

УДК 622.831: 622.28

*Проф. Литвинский Г. Г.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР, ligag@ya.ru)*

## КИНЕТИКА РАЗРУШЕНИЯ И ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОРОД ВОКРУГ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКИ

*Предложена математическая модель кинетики деформирования пород на основе использования временных процессов их разрушения. Проведены теоретические исследования законов изменения прочности породы под действием переменной во времени нагрузки. Рассмотрены теоретические аспекты кинетики процесса разрушения пород вокруг выработки. Дана методика расчёта движения фронта хрупкого разрушения и деформаций пород в результате дилатансионных процессов в зоне разрушения. Методика может быть использована для составления нормативных документов при проектировании выработок.*

**Ключевые слова:** горное давление, выработка, запредельное поведение пород, дилатансия, фронт хрупкого разрушения, кинетика деформаций, разупрочнение пород, скорость смещений.

### **1 Актуальность и задачи исследований**

Закономерности развития во времени (кинетика) процессов разрушения и деформирования пород вокруг горной выработки давно стали объектом исследований в горной геомеханике, чему посвящены многочисленные обзоры [1–3 и др.]. Ранее учёт времени при расчёте проявлений горного давления (ПГД) производили в основном эмпирически по данным практики, что приводило к ошибкам при проектировании и ведении горных работ. На смену эмпирическим пришли математические подходы, которые с целью учёта развития ПГД во времени основывались на привлечении реологических моделей и теорий ползучести. Однако эти модели оказались малоэффективными, так как они пригодны лишь для описания временных процессов в массиве до момента начала разрушения пород, после которого все решения становятся некорректными.

Следует отметить, что на существующем этапе перехода от эмпирических моделей к аналитическим целый класс задач горной геомеханики о развитии ПГД во времени пытались решить с привлечением простой, но явно ошибочной математической модели. Последняя основана на описании процессов ползучести и релаксации в однородном неизменном континууме, которым ус-

ловно заменяли массив горных пород, считая стабильно неизменными все его механические показатели (упругие, реологические, прочностные, деформационные и др.).

На самом деле, как показывают результаты выполненных долговременных шахтных инструментальных наблюдений за проявлениями ПГД в горных выработках, временные процессы смещений пород в выработанное пространство всегда оказывались следствием местных или региональных разрушений горных пород, в процессе которых они меняли своё структурное строение и механические свойства.

Чтобы преодолеть это принципиальное противоречие и перейти от ошибочной к более адекватной математической модели, следует привлечь хотя и более сложную, но корректную, физически обоснованную и принципиально новую методику, основанную на учёте и описании процессов деформации в зависимости от законов разрушения пород во времени.

Именно такая модель в полной мере способна учесть временные процессы разрушения и деформирования пород с одновременным переходом их в другое (разрушенное) структурное состояние, что сопровождается коренным изменением их исходных механических свойств.

Использование предлагаемой математической модели описания временных процессов ПГД позволит существенно расширить пределы применения аналитических методов в горной геомеханике и заметно повысить достоверность прогноза ПГД, что важно при планировании, проектировании и ведении горных работ.

**Цель** исследований — разработка научных основ кинетики деформирования и разрушения горных пород вокруг выработок.

**Идея** работы состоит в использовании закономерностей изменения прочности во времени для описания кинетики деформационных процессов вокруг выработки при развитии вокруг неё зоны запредельных деформаций.

**Объектом** исследований является процесс проявлений ПГД вокруг горных выработок, **предмет** исследований — закономерности кинетики развития зон запредельных деформаций (ЗЗД) и разрушения пород во времени.

Исходя из поставленной цели, требуется решить следующие задачи исследования:

- рассмотреть и исследовать феномен длительной прочности горных пород;
- выбрать и обосновать математическую модель снижения прочности горных пород во времени;
- разработать метод учёта длительной прочности и теоретические зависимости кинетики развития ЗЗД вокруг выработки;
- выполнить анализ полученных результатов и определить направления дальнейших исследований.

## **2 Закономерности изменения длительной прочности горных пород во времени**

Как было установлено ранее [4, 5], начальные стадии процесса разрушения, связанные с зарождением и ростом трещин во времени, можно описать кинетическими теориями разрушения. Данные теории рассматривают разрушение материалов как процесс разрыва внутренних несущих связей в материале. Его скорость определяется температурой и действующим уровнем

напряжений, т. е. имеет явно кинетический (зависимый от времени) характер. Основы кинетической теории разрушения были заложены школой академика С. Н. Журкова (50 гг. XX столетия) [4].

Ранее в представлениях о прочности доминировала механическая концепция. Считалось, что разрушение — чисто силовое явление, наступающее, когда прикладываемое к телу напряжение достигало критической величины — «предела прочности». Этой величине придавался смысл физической характеристики материала. Впоследствии были получены экспериментальные данные, свидетельствующие о влиянии на прочность скорости нагружения, длительности пребывания тела под нагрузкой, температуры. В рамках механической концепции эти данные безуспешно пытались объяснить влиянием коррозии.

Проведённое Н. С. Журковым систематическое изучение долговечности различных материалов установило экспоненциальное падение долговечности с ростом нагрузки и температуры [4]. Это позволило вскрыть физическую природу разрушения, показать, что оно обусловлено тепловыми флуктуациями, разрывающими напряжённые межатомные связи и приводящими к разрушению тела во времени.

