанной для игрока  $A$ .

Этот выигрыш должен быть не меньше цены игры  $v$  :

$$a_{11} \cdot p_1 + a_{21} \cdot p_2 + \dots + a_{m1} \cdot p_m \geq v .$$

Запишем аналогичные выражения для других стратегий игрока  $A$ , так как при любой стратегии игрока  $B$  выигрыш игрока  $A$  должен быть не меньше цены игры  $v$  :

$$a_{12} \cdot p_1 + a_{22} \cdot p_2 + \dots + a_{m2} \cdot p_m \geq v ,$$

...

$$a_{1n} \cdot p_1 + a_{2n} \cdot p_2 + \dots + a_{mn} \cdot p_m \geq v .$$

При этом  $p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$ .

Разделим каждый из членов полученных уравнений на чистую цену игры  $v$  и введем обозначения:

$$x_1 = p_1 / v, x_2 = p_2 / v, \dots, x_m = p_m / v .$$

Тогда получим следующую систему из  $n$  неравенств:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{21} \cdot x_2 + \dots + a_{m1} \cdot x_m \geq 1, \\ a_{12} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{m2} \cdot x_m \geq 1, \\ \dots \\ a_{1n} \cdot x_1 + a_{2n} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_m \geq 1. \end{cases} \quad (1)$$

При этом  $x_1 + x_2 + \dots + x_m = 1/v$ . Желательно, чтобы цена игры  $v$  была как можно больше, следовательно,  $1/v$  должна быть как можно меньше. Тогда поиск оптимальной смешанной стратегии сводится к определению таких неотрицательных величин  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , при которых

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m \rightarrow \min$$

и соблюдаются ограничения, записанные в виде системы неравенств (1). Таким образом, задача сведена к задаче линейного программирования, для решения которой можно использовать инструмент Excel Поиск решения. При этом в процессе решения следует выбирать «Поиск решения линейных задач симплекс-методом».

Для игрока  $B$  задача решается аналогичным образом. Поскольку второй игрок выбирает не максимальный выигрыш, а минимальный проигрыш, он должен быть не больше цены игры  $v$ . Кроме того, желательно, чтобы цена игры  $v$  была как можно меньше, следовательно,  $1/v$  должна быть как можно больше. Эта задача также сводится к следующей задаче линейного программирования. Найти такие неотрицательные значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , при которых

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \rightarrow \max$$

и соблюдаются ограничения

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq 1, \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n \leq 1, \\ \dots \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq 1. \end{cases}$$

Для выбора наиболее выгодного варианта поведения из нескольких имеющихся вариантов в условиях неопределённости и риска используются матричные игры особого типа, в которых игрок взаимодействует не со вторым игроком, а с окружающей средой («природой»), не заинтересованной в его проигрыше [5]. Ситуация является полностью неопреде-

ленной, если известен лишь набор возможных вариантов состояний окружающей среды и отсутствует возможность получения о них какой-либо статистической информации. При этом в условиях неопределенности выполняются расчеты с применением критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица и выбирается стратегия, на которую указало большинство из перечисленных критериев.

Рассмотрим в качестве примера следующую задачу. Фирма планирует реализацию своей продукции на рынках, учитывая возможные варианты покупательского спроса  $\Pi_j, j=1, 3$  (низкий, средний, высокий). У нее имеется три стратегии сбыта товаров  $A_1, A_2, A_3$ . Объем товарооборота (ден. ед.), зависящий от стратегии и покупательского спроса, представлен следующей матрицей:

$$\begin{matrix} & \Pi_1 & \Pi_2 & \Pi_3 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 55 & 20 & 35 \\ 45 & 50 & 20 \\ 30 & 40 & 50 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Найти стратегию сбыта, обеспечивающую наибольший средний товарооборот фирмы.

В этой задаче в качестве игрока «природа» выступает спрос покупателей. Результаты расчетов с использованием вышеперечисленных критериев сведены в таблицу 1.

