

УДК 532.5.013

к.ф.-м.н. Рубежанский В. И.
(ДонГТИ, г. Алчевск, ЛНР, virubezhanskiy@mail.ru)

ТЕЧЕНИЕ МИКРОСТРУКТУРНОЙ ЖИДКОСТИ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ

В работе получены точные решения уравнений свободной конвекции в вертикальном слое микроструктурной жидкости с внутренними источниками тепла. Установлены количественные изменения в структуре течения от величин материальных постоянных жидкости при различных граничных условиях. В задаче устойчивости рассматриваемого течения найдены преобразования, сводящие пространственную задачу к соответствующей задаче для плоских возмущений с более низкими критическими числами Грасгофа.

Ключевые слова: микрополярная жидкость, свободная конвекция, внутреннее тепловыделение, устойчивость.

Проблема и её связь с научными и практическими задачами. Актуальные потребности практики — процессы транспортировки, переработки и хранения нефти и нефтепродуктов, водоугольные суспензии, пастообразные материалы и разного рода полимеры, суспензии ядерного топлива — могут быть исследованы только на основе реологически сложных моделей жидкостей.

Широкое применение в настоящее время в науке и практике получили жидкие среды с микроструктурой — жидкие кристаллы, ферромагнитные коллоиды, различного рода суспензии, кровь и другие биологические жидкости.

Математическое описание гидродинамики сред с микроструктурой, учитывающих внутреннюю степень свободы, потребовало привлечения новых уравнений, отличающихся от уравнений классической механики ньютоновских жидкостей.

Обстоятельный сравнительный анализ существующих моделей жидкостей с микроструктурой дан в работе [1]. Там же приводятся примеры использования таких моделей в гидродинамической теории смазки в широком диапазоне приложений: различные типы подшипников — упорные, радиальные, ступенчатые, подшипники с пористыми стенками и др. Особо отметим работы авторов [1] для использования жидкостей с внутренним микровращением при капил-

лярном контроле как сквозных, так и тупиковых дефектов промышленных изделий.

Чувствительными к изменениям параметров микрожидкостей и воздействию различного рода внешних факторов [2] являются их конвективные течения, возникающие в поле тяжести из-за неоднородности плотности, создаваемой неоднородностью температуры.

Настоящее исследование особого поведения конвективного течения жидкостей с микроструктурой при выделении тепла внутренними источниками относится к нерешенным задачам [1] гидродинамики реологически сложных сред.

Постановка задачи. Рассматривается базовая [2] задача плоскопараллельного течения микрополярной жидкости в вертикальном слое, границы которого поддерживаются при одинаковой температуре. Специфическое течение возникает в результате внутреннего однородного тепловыделения, происходящего по какой-либо причине [2], например: джоулев разогрев электролита при пропускании электрического тока, процесс затвердевания металлических отливок, химически активные жидкости, тепловыделение лучистой природы и др.

Отметим, что термин «микрополярная жидкость» (МПЖ) [1] будем использовать безотносительно к конкретной среде с внутренним микровращением. Это позво-

ляет теоретически изменять величины материальных параметров в некоторых произвольных диапазонах.

В работе обсуждается также проблема упрощения задачи устойчивости течения по отношению к пространственным возмущениям.

Объект исследования — свободная конвекция МПЖ в вертикальном слое.

Предмет исследования — установление влияния параметров МПЖ с внутренним однородным тепловыделением на стационарное течение и его устойчивость.

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_k}{\partial t} + G_r v_l v_{k,l} &= -p_{,k} + M v_{k,ll} + \varepsilon C_{klm} v_{m,l} + T S_k, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + G_r v_l v_{k,l} &= N v_{l,kl} + \Gamma v_{k,ll} + H C_{klm} v_{m,l} - 2H v_k, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + G_r v_l T_{,l} &= \frac{1}{P_r} T_{,kk} + \frac{2}{P_r}, \quad v_{k,k} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где v_k — компоненты скорости течения; v_k — компоненты скорости микровращения; p_k — конвективная добавка к гидростатическому давлению; g — ускорение силы тяжести; S_k — компоненты единичного вектора, направленного по вертикали вверх; q — объемная мощность тепла, выделяемого внутренними источниками; C_{klm} — альтернирующий тензор. Все векторы и тензоры в уравнениях записаны для правой ортогональной системы координат x_1, x_2, x_3 (рис. 1). Индекс после запятой указывает на частное дифференцирование по соответствующей координате.