Наиболее известным уравнением долговечности материалов при растяжении является уравнение С. Н. Журкова:

$$\tau_p = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{U_0 - \gamma\sigma_0}{kT}\right), \quad (1)$$

где  $\tau_0$  — постоянная, близкая к периоду колебаний атомов ( $\tau_0 \approx 10^{-13}$  с);

$U_0$  — энергия активации процесса термодеструкции (разрушения связей из-за термофлуктуаций энергии), Дж;

$\gamma$  — параметр, имеющий смысл активационного объёма материала, где происходит разрушение, составляет  $10^3 \dots 10^4$  атомных объёмов;

$kT$  — мера энергии тепловых флуктуаций как произведение постоянной Больц-

мана  $k=1,38 \cdot 10^{23}$  Дж/К на абсолютную температуру тела  $T$ , К.

Из уравнения (1) следует, что прочность материала явно зависит от времени действия нагрузки  $t$ , что показано пунктирной линией на рисунке 1. За время  $t_p$  нагружения, например на прессе, образец разрушится при уровне напряжений  $\sigma_d$ .

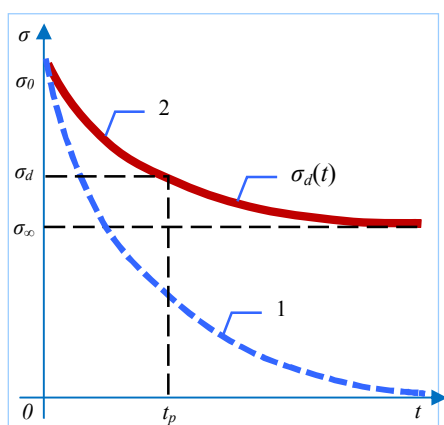


Рисунок 1 Зависимость прочности материалов  $\sigma_d(t)$  от времени действия нагрузки  $t$ :  
1 — по уравнению (1); 2 — для реальной породы

Из уравнения (1) следует, что даже ничтожно малая нагрузка приводит к неминуемому разрушению любого материала (пунктирная линия 1 на графике, рис. 1). Однако это противоречит опыту и практике: на самом деле график длительной прочности  $\sigma_d(t)$  имеет явную асимптоту в виде предела длительной прочности  $\sigma_\infty$ .

**Пределом длительной прочности**  $\sigma_\infty$  считаем такой уровень напряжений, ниже которого разрушения материала не происходит, как бы долго они ни действовали. Обычно значение длительной прочности  $\sigma_\infty$  для горных пород колеблется в пределах:

а) для слабых глинистых или мерзлых грунтов  $\sigma_\infty = (0,1 \dots 0,4) \cdot \sigma_0$ ;

б) для слабых и пластичных пород  $\sigma_\infty = (0,3 \dots 0,7) \cdot \sigma_0$ ;

в) для пород средней прочности и крепких  $\sigma_\infty = (0,7 \dots 0,9) \cdot \sigma_0$ .

Если нагрузка будет меньше предела длительной прочности  $\sigma_\infty$  материала, то его разрушение не наступит никогда. Отсюда следует, что кинетическую теорию прочности в виде уравнения (1) нельзя использовать для реальных материалов. Она нуждается в существенной корректировке путём учёта не только зарождения (1), но и залечивания микродефектов [6].

На практике для расчётов ПГД нам достаточно использовать более простые и экспериментально оправданные формулы. Сформулируем требования, которым они должны отвечать:

– зависимость длительной прочности любого материала (горной породы)  $\sigma_d(t)$  от времени должна быть монотонной убывающей функцией с горизонтальной асимптотой, равной пределу  $\sigma_\infty$  при  $t \rightarrow \infty$ ;

– при времени нагружения, соответствующем обычному испытанию (в пределах минут), т. е. с обычными скоростями лабораторных прессов, полученный показатель прочности можно считать условно мгновенным значением прочности  $\sigma_0$ ;

– функция должна иметь минимальное число параметров, чтобы с достаточной достоверностью описать изменение прочности во времени для разных классов материалов (хрупких, пластичных, различно структурно нарушенных и др.).

Теоретически обоснуем уравнение длительной прочности, для чего найдём вид функциональной зависимости длительной прочности от времени, отвечающей выдвинутым требованиям. Пусть скорость снижения прочности во времени  $\sigma_d = d\sigma_d/dt$  прямо пропорциональна приложенному напряжению, что можно записать в виде дифференциального уравнения:

$$\frac{d\sigma_d}{dt} = -\frac{1}{t_0}(\sigma_d - \sigma_\infty), \quad (2)$$

где  $t_0$  — реологическая постоянная материала, имеющая размерность времени.

В уравнении (2) знак минус перед правой частью равенства показывает, что скорость отрицательна, т. е. длительная прочность *снижается* во времени. Введение в правую часть постоянной  $\sigma_\infty$  равносильно заданию для длительной прочности  $\sigma_d$  асимптоты, при которой скорость  $\dot{\sigma}_d \Rightarrow 0$  стремится к нулю.