Таблица 1 — Пример выбора оптимальных стратегий в условиях неопределенности

Критерий	Характеристика критерия	Товарооборот, д. е.		Стратегия
Лапласа	Выбирается стратегия, дающая наибольший ожидаемый выигрыш, $\max_i \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$	40		$A_3$
Вальда	Выбирается стратегия, обеспечивающая максимизацию минимального выигрыша, который может быть получен при реализации каждого из вариантов стратегий $W = \max_i \min_j a_{ij}$	30		$A_3$
Сэвиджа	Основан на использовании матрицы рисков, каждый элемент которой представляет собой разность между наилучшим значением в столбце $j$ и значением $a_{ij}$ при том же $j$ . Выбирается стратегия, при которой величина риска принимает наименьшее значение в самой неблагоприятной ситуации (когда риск максимален)	25		$A_3$
Гурвица	Основан на предположении, что «природа» может находиться в самом выгодном состоянии с вероятностью $\alpha$ и самом невыгодном состоянии с вероятностью $(1-\alpha)$ , где $\alpha$ — коэффициент доверия. Значение критерия определяется по формуле $W = \max_i \left[ \alpha \max_j a_{ij} + (1-\alpha) \min_j a_{ij} \right]$	$\alpha = 0,2$	34	$A_3$
		$\alpha = 0,5$	40	$A_3$
		$\alpha = 0,8$	48	$A_1$

Как видно из приведенных результатов, следует выбрать стратегию  $A_3$ , так как она является оптимальной по большинству критериев. Стратегия  $A_1$  оптимальна только в предположении, что «природа» с высокой вероятностью находится в самом выгодном состоянии.

Если известны не только состояния, в которых случайным образом может находиться «природа», но и вероятности этих состояний, то решение принимается в условиях риска. Для

выбора оптимальных стратегий в условиях риска используются критерии Байеса, Ходжа-Лемана, Гермейера. Чаще всего применяют критерий Байеса. Этот критерий называется еще критерием максимального математического ожидания выигрыша. Он позволяет выбрать максимальный из ожидаемых элементов матрицы доходности при известной вероятности возможных состояний природы  $q_j$ : 
$$B = \max_i \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j .$$

Математические модели конфликтов, участники которых могут действовать коллективно, изучает теория кооперативных (коалиционных) игр. Коалиция представляет собой добровольное объединение участников игры для осуществления совместных действий. Общее решение всех участников коалиции определяет стратегию коалиции. С математической точки зрения коалиция — это некоторое подмножество участников игры. Обозначим через  $N$  множество всех игроков,  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ , а через  $K$  — любое его подмножество. Пусть игроки из  $K$  договариваются между собой о совместных действиях и, таким образом, образуют одну коалицию. Число таких коалиций, состоящих из  $r$  игроков, равно числу сочетаний из  $n$  элементов по  $r$ , то есть  $C_n^r$  [3], а число возможных коалиций равно  $\sum_{r=1}^n C_n^r = 2^n - 1$ .

В соответствии с определением кооперативной игры, множество игроков  $n$  в совокупности обладает некоторым количеством определенного блага, которое необходимо разделить между участниками. Принципы этого деления и называются решениями кооперативной игры.

Игровые возможности каждой отдельной коалиции  $K$  могут быть определены с помощью ее характеристической функции  $v(K)$ , равной гарантированному математическому ожиданию выигрыша данной коалиции при применении ею смешанной стратегии, составленной из стратегий этой коалиции. Она характеризует величину выгоды, которую коалиция достигнет путем объединения участников. Поскольку коалиции создаются с целью извлечения дополнительной выгоды из сотрудничества, выигрыш коалиции всегда должен быть больше суммарного выигрыша ее отдельных участников.

Ключевым принципом оптимальности для теории кооперативных игр является понятие ядра, которое связано с понятием равновесия. Ядро представляет собой исход совместных действий игроков, который нельзя улучшить никакой коалицией участников экономического процесса.