В качестве единиц приняты: расстояния полуширины слоя — h , времени — $\rho h^2 / \mu$, скорости — $\rho g \beta^* q h^4 / (2\mu\chi)$, скорости микровращения — $\rho g \beta^* q h^3 / (2\mu\chi)$, температуры — $q h^2 / (2\chi)$, давления — $\rho g \beta^* q h^3 / (2\chi)$, где χ — коэффициент температуропроводности, β^* — коэффициент теплового расширения жидкости.

Задачи исследования:

– получение точных решений поставленной задачи при граничных условиях разного типа;

– нахождение преобразований, сводящих трехмерную задачу устойчивости к плоской.

Изложение материала и его результаты. Уравнения конвекции микроморфных жидкостей [3] в приближении Буссинеска были получены в работе [4]. Для МПЖ с внутренним выделением тепла уравнения конвекции в безразмерных переменных запишутся в виде

Задача (1) содержит два безразмерных параметра, определяющих подобие конвективных течений — число Грасгофа и число Прандтля

$$G_r = \frac{\rho g \beta^* q h^5}{2\mu^2 \chi}, \quad P_r = \frac{\mu}{\rho \chi}$$

и безразмерные коэффициенты, характеризующие микрополярную жидкость

$$\varepsilon = \frac{k}{\mu}, \quad M = (1 + \varepsilon),$$

$$N = \frac{\alpha + \beta}{\mu I_1}, \quad \Gamma = \frac{\gamma}{\mu I_1}, \quad H = \frac{k h^2}{\mu I_1},$$

где I_1 — первый инвариант тензора микроинерции. Коэффициенты $\mu, k, \alpha, \beta, \gamma$ соответствуют коэффициентам, введенным в [3] на основе феноменологического метода Труделла-Эрингена.

Отметим, что в уравнении переноса энергии считаем, как и в случае ньютоновской жидкости, диссипативное тепло незначительным. Обоснованием в нашем случае может служить исследование [1]

диссипативной функции в МПЖ, где показано, что ее значение в достаточно широких каналах меньше, чем в ньютоновской жидкости.

Для случая стационарного плоскопараллельного течения $v_1 = v_2 = 0$, $v_3 = v_0(x_1)$, $v_1 = v_3 = 0$, $v_3 = v_0(x_1)$, $T = T_0(x_1)$ из полных уравнений (1) получим систему уравнений для скорости, микровращения, температуры и давления

$$\left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \frac{d^2 v_0}{dx_1^2} + \varepsilon \frac{dv_0}{dx_1} + T_0 = \frac{\partial p_0}{\partial x_3} = C, \quad (2)$$

$$\bar{\gamma} \frac{d^2 v_0}{dx_1^2} - \varepsilon \frac{dv_0}{dx_1} - 2\varepsilon v_0 = 0, \quad \frac{d^2 T_0}{dx_1^2} = -2.$$

В уравнениях (2) учтена связь между материальными постоянными МПЖ μ , k , γ и вязкостью ньютоновской жидкости соотношением $\mu^h = \mu + 0,5k$, а также введено обозначение безразмерного коэффициента $\bar{\gamma}$, отвечающего за действие моментных напряжений $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{\mu h^2}$. Далее черту сверху над γ опустим.

Граничные условия задачи

$$x_1 = \pm 1, \quad v_0 = 0, \quad T_0 = 0 \quad (3)$$

выражают условия прилипания и одинаковой температуры, принимаемой за начало отсчета, на твердых плоскостях канала.