Решением уравнения (2) с учётом начального условия (при  $t=0$  прочность принимает значение  $\sigma_d = \sigma_0$ ) будет:

$$\sigma_d = \sigma_\infty + (\sigma_0 - \sigma_\infty) \cdot \exp(-t/t_0). \quad (3)$$

Это уравнение широко использовалось профессором И. Л. Черняком (МГИ) при шахтных исследованиях [7]. Реологическую постоянную  $t_0$  несложно определить из лабораторных испытаний пород, если измерить время разрушения породы  $t_1$  при её нагружении постоянным напряжением  $\sigma_1$ . Подставляя известные  $\sigma_1$  и  $t_1$  в (3), получим искомое значение показателя для данной породы:

$$t_0 = t_1 \cdot \ln \frac{\sigma_0 - \sigma_\infty}{\sigma_1 - \sigma_\infty}. \quad (4)$$

### 3 Обобщение закономерностей длительной прочности

Обобщим уравнение длительной прочности (3), записав исходное дифференциальное уравнение (2) в более общем виде как степенную функцию. Для упрощения преобразований введём относительные переменные:

$$s = \sigma_d / \sigma_\infty; \tau = t / t_0. \quad (5)$$

Тогда в этих переменных обобщённое дифференциальное уравнение длительной прочности примет следующий вид:

$$\frac{ds}{d\tau} = -(s-1)^\alpha, \quad (6)$$

где  $a$  — параметр нелинейности скорости длительной прочности,  $\alpha \geq 0$ .

Это дифференциальное уравнение с учетом того же, что и ранее, начального условия в новых переменных (когда  $\tau = 0$ ,

прочность принимает значение  $s = s_0$ ) имеет следующее решение:

$$s = 1 + [\beta\tau + (s_0 - 1)^{-\beta}]^{-1/\beta}, \quad (7)$$

где введено новое обозначение  $\beta = \alpha - 1$ ,  $\beta > -1$ .

Возвращаясь с помощью (5) от относительных  $s = \sigma_d / \sigma_0$ ;  $\tau = t / t_0$  к исходным переменным  $\sigma_d, \sigma_0, t_0$ , окончательно для определения длительной прочности получим формулу:

$$\sigma_d(t) = \sigma_\infty \left\{ 1 + \left[ \beta \frac{t}{t_0} + \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} - 1 \right)^{-\beta} \right]^{-\frac{1}{\beta}} \right\}. \quad (8)$$

Если при заданном постоянном напряжении  $\sigma$  необходимо определить долговечность породы  $t_d$ , то из формулы (8) получаем значение времени до разрушения:

$$t_d(\sigma) = \frac{t_0}{\beta} \left[ \left( \frac{\sigma}{\sigma_\infty} - 1 \right)^{-\beta} - \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_\infty} - 1 \right)^{-\beta} \right]. \quad (9)$$

При значении  $\beta = 0$  (или, что то же,  $\alpha = 1$ ) уравнение (6) вырождается в уравнение (2) и имеет особое решение (3), т. е. полученное уравнение длительной прочности (8) действительно является обобщением уравнения (3). Это расширяет возможности описания длительной прочности горных пород и других материалов.

На графиках рисунка 2 видно, как изменяется кривая длительной прочности при варьировании параметра нелинейности  $0 \leq \beta < \infty$ . Эти кривые различаются весьма значительно, что позволяет при проведении шахтных инструментальных наблюдений и лабораторных испытаний горных пород повысить достоверность описания временных процессов ПГД в выработке.

Как показывают предварительные теоретические оценки, параметр нелинейности может реально изменяться в пределах  $0 \leq \beta < 3$ , постепенно возрастая по мере уменьшения хрупкости и увеличения вязко-

пластических свойств пород. Однако ввиду скудности экспериментальных данных по изучению показателей длительной прочности горных пород предложенная оценка подлежит дальнейшей опытной проверке.

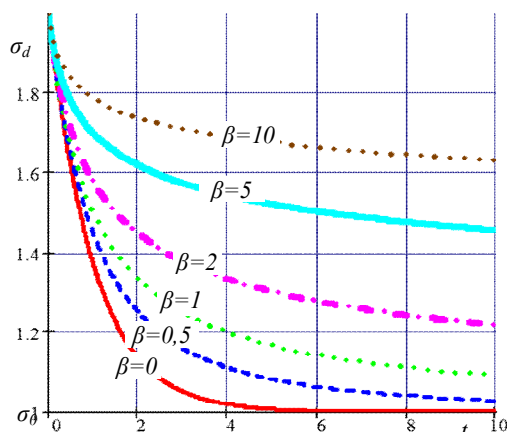


Рисунок 2 Кривые длительной прочности  $\sigma_d(t)$  при изменении параметра нелинейности от  $\beta = 0$ , как в уравнении (1), до  $\beta = 10$ .

Особую сложность представляют собой задачи, когда нагрузка меняется во времени по произвольному закону и следует определить момент разрушения (долговечность материала). Как в этом случае поступить, если из лабораторных испытаний известны только параметры долговечности, полученные при действии постоянно напряжения  $t_d = f(\sigma)$ ?

Для решения этой задачи необходимо ввести новое абстрактное понятие — **дефект долговечности**, под которым понимаем нормированную относительную меру потери ресурса долговечности (поврежденности). По мере роста дефекта долговечности материал как бы исчерпывает свой ресурс «жизни» — разрушается.

Пусть нам априори или апостериори известна функциональная зависимость долговечности от **постоянного** напряжения  $t_d = f(\sigma)$ , представленная на рисунке 2 одной из кривых. Для решения проблемы

разобьём всю заданную кривую изменения напряжений на очень близкую к ней ломаную линию, на которой каждому элементарному приращению  $\Delta t$  будет соответствовать элементарный участок постоянного напряжения  $\Delta \sigma$ . Тогда на этом элементарном участке за время  $\Delta t$  возникнет элементарный дефект долговечности:

$$\Delta \omega = \frac{\Delta t}{t_d} = \frac{\Delta t}{f[\sigma(t)]}, \quad (10)$$

где  $f[\sigma(t)]$  — долговечность породы при постоянном напряжении типа (3) или (8).