Экономическое содержание понятия ядра связано с рыночной деятельностью большого числа экономических субъектов, каждый из которых обладает предпочтениями и располагает некоторым количеством наличных ресурсов. Предполагается, что экономическая система обеспечивает свободу заключения контрактов или свободу образования коалиций, которые улучшают благосостояние участников экономического процесса. Распределение благ между субъектами, которое является оптимальным при заданных ограничениях, входит в ядро дележей.

С-ядро — принцип оптимальности в теории кооперативных игр, представляющий собой множество эффективных распределений выигрыша, устойчивых к отклонениям любой коалиции игроков. Это множество недоминируемых «вполне устойчивых» дележей кооперативной игры.

Дележом в условиях характеристической функции  $v$  называется вектор  $x=(x_1, \dots, x_n)$ , удовлетворяющий условиям индивидуальной и коллективной рациональности. Условие индивидуальной рациональности заключается в том, что любой игрок должен получить выигрыш в коалиции не меньше, чем он получил бы, не участвуя в ней:

$$x_i \geq v(i), \text{ для } i \in N,$$

где  $x_i$  — выигрыш  $i$ -го игрока.

Условие коллективной рациональности заключается в том, что сумма выигрышей игроков должна соответствовать значению характеристической функции

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N),$$

так как если сумма выигрышей всех игроков меньше, чем  $v(N)$ , то игрокам незачем вступать в коалицию. Кроме того, сумма выигрышей не может превышать то значение  $v(N)$ , которое есть у игроков.

С-ядро игры может быть очень большим, совпадая с множеством всех дележей, и может оказаться пустым, если требования всех коалиций одновременно не могут быть удовлетворены. Это возникает, например, когда есть слишком сильные коалиции.

Условием существования непустого С-ядра для кооперативных игр 3-х лиц является соблюдение неравенства:

$$v(1, 2) + v(1, 3) + v(2, 3) \leq 2 \cdot v(1, 2, 3).$$

В качестве компромиссного решения обычно выбирают центр С-ядра, который находится как среднее арифметическое крайних точек.

Наличие пустого С-ядра не означает невозможности кооперации всех игроков. Правило, ставящее в соответствие каждой кооперативной игре единственное распределение прибыли или затрат  $v(N)$ , удовлетворяющее некоторому принципу оптимальности, называется оператором значения, а само распределение  $x$  — значением игры. На практике при решении экономических задач наиболее популярными значениями являются N-ядро и цена Шепли.

Принцип N-ядра (nucleolus) основан на минимизации степени неудовлетворенности выигрышем подмножеств участников игры (коалиций). Предполагается, что чем меньше неудовлетворенность дележом игроков, входящих в коалицию, тем этот дележ ближе к оптимальному.

Понятие N-ядра игры базируется на понятии эксцесса коалиции. Эксцесс коалиции  $K$  определяется как вектор

$$e(K, x) = v(K) - x(K)$$

и интерпретируется как мера неудовлетворенности коалиции распределением выигрышей, которое предписывается вектором  $x$ .

N-ядро представляет собой распределение выигрыша, при котором степень неудовлетворенности всех коалиций, измеряемая величиной их эксцесса, будет наименьшей. Доказано, что N-ядро любой кооперативной игры всегда существует и состоит из одной точки, и если С-ядро игры не пусто, то N-ядро принадлежит ему, занимая центральное место внутри С-ядра.

Преимущество такого подхода заключается в том, что он позволяет выйти на единственный оптимальный дележ, который должен удовлетворить всех участников коалиции, причем его можно найти путем сведения к следующей задаче оптимизации:

$$\max_K e(K, x) \rightarrow \min \quad (2)$$

с ограничениями

$$x_i \geq v(i) \text{ для } i \in N, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N} x_i = v(N). \quad (4)$$

Определим N-ядро для следующей игры, которую назовем «Создание СП». Три предпринимателя (А, В и С) принимают решение о создании совместного предприятия. Каждый из них зарабатывает 9, 14 и 25 ден. ед. соответственно. Объединившись в коалиции, они смогут получить: А и В — 30; А и С — 43; В и С — 54; А, В и С — 61 ден. ед.