Условие замкнутости потока (слой закрыт непроницаемыми торцовыми перегородками) означает равенство нулю расхода в любом поперечном сечении

$$\int_{-1}^{+1} v_0 dx_1 = 0. \quad (4)$$

1) $\alpha = 0$,

$$v_0(x_1) = \left(\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} - C_3 \sinh r + \frac{1}{6}\right) (1 - x_1^2) - \frac{1}{12} (1 - x_1^4) + 2C_3 \frac{\delta}{r} (\cosh r - \cosh rx_1), \quad (9)$$

$$v_0(x_1) = \frac{1}{6} (x_1 - x_1^3) + C_3 (\sinh rx_1 - x_1 \sinh r), \quad (10)$$

Граничные условия для микровращения подробно обсуждены в работе [1]. Рассмотрим условия на твердых поверхностях вида

$$x_1 = \pm 1, \quad v_k = \frac{\alpha}{2} \epsilon_{klm} v_{m,l}, \quad (5)$$

где диапазон физически возможных значений параметра α для различных пар «жидкость — твердая поверхность» определяется соотношением $0 \leq \alpha \leq 1$.

Примем для поставленной задачи следующие условия:

1) $\alpha = 0$ («отсутствие спина» на границе)

$$x_1 = \pm 1, \quad v_0 = 0; \quad (6)$$

2) $\alpha = 1$ («отсутствие антисимметричных» напряжений)

$$x_1 = \pm 1, \quad v_0 = -\frac{1}{2} \frac{dv_0}{dx_1}; \quad (7)$$

3) $0 < \alpha < 1$, $\alpha = \frac{1}{2}$ («компромиссные случаи» действия моментных напряжений)

$$x_1 = \pm 1, \quad v_0 = -\frac{1}{4} \frac{dv_0}{dx_1}. \quad (8)$$

Интегрируя уравнение (2) с граничными условиями (3)–(8), найдем распределения температуры, давления, скорости и скорости микровращения

$$T_0 = 1 - x^2, \quad \frac{dp}{dz} = C,$$

где постоянная разделения переменных $C = C(\varepsilon, \gamma)$ есть функция параметров МПЖ и определяется граничными условиями (3)–(8).

Профили скорости и микровращения определяются функциями

$$\text{где } \delta = \frac{\varepsilon}{2 + \varepsilon}, \quad r = 2\sqrt{\frac{\delta}{\gamma}}, \quad C_3 = \frac{\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{1}{15}}{\left(1 + \frac{3\delta}{r^2}\right) \sinh r - \frac{3\delta}{r} \cosh r};$$

2) $\alpha = 1$,

$$v_0(x_1) = \left[\frac{1}{10} + \frac{3\gamma}{4r \sinh r} \left(\frac{1}{r} \sinh r - \cosh r \right) \right] (1 - x_1^2) - \frac{1}{12} (1 - x_1^4) + \frac{\gamma}{2r \sinh r} (\cosh r - \cosh rx_1), \quad (11)$$

$$v_0(x_1) = \left[\frac{1}{10} - \frac{\gamma}{2\varepsilon} + \frac{3\gamma}{4r \sinh r} \left(\frac{1}{r} \sinh r - \cosh r \right) \right] x_1 - \frac{1}{6} x_1^3 + \frac{\gamma}{4\delta \sinh r} \sinh rx_1, \quad (12)$$

$$C_3 = \frac{\gamma}{4\delta \sinh r};$$

3) $0 < \alpha < 1$,

$$v_0(x_1) = 2C_3 \frac{\delta}{r} (\cosh r - \cosh rx_1) - \left[\frac{\Pi}{2} - \frac{\gamma}{2\varepsilon} \right] (1 - x_1^2) - \frac{1}{12} (1 - x_1^4), \quad (13)$$

$$v_0(x_1) = C_3 \sinh rx_1 - \frac{\Pi}{2} x_1 - \frac{1}{6} x_1^3, \quad (14)$$

$$C_3 = \frac{\frac{1}{2} \frac{\gamma}{\varepsilon} + \frac{1}{15} (1 - \alpha)}{\left[1 - \alpha\delta + 3(1 - \alpha) \frac{\delta}{r^2} \right] \sinh r - 3(1 - \alpha) \frac{\delta}{r} \cosh r},$$

$$\Pi = \left(C + \frac{\gamma}{2\delta} - 1 \right) = \frac{1}{1 - \alpha} \left[2C_3 (1 - \alpha\delta) \sinh r - \alpha \frac{\gamma}{\varepsilon} - \frac{1 - \alpha}{3} \right].$$