Эта формула представляет собой известный принцип Бейли – Робинсона суммирования поврежденностей, названный в честь учёных, которые впервые его предложили и исследовали. Для уравнения долговечности (9) получим интегральное уравнение, из которого следует определить искомое время до разрушения  $t_d = f(\sigma)$ , стоящее на позиции верхнего предела интеграла:

$$\int_{\omega_0}^1 d\omega = \int_{t_0}^{t_d} \frac{d\tau}{f[\sigma(t)]} = 1, \quad (11)$$

где  $\omega_0$  — начальная поврежденность материала при  $t = t_0$ ;

$t_0$  — момент времени, когда действующее напряжение преодолело граничное значение  $\sigma(t) > \sigma_\infty$ .

#### 4 Закономерности смещений пород в выработку

Развитие ПГД в горной выработке связано с описанием закономерностей смещений горных пород в выработку, которые вызваны разрушением окружающего массива горных пород во времени.

Предшествующие попытки теоретического описания кинетических закономерностей ПГД основывались на математических моделях ползучести, что обрекло их на неудачу. Для построения новой математической модели для учёта кинетических про-

цессов разрушения пород воспользуемся ранее полученными результатами о статике формирования зоны запредельных деформаций (ЗЗД) в окрестности горной выработки (рис. 4) [8]. Особенностью предложенной математической модели развития горного давления в выработке является учёт возникающей в процессе разрушения радиальной анизотропии прочности пород в ЗЗД.

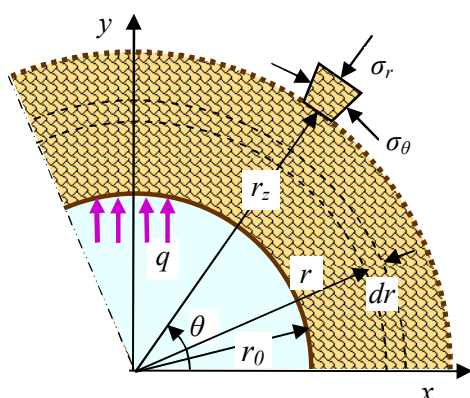


Рисунок 4 Расчётная схема задачи формирования ЗЗД вокруг выработки (показана часть круговой выработки)

В результате ранее выполненных исследований [8] были получены теоретические формулы для определения размера ЗЗД вокруг круглой выработки:

$$\rho_z = \left[ \frac{2p}{(\mu+2)q} \right]^{\frac{1}{\mu}} = \left[ \frac{2p - \sigma_c}{(k_\varphi + 1)q} \right]^{\frac{1}{\mu}}, \quad (12)$$

где  $\rho_z$  — относительный радиус ЗЗД, равный отношению реального радиуса ЗЗД  $r_z$  к радиусу выработки  $r_0$ :  $\rho_z = r_z / r_0$ ;

$p$  — напряжённое состояние массива, равное давлению вышележащей толщи горных пород с объёмным весом  $\gamma$  на глубине  $H$ ,  $p = \gamma H$  МПа;

$\sigma_c$  — показатель прочности породы на одноосное сжатие, МПа;

$q$  — грузонесущая способность податливой крепи, установленной в выработке, МПа;

$\mu$  — коэффициент устойчивости пород вокруг выработки, определяется по формуле:

$$\mu = 2 \frac{(k_\varphi - 1)p + \sigma_c}{2p - \sigma_c}, \quad (13)$$

где  $k_\varphi$  — параметр угла внутреннего трения  $\varphi$  породы, равный:

$$k_\varphi = (1 + \text{Sin}\varphi) / (1 - \text{Sin}\varphi), \quad (14)$$

( $0 \leq k_\varphi \leq 3$ ).

В формуле (12) оба выражения равноправны, однако в дальнейшем мы будем использовать второе из них, где радиус ЗЗД выражен через прочностные свойства породы в явном виде.

Напряжения в окрестности выработки при образовании вокруг неё ЗЗД можно определить по формулам:

– **вне ЗЗД** для области  $\rho_z \leq \rho < \infty$ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{aligned} \right\} = p \mp (p - \sigma_r^*) \cdot \rho^{-2}; \quad \tau_{r\theta} = 0; \quad (15)$$

где  $\rho = r / r_0$  — относительный радиус, изменяется в пределах  $\rho_z \leq \rho < \infty$ ;

$\rho_z = r_z / r_0$  — относительный радиус границы ЗЗД.

– **внутри ЗЗД** для области  $1 \leq \rho \leq \rho_z$ :

$$\sigma_r = q \rho^\mu, \quad \sigma_\theta = (\mu + 1)q \rho^\mu. \quad (16)$$

Образование вокруг выработки ЗЗД за счёт постепенного разрушения пород, которое сопровождается увеличением их объёма (дилатансией), вызывает смещения пород, направленные внутрь выработки, приводящие к уменьшению её радиуса.

При определении смещений пород учитываем дилатансионные эффекты внутри ЗЗД, вызванные разупрочнением пород и играющие первостепенную роль в деформационных процессах при ПГД.