Обозначим доходы каждого из предпринимателей  $x_1, x_2, x_3$ . Проверим условие существования непустого С-ядра:

$$30+43+54=127 > 2 \cdot 61,$$

что свидетельствует о наличии пустого С-ядра.

Для определения N-ядра в среде Excel с помощью инструмента Поиск решения решаем задачу оптимизации, которая описывается уравнениями (2)–(4). Поскольку в процессе решения задачи используется функция определения максимального значения, задача определения N-ядра является нелинейной, и для ее решения следует выбирать метод обобщенного приведенного градиента (ОПГ), предназначенный для решения нелинейных задач. В результате получено следующее решение:  $x_1=9,0$ ;  $x_2=19,9$ ;  $x_3=32,1$ .

N-ядро стремится максимизировать суммарный доход каждой коалиции, т.е. гарантирует внешнюю устойчивость, игнорируя устойчивость внутреннюю. При его определении рассматриваются эксцессы коалиций без учета их размеров, поэтому единицы прибыли (затрат) для одного игрока и коалиции из оставшихся  $(n-1)$  игроков будут равноценны. Участники игры могут посчитать, что это несправедливо.

Американским экономистом Ллойдом Шепли предложен такой принцип оптимальности распределения выигрыша, при котором выигрыш каждого игрока равен его среднему вкладу в благосостояние тотальной коалиции при определенном механизме ее формирования. Этот подход основан на принципе «справедливого дележа», исходя из вклада каждого игрока в выигрыш коалиции.

Вкладом  $i$ -того игрока называется величина

$$v(K_i) - v(K \setminus i),$$

где  $v(K_i)$  — характеристическая функция кооперативной игры с участием игрока  $i$ ;

$v(K \setminus i)$  — характеристическая функция кооперативной игры без игрока  $i$ .

То есть вклад игрока — это приращение выигрыша коалиции при его участии по сравнению с выигрышем коалиции без этого игрока.

Вектор Шепли, или значение (цена) Шепли (Shapley value) представляет собой распределение, в котором выигрыш каждого игрока  $\Phi_i$  равен его среднему вкладу в соответствующие коалиции  $K$ . В форме, практически реализуемой для расчетов, значение Шепли для каждого игрока имеет вид [3]

$$\Phi(v)_i = \sum_{i \in K} \frac{(k-1)! (n-k)!}{n!} [v(K) - v(K \setminus i)], \quad (5)$$

где  $n$  — количество игроков;

$k$  — количество участников коалиции  $K$ .

Если вектор Шепли принадлежит S-ядру, то этот дележ одновременно справедлив и устойчив, но вектор Шепли может и не принадлежать непустому S-ядру.

Рассчитаем компоненты вектора Шепли для всех возможных коалиций игры «Создание СП». Для удобства сравнения вычисленных доходов предпринимателей при вхождении их в различные коалиции представим результаты вычислений в виде таблицы 2.

Таблица 2 — Доходы предпринимателей при индивидуальной работе и вхождении в различные коалиции

Коалиции	Предприниматели		
	А	В	С
ABC	11	19	31
AB	12,5	17,5	
AC	13,5		29,5
BC		21,5	32,5
–	9	14	25

Как видно из приведенных результатов, при вхождении в любую из коалиций доходы всех предпринимателей повышаются по сравнению с их индивидуальной работой. Наиболее выгодными коалициями являются: для предпринимателя А — АС; для предпринимателей В и С — ВС. По сравнению с результатами определения N-ядра для коалиции АВС получено большее значение  $x_1$  за счет уменьшения значений  $x_2$  и  $x_3$ .

Для моделирования процессов последовательного принятия решений в условиях меняющейся во времени и неполной информации применяются позиционные игры. Такая игра наглядно представляется в виде дерева решений — графического изображения последовательности решений и состояний среды с указанием вероятностей для всех комбинаций решений. Ее удобно решать методом обратной индукции (по аналогии с принципом Беллмана в динамическом программировании [1]). К позиционной игре сводятся многие инвестиционные задачи о строительстве предприятий, замене оборудования и т. п.