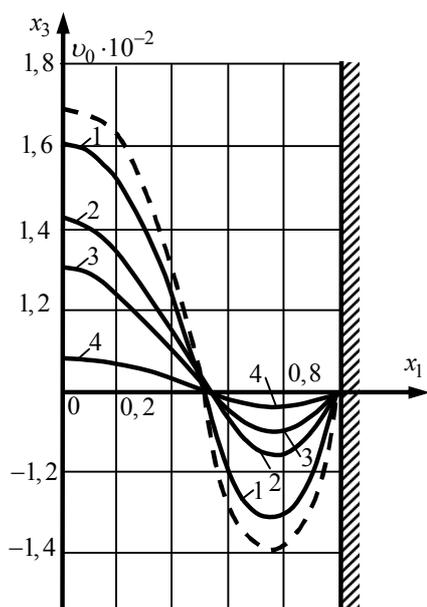
Стационарное течение (рис. 1) состоит из трех конвективных потоков — восходящего центрального и двух нисходящих возле границ канала. Профили v_0 , v_0 рассчитывались для различных сочетаний значений параметров ε , γ для МПЖ и разных граничных условий (6)–(8) для микровращения.

Профили скорости течения МПЖ показывают, что интенсивность течения МПЖ снижается по сравнению с ньютоновской жидкостью. Толщины потоков очень слабо зависят от параметров МПЖ: их размеры определяются координатами $x_1 \approx \pm\sqrt{0,2}$, а нисходящие потоки имеют максимумы возле точек $x_1 \approx \pm\sqrt{0,6}$.

Профили скоростей микровращения существенно зависят от граничных усло-

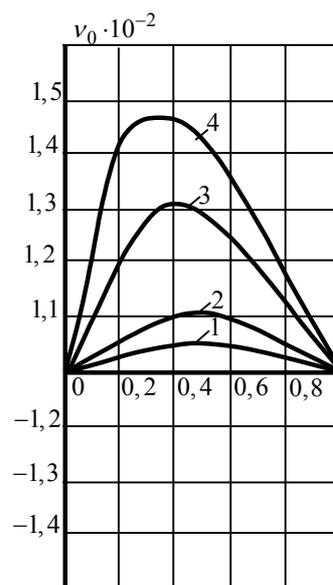
вий (6)–(8). Так, при условии «полного прилипания» (6) максимумы микровращения в потоке (рис. 2) растут с увеличением вращательного трения ε и при разных γ смещаются к середине канала. Более того, при одинаковых ε увеличение коэффициента γ снижает величину скорости микровращения.

Граничные условия (7), (8) качественно изменяют профиль микровращения. Так, на рисунках 3 и 4 видим образование смены знака микровращения: кривые 2, 3, 4 на рисунке 3 и кривая 4 на рисунке 4. Увеличение значения параметра γ снижает это явление. Подобный эффект смены направления микровращения отмечался в [1] при исследовании теплового пограничного слоя МПЖ.



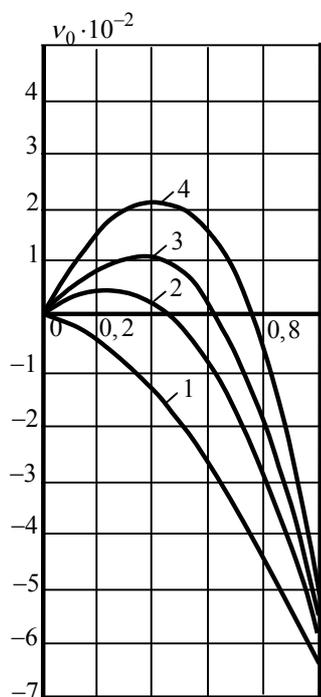
1 — $\varepsilon = 0,1$, 2 — $\varepsilon = 0,5$, 3 — $\varepsilon = 1$, 4 — $\varepsilon = 5$;
штриховая кривая соответствует ньютоновской
жидкости ($\varepsilon = 0, \gamma = 0$)