Для расчёта радиальных деформаций пород вокруг выработки следует воспользоваться формулой [8]:

$$\varepsilon_r = \frac{d_m}{2} \rho^2 \left[ 1 - \frac{q}{p} \rho^\mu - \frac{\mu}{\mu + 2} \left( \frac{\rho_z}{\rho} \right)^2 \right], \quad (17)$$

где  $1 \leq \rho \leq \rho_z$  — относительный радиус внутри ЗЗД с внешней границей  $\rho = \rho_z$ ;

$d_m$  — постоянная, равная предельному значению коэффициента разрыхления породы при её полном разупрочнении от сдвиговых деформаций, определяется экспериментально для каждого типа породы.

На основании накопленных экспериментальных данных при проведении шахтных инструментальных наблюдений для определения  $d_m$  можно предложить следующее аппроксимирующее уравнение:

$$d_m = 0,3 \cdot tg\varphi = 0,3 \cdot f, \quad (18)$$

$$(0 \leq d_m < 0,2),$$

где  $f = tg\varphi$  — коэффициент внутреннего трения породы.

Полученное выражение (17) имеет достаточно простой и удобный для расчётов вид и позволяет определить радиальную деформацию пород вокруг выработки внутри ЗЗД при произвольном значении относительного радиуса ЗЗД в пределах  $1 \leq \rho \leq \rho_z$ .

Из формулы (17) следует, что на внешней границе ЗЗД  $\rho = \rho_z$  радиальными деформациями можно пренебречь, поскольку упругая разгрузки массива и ползучесть пород дают деформации второго порядка малости по сравнению с деформациями от дилатансии внутри ЗЗД.

Таким образом, статика смещений породного контура полностью зависит от размеров ЗЗД вокруг горной выработки.

### **5 Кинетика ПГД в горной выработке**

Задача кинетики ПГД, т. е. описания развития смещений контура выработки во времени, давно интересовала многих исследователей.

Как известно из шахтных инструментальных наблюдений, смещения пород вокруг выработки развиваются во времени и носят затухающий характер [7]. Внешне графики смещений породного контура выработки во многом напоминают графики

ползучести пород, полученные при их лабораторных испытаниях.

Вот почему ранее задачу описания смещений пород пытались получить на основе привлечения различных теорий ползучести. При этом не учитывался тот факт, что ползучесть несовместима с главным процессом при ПГД — потерей сплошности и разрушением пород, что делает использование законов ползучести некорректным.

В нашем исследовании мы отказываемся от гипотезы ползучести как главного источника деформаций и описываем процессы деформирования пород на основе изучения закономерностей развития ЗЗД вокруг выработки, когда основные смещения происходят вследствие процессов дилатансии, сопровождающих разрушение пород.

Такой подход кардинальным образом меняет не только исходную концепцию, положенную в основу решения поставленной проблемы, но и заставляет исследователей сосредоточиться на таких свойствах горных пород и других материалов, которые ранее не привлекали особенного внимания и оставались почти неизученными. Если при использовании теории ползучести пород необходимо было исследовать их свойства релаксации и ретардации при разных законах нагружения, то новый подход требует совершенно иных лабораторных исследований, связанных с изучением микромеханики и кинетики разрушения породных массивов [8].

В первую очередь это относится к таким физико-механическим показателям пород, которые требуются для адекватного описания проявлений дилатансии при разрушении и процессов изменения прочностных свойств во времени (см. разделы 2 и 3).

Решение задачи значительно усложнено тем, что следует искать решение о движении границы ЗЗД вглубь массива, обусловленном снижением длительной прочности породы в условиях переменного поля упругих напряжений перед непрерывнодвигающимся фронтом хрупкого разрушения (ФХР) вокруг выработки.



Задача описания кинетики ПГД в горной выработке состоит в определении параметров движения ФХР вглубь массива за счёт снижения длительной прочности пород в окрестности выработки и вычисления вызванных этим процессом их деформаций и смещений в выработку.

Можно предложить такой путь решения этой задачи. Опираясь на основные соотношения и зависимости, полученные при решении задачи статики ПГД вокруг выработки (см. п. 4), мы можем найти частную производную безразмерного радиуса ЗЗД  $\rho_z$  по длительной прочности горных пород  $\sigma_d$ :

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial \sigma_d} = \frac{\partial}{\partial \sigma_d} \left[ \frac{2p}{(\mu(\sigma_d) + 2)q} \right]^{\frac{1}{\mu(\sigma_d)}}, \quad (19)$$

$$\text{где } \mu(\sigma_d) = 2 \frac{(k_\varphi - 1)p + \sigma_d}{2p - \sigma_d} \text{ из (13).}$$

Как видим, получается достаточно сложное дифференциальное уравнение. Далее находим скорость изменения длительной прочности горных пород  $\sigma_d$  по времени, используя уравнение длительной прочности (8):

$$\frac{\partial \sigma_d}{\partial t} = \frac{\sigma_\infty}{t_0} \left[ \frac{\sigma_d}{\sigma_\infty} - 1 \right]^{\beta+1}. \quad (20)$$

Перемножая левые и правые части уравнений (19) и (20), получим искомое дифференциальное уравнение для отыскания зависимости радиуса ЗЗД от времени, т. е. кинетику движения ФХР вокруг выработки:

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial t} = \frac{\sigma_\infty}{t_0} \left[ \frac{\sigma_d}{\sigma_\infty} - 1 \right]^{\beta+1} \times \frac{\partial}{\partial \sigma_d} \left[ \frac{2p}{(\mu(\sigma_d) + 2)q} \right]^{\frac{1}{\mu(\sigma_d)}}. \quad (21)$$

Полученное дифференциальное уравнение характеризует скорость движения

ФХР и после интегрирования позволит найти все особенности кинетики развития ПГД вокруг выработки. Однако это уравнение не удаётся решить в квадратурах из-за присущей ему сильно выраженной нелинейности. Более того, даже если это было бы возможно, итоговое решение оказалось бы слишком сложным и труднообозримым, что полностью нивелирует его практическое применение в расчётах при проектировании горных выработок.