В качестве примера такой игры рассмотрим следующую задачу. Требуется принять решение о строительстве среднего (СП) или малого (МП) предприятия по производству продукции в расчете на пятилетний период. Это решение зависит от будущего спроса на продукцию, выпускаемую этим предприятием. Кроме того, можно построить малое предприятие, а через год, в случае высокого спроса на выпускаемую продукцию, произвести его расширение (РП). Анализ рыночной ситуации показал, что вероятности высокого и низкого уровней спроса составляют соответственно 0,67 и 0,33. Имеющиеся для принятия решения исходные данные приведены в таблице 3.

Таблица 3 — Исходные данные для принятия решения о стратегии строительства предприятия

Стратегия	Затраты, млн д. е.	Ожидаемый ежегодный доход, млн д. е. при уровне спроса	
		высоком	низком
СП	7,00	2,30	0,50
МП	1,50	0,35	0,30
МП с РП	3,50	2,20	0,30
МП без РП	—	0,35	0,25

Определить оптимальную стратегию строительства предприятия по выпуску продукции.

Для данной задачи процесс принятия решения состоит из двух этапов: решение о размере предприятия в настоящий момент времени и о необходимости его расширения через год. Дерево решений изображено на рис. 1.

В «решающих» вершинах 1 и 4 принимается решение о размерах предприятия. Остальные вершины, обозначенные круглыми узлами, являются «случайными». Вычисления начинаем с этапа 2 (вершина 4). Доход малого предприятия с последующим расширением в этой вершине составит

$$(2,20 \cdot 0,67 + 0,30 \cdot 0,33) \cdot 4 - 3,5 = \mathbf{2,79} \text{ млн д. е.,}$$

доход малого предприятия без расширения составит

$$(0,35 \cdot 0,67 + 0,25 \cdot 0,33) \cdot 4 = \mathbf{1,27} \text{ млн д. е.}$$

В вершине 4 выгодно произвести расширение, поэтому в дальнейшем рассматриваем только ветвь с «узлом» 5.

На этапе 1 доход среднего предприятия составит

$$(2,30 \cdot 0,67 + 0,50 \cdot 0,33) \cdot 5 - 7,0 = \mathbf{1,53} \text{ млн д. е.,}$$

доход малого предприятия с последующим расширением составит

$$0,35 \cdot 0,67 + 2,79 \cdot 0,67 + 0,30 \cdot 0,33 \cdot 5 - 1,50 = \mathbf{1,10} \text{ млн д. е.}$$