Рисунок 1 Профили скорости течения МПЖ
при граничном условии (6) и $\gamma = 0,1$



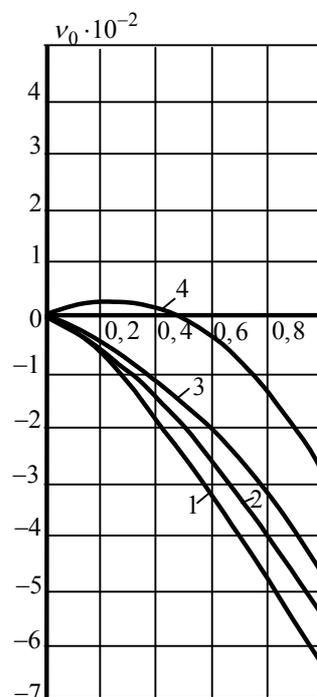
1 — $\varepsilon = 0,1$, 2 — $\varepsilon = 0,5$, 3 — $\varepsilon = 1$, 4 — $\varepsilon = 5$

Рисунок 2 Профили микровращения при
граничном условии (6) и $\gamma = 0,1$



1 — $\varepsilon = 0,1$, 2 — $\varepsilon = 0,5$, 3 — $\varepsilon = 1$, 4 — $\varepsilon = 5$

Рисунок 3 Профили микровращения
при граничном условии (7) и $\gamma = 0,1$



1 — $\varepsilon = 0,1$, 2 — $\varepsilon = 0,5$, 3 — $\varepsilon = 1$, 4 — $\varepsilon = 5$

Рисунок 4 Профили микровращения
при граничном условии (7) и $\gamma = 1$

Скорость течения в слое пропорциональна мощности тепловыделения q , и при ее достаточно большом значении течение становится неустойчивым. Кризис стационарного течения вызывается растущими пространственными возмущениями.

В теории гидродинамической устойчивости плоскопараллельных изотермических течений существует известное преобразование Сквайра, сводящее задачу устойчивости относительно пространственных возмущений к соответствующей задаче для плоских возмущений. При этом оказывается, что плоские возмущения более опасны, и, следовательно, информа-

цию о кризисе течения можно получить, решая менее трудоемкую плоскую задачу.

Сформулируем задачу для пространственных нормальных возмущений, параллельных границам слоя, вида

$$(v_1, v_2, v_3, v_1', v_2', v_3', T, p) \sim \exp[-\lambda t + i(k_2 x_2 + k_3 x_3)], \quad (15)$$

где k_2, k_3 — волновые числа, и все возмущения зависят от координаты x_1 .

Линеаризованная система (1) с учетом (15) приводит к амплитудным уравнениям для пространственных возмущений

$$\begin{aligned} -\lambda v_1 + ik_3 G_r v_0 v_1 &= -p' + M(v_1'' - k^2 v_1) + \varepsilon i(k_2 v_3 - k_3 v_2), \\ -\lambda v_2 + ik_3 G_r v_0 v_2 &= -ik_2 p + M(v_2'' - k^2 v_2) + \varepsilon(-v_3' + ik_3 v_1), \\ -\lambda v_3 + ik_3 G_r v_0 v_3 + G_r v_0' v_1 &= -ik_3 p + M(v_3'' - k^2 v_3) + \varepsilon(v_2' - ik_2 v_1) + \theta, \\ -\lambda v_1 + ik_3 G_r v_0 v_1 &= N[v_1'' + i(k_2 v_2' + k_3 v_3')] + \Gamma(v_1'' - k^2 v_1) + H[i(k_2 v_3 - k_3 v_2) - 2v_1], \\ -\lambda v_2 + ik_3 G_r v_0 v_2 + G_r v_0' v_1 &= N[ik_2 v_1' - (k_2^2 v_2 + k_2 k_3 v_3)] + \\ &+ \Gamma(v_2'' - k^2 v_2) + H[-v_3' + ik_3 v_1 - 2v_2], \\ -\lambda v_3 + ik_3 G_r v_0 v_3 &= N[ik_3 v_1' - (k_2 k_3 v_2 + k_3^2 v_3)] + \Gamma(v_3'' - k^2 v_3) + H[v_2' - ik_2 v_1 - 2v_3], \\ -\lambda \theta + ik_3 G_r v_0 \theta + G_r \theta_0' v_1 &= \frac{1}{P_r}(\theta'' - k^2 \theta), \\ v_1' + i(k_2 v_2 + k_3 v_3) &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь штрих означает производные по координате x_1 и введено обозначение $k^2 = k_2^2 + k_3^2$.