Следовательно, необходимо использовать иной подход, пусть даже не вполне корректный с теоретических позиций, но удобный для получения практически применимых формул. Для этого воспользуемся аналитико-экспериментальным методом описания сложных природных процессов, к которым, безусловно, принадлежат и ПГД.

Сущность аналитико-экспериментального метода решения задачи состоит в том, что на первом этапе выбирают и обосновывают идеализированную теоретическую модель изучаемого процесса и с её помощью получают теоретически корректное решение в виде формул, верно отражающих структурные связи между основными влияющими параметрами.

На втором этапе исследований производят корректировку теоретических зависимостей с помощью эмпирических коэффициентов, полученных путём обработки накопленных экспериментальных данных, добиваясь максимального соответствия расчётов опытным данным при минимальном количестве поправочных коэффициентов. Тем самым удаётся достигнуть упрощения конечных расчётных формул при вполне удовлетворительном уровне их достоверности, при этом компенсируются принятые на первом этапе идеализации и допущения.

Придерживаясь данной методики, применим в качестве базовой модели процесса полученные теоретические формулы (12)–(17) для вычисления деформаций пород в горную выработку. Развитие смещений будет происходить за счёт движения ФХР вокруг выработки, что приводит к росту размеров



(радиуса) ЗЗД. При этом на границе ФХР всегда соблюдается условие предельного состояния, т. е. перехода породы от упругого состояния к началу разрушения и запрелдльному деформированию.

Процесс предельного перехода породы из упругого в запрелдльное состояние зависит от всей предыстории нагружения породы во времени, т. е. в конечном счёте — от скорости движения ФХР, которая, в свою очередь, зависит от степени уменьшения прочности породы во времени перед ФХР.

Следовательно, можно принять в качестве рабочей гипотезы постулат, что движение границы ЗЗД можно описать, используя в формуле (12) переменную во времени прочность горной породы согласно зависимостям (8) и (9).

В этом случае мы получим искомое решение в виде простой формулы:

$$\rho_z(t) = \left[ \frac{2p}{[\mu(t) + 2]q} \right]^{\frac{1}{\mu(t)}}, \quad (22)$$

где коэффициент устойчивости пород  $\mu(t)$  становится явно зависимым от времени  $t$  через длительную прочность  $\sigma_d(t)$  по формуле (8):

$$\mu(t) = 2 \frac{(k_\phi - 1)p + \sigma_d(t)}{2p - \sigma_d(t)}. \quad (23)$$

Чтобы получить формулу для определения радиальных деформаций пород вокруг горной выработки, необходимо в (17) подставить функцию (22), что даёт:

$$\varepsilon_r(t) = \frac{d_m}{2} \rho^2 \times \left[ 1 - \frac{q}{p} \rho^\mu - \frac{\mu}{\mu + 2} \left( \frac{\rho_z(t)}{\rho} \right)^2 \right], \quad (24)$$

где  $1 \leq \rho \leq \rho_z(t)$  — относительный радиус внутри ЗЗД с внешней границей  $\rho_z(t)$ , которая в виде ФХР растёт во времени  $t$ .

Если текущий относительный радиус равен  $\rho = 1$ , то мы получим изменение во

времени радиальных деформаций  $\varepsilon_r(t)$  на контуре выработки.

Первый этап аналитико-экспериментального метода завершён. На втором этапе, чтобы согласовать расчётные теоретические результаты с данными шахтных инструментальных наблюдений, необходимо подобрать реологические параметры  $t_0, \beta$  в формуле (8) для описания длительной прочности  $\sigma_d(t)$ .

Целесообразно для этого накопить данные шахтных наблюдений за развитием деформаций пород вокруг горных выработок в различных горно-геологических условиях. Затем обработать данные методом наименьших квадратов и определить искомые параметры  $t_0, \beta$ , которые будут заметно отличаться от реологических параметров, полученных путём непосредственных лабораторных испытаний разных горных пород. Этим различием натуральных и лабораторных реологических параметров  $t_0, \beta$  будут компенсированы основные несоответствия идеальной и натурной моделей временных процессов в горной выработке.

Выполним анализ полученных зависимостей, чтобы убедиться в их возможности достаточно полно описать деформационные процессы ПГД в выработке.

В качестве примеров для численных расчётов возьмём средние для Донбасса горно-геологические условия, в которых на глубине  $H = 600 \dots 800$  м пройдена горизонтальная выработка с относительным радиусом  $\rho = 1$ .

Породный массив представлен алевролитами с объёмным весом  $\gamma = 25$  КПа/м и с длительной прочностью, которая описывается реологическим уравнением (8) со следующими параметрами:

– прочности на одноосное сжатие: мгновенная  $\sigma_0 = 45$  МПа и длительная  $\sigma_\infty = 25$  МПа;

– реологическая постоянная  $t_0 = 7$  сут.;

– параметр нелинейности  $\beta = 0,5$ .