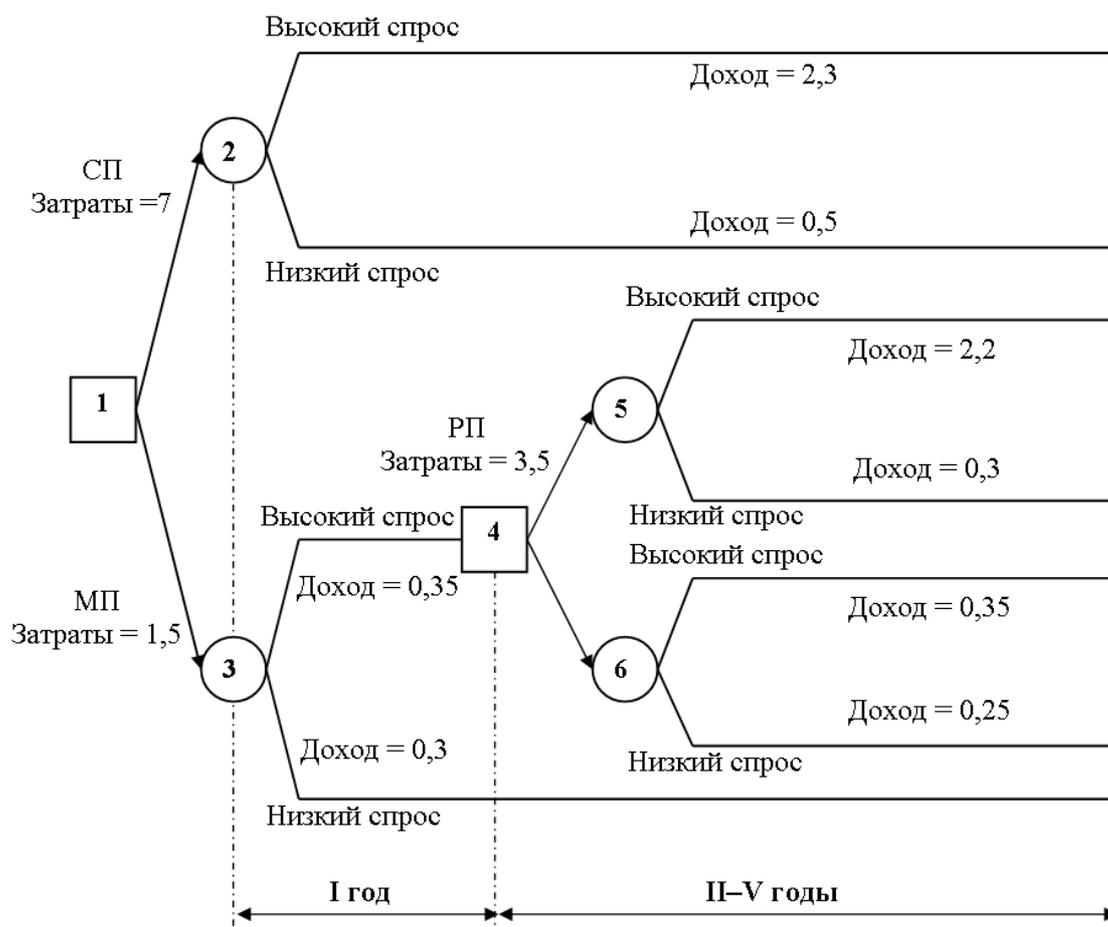


Рисунок 1 — Дерево решений

Таким образом, оптимальной является стратегия строительства среднего предприятия.

**Выводы.** Определены основные концептуальные подходы к использованию игровых моделей для повышения эффективности управленческой деятельности. Для основных видов игр рассмотрены примеры, иллюстрирующие возможность их применения на базе методов, которые достаточно просто реализуются в среде табличного процессора Microsoft Excel.

#### Список литературы

1. Шикин Е. В. Математические методы и модели в управлении : учеб. пособие/ Е. В. Шикин, Л. Г. Чхартишвили. — М. : Дело, 2000. — 440 с.
2. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. Фон Нейман, О. Моргенштерн. — М. : Наука, 1970. — 707 с.
3. Крушевский А. В. Теория игр / А. В. Крушевский. — К. : Издательское объединение «Вища школа», 1977. — 216 с.
4. Дубина И. Н. Основы теории экономических игр : учебное пособие / И. Н. Дубина. — М. : КНОРУС, 2010. — 208 с.
5. Садовин Н. С. Основы теории игр : учебное пособие / Н. С. Садовин, Т. Н. Садовина ; Мар. гос. ун-т. — Йошкар-Ола, 2011. — 119 с.
6. Лепило Н. Н. Применение теории игр для автоматизации управленческих решений / Н. Н. Лепило // Механизмы управления экономическими, экологическими и социальными процессами в условиях инновационного развития : Сборник материалов IV Междунар. научно-практической конф. (г. Алчевск, 28–29 ноября 2017 г.). — Донецк : Изд-во «ООО «НПП «Фолиант», 2017. — С. 559–563.

© Лепило Н. Н.

*Lepilo N. N. (Candidate of Technical Sciences, associate professor SEI HPE LPR "Donbass State Technical University", Alchevsk)*

**APPLICATION OF GAME MODELS FOR IMPROVING MANAGEMENT ACTIVITY EFFECTIVENESS**

*The main conceptual approaches to the use of game models for increasing the effectiveness of management activity are determined.*

**Key words:** *game model, management activity, decision making, optimization.*