Граничные условия (случай 1) для амплитуд примут вид

$$\begin{aligned} x_1 = \pm 1, \quad v_1 = v_2 = v_3 = 0, \\ \theta = 0, \quad v_1' = v_2' = v_3' = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Краевая задача (16), (17) определяет пространственные возмущения и их декременты λ , которые зависят от параметров $G_r, P_r, M, \varepsilon, N, \Gamma, H, k_2$ и k_3 .

Соответствующая краевая задача для плоских возмущений получается, если положить $k_2 = 0, v_2 = 0, v_1 = 0, v_3 = 0$ и теперь

$$(\bar{v}_1, \bar{v}_3, \bar{v}_2, \bar{T}, \bar{p}) \sim \exp(-\bar{\lambda} t + i\bar{k}_3 x_3).$$

Далее все неизвестные функции и параметры для плоской задачи будем отмечать чертой сверху.

Для плоских возмущений запишем амплитудные уравнения

$$\begin{aligned} -\lambda \bar{v}_1 + i\bar{k}_3 \bar{G}_r v_0 \bar{v}_1 &= -\bar{p}' + \bar{M}(\bar{v}_1'' - \bar{k}_3^2 \bar{v}_1) + i\varepsilon \bar{k}_3 \bar{v}_2, \\ -\lambda \bar{v}_3 + i\bar{k}_3 \bar{G}_r v_0 \bar{v}_3 + \bar{G}_r v_0' \bar{v}_1 &= -i\bar{k}_3 \bar{p} + \bar{M}(\bar{v}_3'' - \bar{k}_3^2 \bar{v}_3) + \varepsilon \bar{v}_2 + \bar{\theta}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
-\bar{\lambda}\bar{v}_2 + i\bar{k}_3\bar{G}_r\nu_0\bar{v}_2 + \bar{G}_r\nu_0'\bar{v}_1 &= \bar{\Gamma}(\bar{v}_2'' - \bar{k}_3^2\bar{v}_2) + \bar{H}[-\bar{v}_3' + i\bar{k}_3\bar{v}_1 - 2\bar{v}_2], \\
-\bar{\lambda}\bar{\theta} + i\bar{k}_3\bar{G}_r\nu_0\bar{\theta} + \bar{G}_r\theta_0'\bar{v}_1 &= \frac{1}{P_r}(\bar{\theta}'' - \bar{k}_3^2\bar{\theta}), \\
\bar{v}_1' + i\bar{k}_3\bar{v}_3 &= 0
\end{aligned} \tag{18}$$

и граничные условия

$$x_1 = \pm 1, \quad \bar{v}_1 = \bar{v}_3 = 0, \quad \bar{v}_2 = 0, \quad \bar{\theta} = 0. \tag{19}$$

Следуя [2], можно убедиться в том, что пространственная задача (16), (17) для микрополярной жидкости сводится к плоской (18), (19) при помощи следующих преобразований неизвестных функций и параметров

$$\begin{aligned}
\lambda &= \bar{\lambda}, & \nu_1 &= \bar{\nu}_1, & p &= \bar{p}, \\
k_2\nu_2 + k_3\nu_3 &= \bar{k}_3\bar{\nu}_3, \\
k_2\nu_3 - k_3\nu_2 &= -\bar{k}_3\bar{\nu}_2, \\
k_2 &= k_2^2 + k_3^2 = \bar{k}_3^2, \\
k_3\theta &= \bar{k}_3\bar{\theta}, \\
k_3G_r &= \bar{k}_3\bar{G}_r,
\end{aligned} \tag{20}$$

$$P_r = \bar{P}_r, \quad \varepsilon = \bar{\varepsilon}, \quad M = \bar{M}, \quad \Gamma = \bar{\Gamma}, \quad H = \bar{H}.$$

Функции $\bar{v}_1, \bar{v}_3, \bar{v}_2, \bar{\theta}$, определяемые соотношениями (20), удовлетворяют нужным граничным условиям.