На первом этапе произведём численную оценку временной задержки разрушения

пород в выработке после её проходки, что представляет практический интерес. Исходя из формулы (8), возможны три случая разрушения пород на контуре выработки во времени:

1) если начальные напряжения  $\sigma_\theta$  меньше длительной прочности породы  $\sigma_\theta < \sigma_\infty$ , то разрушения не наступает и контур выработки устойчив;

2) в случае, когда  $\sigma_\theta > \sigma_0$ , происходит немедленное разрушение контура и формирование ЗЗД на соответствующую глубину;

3) при соблюдении на породном контуре соотношения  $\sigma_0 > \sigma_\theta < \sigma_\infty$  он начинает разрушаться после окончания инкубационного периода накопления дефектов в породе, длительность которого можно найти по формуле (9).

На рисунке 5 можно проследить, как изменяется относительное время  $\tau = t/t_0$  до разрушения породного контура в зависимости от напряжений на контуре, отнесённых к длительной прочности пород  $s = \sigma_\theta / \sigma_\infty$ , когда соотношение между мгновенной  $\sigma_0$  и длительной  $\sigma_\infty$  прочностями пород равно  $\sigma_0 / \sigma_\infty = 1,4$ . Графики приведены для разных значений параметра нелинейности в пределах  $0,1 \leq \beta \leq 2$ , который значительно (в разы) влияет на начало разрушения пород.

После начала разрушения породного контура начинается рост ЗЗД вглубь массива во времени, что описывается формулой (22). На рисунке 6 показаны характерные графики изменения во времени радиального перемещения ФХР по мере углубления расположения выработки ( $H = 600, 700$  и  $800$  м).

Относительный радиус ЗЗД изменяется весьма заметно: по мере увеличения глубины от 1,8 до 2,5 и 3,3, т. е. значительно быстрее, чем рост глубины. Также по мере возрастания глубины существенно уменьшается и время  $\tau = t/t_0$  начала разрушения породного контура, которое составляет 1, 0,5 и 0,2  $t_0$ , или при  $t_0 = 7$  сут время начала разрушения составляет 7, 3,5 и 1,5 сут.

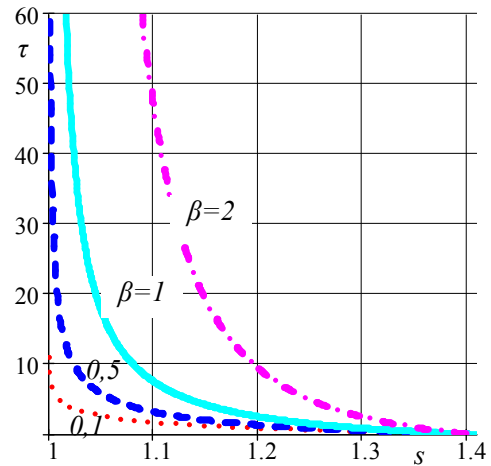


Рисунок 5 Зависимость времени  $\tau = t/t_0$  до разрушения пород на контуре выработки от уровня действующих напряжений  $s = \sigma_\theta / \sigma_\infty$

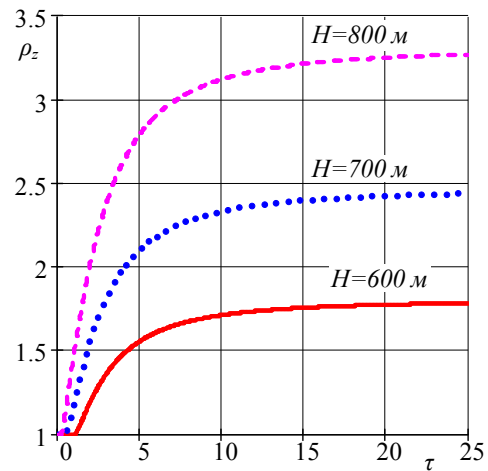


Рисунок 6 Рост относительного радиуса ЗЗД  $\rho_z = r_z / r_0$  вокруг горной выработки во времени, который выражен в относительных долях от реологического параметра  $\tau = t/t_0$

Наиболее важным показателем, характеризующим степень устойчивости горной выработки, считается радиальная деформация её породного контура. Для её определения воспользуемся формулой (24) и произведём численные расчёты для разных глубин расположения выработки. На рисунке 7 даны графики радиальных деформаций в виде их зависимости от относительного времени после удаления проходческого за-

боя от фиксированного сечения горной выработки. Теоретически полученные результаты вполне удовлетворительно совпадают с данными многочисленных шахтных инструментальных наблюдений на замерных станциях, установленных в подготовительных горных выработках [7, 9].

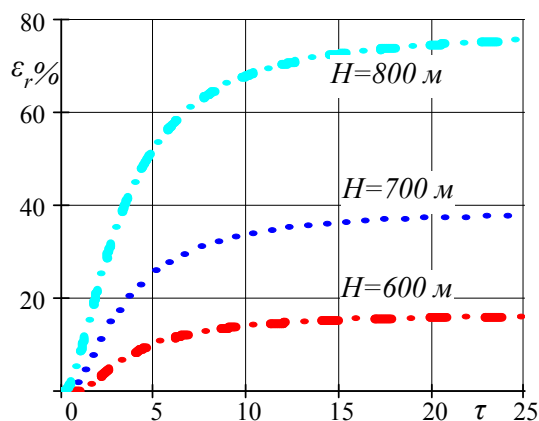


Рисунок 7 Графики возрастания радиальных смещений  $\varepsilon_r$  % породного контура выработки в зависимости от относительного времени  $\tau$  на разных глубинах  $H$  разработки

Следует заметить, что начальный участок этих графиков в отличие от теоретических расчётов будет несколько растянут во времени из-за сдерживающего влияния проходческого забоя. Область такого влияния забоя выработки распространяется на длину порядка 3–4 радиусов выработки и мало влияет на конечные смещения пород, что позволяет её пренебречь.

### Выводы

Таким образом, поставленная задача по описанию кинетики развития ПГД в горной выработке решена. Тем самым замыкается

### Библиографический список

1. Работнов, Ю. Н. Ползучесть элементов конструкции [Текст] / Ю. Н. Работнов. — М. : Наука, 1966. — 753 с.
2. Безухов, Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести [Текст] / Н. И. Безухов. — [2-е изд.]. — М. : Высшая школа, 1968. — 512 с.
3. Малинин, Н. И. Прикладная теория пластичности и ползучести [Текст] / Н. И. Малинин. — М. : Машиностроение, 1968. — 400 с.

цикл теоретических исследований по изучению развития механических процессов разрушения и деформирования горных пород при сооружении горных выработок.

Новизна полученных результатов состоит в следующем:

1) установлено, что основной вклад в кинетику процессов ПГД вносит изменение прочности пород вокруг выработки во времени на границе ФХР;

2) исследованы закономерности снижения длительной прочности пород во времени не только при постоянном, но и при переменном поле напряжений;

3) получены обобщённые формулы для описания снижения прочности пород во времени при произвольной внешней нагрузке за счёт введения понятия роста дефектов долговечности материала;

4) разработана новая расчётная модель кинетики движения ФХР в окрестности горной выработки;

5) впервые предложены расчётные алгоритмы определения изменения во времени размеров ЗЗД и радиальных деформаций пород вокруг выработки, что позволяет перейти к разработке нормативных документов по прогнозу устойчивости выработки во времени.

Задачей дальнейших исследований являются обоснование и разработка методов учёта неосесимметричных факторов, способных существенно уточнить исходную расчётную схему порождающего решения. Это в конечном счёте позволит перейти к созданию аналитического метода прогноза ПГД с учётом реальных горно-геологических условий сооружения и эксплуатации горной выработки.

4. Журков, С. Н. Кинетическая концепция прочности твёрдых тел [Текст] / С. Н. Журков. — Вестник АН СССР. — 1968. — № 3. — С. 46–52.
5. Регель, В. Р. Кинетическая природа прочности твёрдых тел [Текст] / В. Р. Регель, А. И. Слуцкер, Э. Е. Томашевский. — М. : Наука, 1974. — 560 с.
6. Литвинский, Г. Г. Аналитическая теория прочности [Текст] / Г. Г. Литвинский. — Донецк : Норд-Пресс, 2008. — 207 с.
7. Черняк, И. Л. Повышение устойчивости подготовительных выработок [Текст] / И. Л. Черняк. — М. : Недра, 1993. — 256 с.
8. Литвинский, Г. Г. Статика разрушения и деформирования пород вокруг горной выработки [Текст] / Г. Г. Литвинский // Сб. науч. трудов ДонГТУ. — Алчевск : ДонГТУ, 2017. — Вып. 7 (50). — С. 19–30.
9. Jovanović, P. Projektovanje i proračun podgrade horizontalnih podzemnih prostorija [Text]. T. 2. / Petar Jovanović. — Beograd : Rudarsko-geološki fakultet Univerziteta, 1994. — 316 str.

© Литвинский Г. Г.

**Рекомендована к печати д.т.н., проф., зав. каф. СЗПСиГМ ДонНТУ Борщевским С. В.  
к.т.н., доц. каф. РМПИ ДонГТУ Мележником А. И.**

Статья поступила в редакцию 01.06.18.

**проф. Литвинський Г. Г. (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)**

#### **КІНЕТИКА РУЙНУВАННЯ І ДЕФОРМУВАННЯ ПОРІД НАВКОЛО ГІРСЬКОЇ ВИРОБКИ**

Запропоновано математичну модель кінетики деформування порід на основі використання залежних від часу процесів їх руйнування. Проведено теоретичні дослідження законів зміни міцності породи під дією змінного в часі навантаження. Розглянуто теоретичні аспекти кінетики процесу руйнування порід навколо виробки. Дана методика розрахунку руху фронту крихкого руйнування та деформацій порід в результаті дилатансійних процесів в зоні руйнування. Методика може бути використана для розробки нормативних документів при проектуванні виробок.

**Ключові слова:** гірський тиск, виробка, позамежна поведінка порід, дилатансія, фронт крихкого руйнування, кінетика деформацій, дефектність порід, швидкість зсуву порід.

**Prof. Litvinsky G. G. (DonSTU, Alchevsk, LPR)**

#### **KINETICS OF ROCKS DESTRUCTION AND DEFORMATION AROUND MINING EXCAVATION**

A mathematical model of rock deformation kinetics is proposed by using of temporary processes of their destruction. Theoretical studies of the laws on changing in rock strength under the influence of time-varying load are carried out. Theoretical aspects of the kinetics of the rock destruction process around the mine are considered. A technique is given for calculating the motion of the brittle fracture front and rock deformations as a result of dilatancy processes in the fracture zone. The methodology can be used to compile normative documents when designing excavations.

**Key words:** rock pressure, mining excavation, post ultimate rock behavior, dilatancy, brittle fracture front, kinetics of deformations, loss of rocks strength, displacement speed.