Из преобразований (20) следует, что

$$G_r = \bar{G}_r \frac{\bar{k}_3}{k_3}.$$

Поскольку $(\bar{k}_3/k_3) \geq 1$, то имеем $G_r \geq \bar{G}_r$, то есть трехмерным возмущениям соответствуют более высокие числа Грасгофа, и, следовательно, плоские возмущения наиболее опасны.

Обсудим граничные условия (7) для пространственных и плоских возмущений микровращения.

Пространственный случай

$$x_1 = \pm 1, \quad \nu_1 = 0, \quad \nu_2 = -\frac{1}{2}\nu_3', \quad \nu_3 = \frac{1}{2}\nu_2'. \tag{21}$$

В плоской задаче

$$x_1 = \pm 1, \quad \bar{\nu}_2 = -\frac{1}{2}\bar{\nu}_3'. \tag{22}$$

Легко видеть, что преобразование $k_2\nu_3 - k_3\nu_2 = -\bar{k}_3\bar{\nu}_2$ из (20) переводит условие (21) в (22) для плоской задачи при любом α .

Выводы и направление дальнейших исследований. Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Интенсивность конвективного течения МПЖ с внутренним тепловыделением снижается по сравнению с течением ньютоновской жидкости.

2. Интенсивность течения самих микрополярных жидкостей зависит от отношения значений ее параметров к величине вращательной вязкости.

3. Моментные напряжения на границе, характеризующие взаимодействие частиц жидкости с твердой поверхностью и между самими частицами, принципиально изменяют поле микровращений.

4. Найденны преобразования, сводящие в вертикальном слое задачу устойчивости течения МПЖ относительно пространственных возмущений к соответствующей плоской задаче с меньшими критическими числами Грасгофа.

Дальнейшими исследованиями являются:

1. Решение плоской краевой задачи для определения спектра и структуры возмущений.

2. Поиск возможных аналитических решений рассмотренной задачи стационарного конвективного течения МПЖ с учетом вязкой диссипации энергии.

Библиографический список

1. Мигун, Н. П. Гидродинамика и теплообмен течений микроструктурной жидкости [Текст] / Н. П. Мигун, П. П. Прохоренко. — Минск : Наука и техника, 1984. — 264 с.
2. Гершуни, Г. З. Устойчивость конвективных течений [Текст] / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, А. А. Непомнящий. — М. : Наука, 1989. — 320 с.
3. Eringen, A. C. Balance laws of micropolar fluids [Text] / A. C. Eringen. — *Int. J. Eng. Sci.*, 1980. — Vol. 18. — № 1. — P. 5–17.
4. Listrov, A. T. On three — dimensional disturbances of convective microfluids flows [Text] / A. T. Listrov, V. I. Rubegzhansky. — *Lett. In Appl. and Eng. Sci.*, 1975. — Vol. 3. — № 2. — P. 119–124.

© Рубежанский В. И.

*Рекомендована к печати д.т.н., проф., зав. каф. АТ ЛГУ им. В. Даля Замотой Т. Н.,
к.т.н., проф. каф. ТОМП ДонГТИ Зелинским А. Н.*

Статья поступила в редакцию 16.03.2021.

PhD in Physics and Mathematics Rybezhanskiy V. I. (*DonSTI, Alchevsk, LPR, virubezhanskiy@mail.ru*)

FLOW OF MICROSTRUCTURAL LIQUID WITH INTERNAL HEAT SOURCES IN VERTICAL LAYER

The article presents accurate solutions of natural convection equations in vertical layer of microstructural liquid with internal heat sources are obtained. Quantitative changes in the flow structure are determined from the values of material stationary liquid under various boundary conditions. In the sustainability problem of the current under consideration, transformations are found that reduce the spatial problem to the corresponding problem for flat perturbations with lower critical Grashof numbers.

Key words: *micropolar liquid, natural convection, internal heat release, stability.*