

УДК 621.512.65.011.46.002.235+669

к.т.н. Рутковский Ю.А.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР),  
к.ф.-м.н. Ризун В.И.  
(г. Луганск, ЛНР),  
к.т.н. Рутковский А.Ю.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР),  
Найчук В.В.  
(инженер-конструктор Сумского НПО, Сумы)

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ДАВЛЕНИЯ ВО ВСАСЫВАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ ПОРШНЕВОГО КОМПРЕССОРА ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗА В НЕЙ С ДОЗВУКОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Рассмотрены вопросы возникновения и распространения волн давлений газа во всасывающей системе поршневого компрессора, состоящей из трубопровода, всасывающего клапана и переменного объема цилиндра, подключаемого к трубопроводу в период всасывания. Получены дифференциальные уравнения, позволяющие определить амплитуду и фазу собственных колебаний давления движущегося с дозвуковой скоростью газа в трубе, имеющей на конце емкость с переменной вместимостью. Впервые это уравнение решено методом интегральных рядов.

**Ключевые слова:** компрессор, всасывающая система, дифференциальные уравнения, колебания давления, цилиндр, интегральные ряды, определитель Вронского.

### Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

При работе поршневого компрессора из-за периодических процессов всасывания во всасывающей системе возникают интенсивные колебания давления (рис. 1).

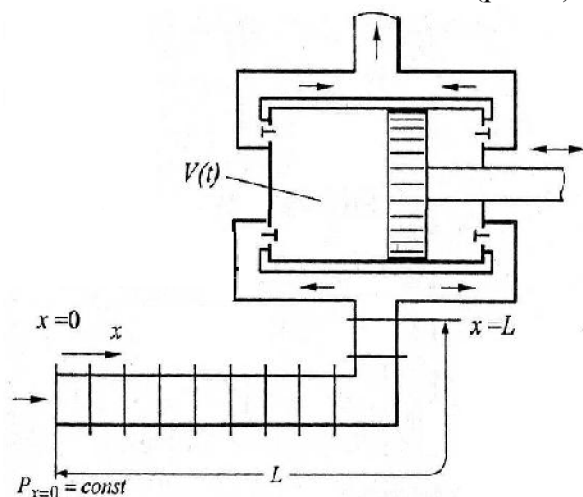


Рисунок 1 – Схема всасывающей системы поршневого компрессора с цилиндром двойного действия в первой ступени и переменной длиной всасывающего трубопровода

Распространяясь в полость цилиндра в период всасывания, эти колебания приводят к тому, что коэффициент наполнения будет большим или меньшим, чем при стационарном движении воздуха. Известно, что при правильно подобранных резонансных параметрах всасывающей системы, т. е. длины и диаметра всасывающего трубопровода, обеспечивающих равенство частот собственных колебаний газа  $\omega_0$  с частотой главной гармоники вынуждающих колебаний (для цилиндра двойного действия главной гармоникой является вторая), наступает резонанс колебаний (рис. 2). Амплитуда колебаний давления перед всасывающими клапанами достигает  $1,2 \dots 1,25$  от величины атмосферного давления, производительность компрессора увеличивается при этом на  $20 \dots 25\%$  [1, 3].

Такое же явление наблюдается и у двигателей внутреннего сгорания. В работе [2] отмечается, что мощность двигателя в режиме резонансного наддува может быть увеличена на  $41\%$ .

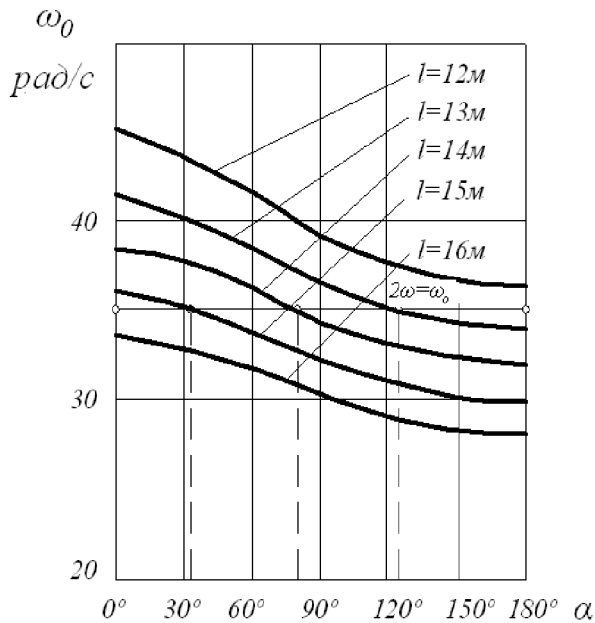


Рисунок 2 – Изменение собственной частоты колебаний всасывающей системы компрессора 2ВГ в зависимости от переменного объема цилиндра

К явлениям колебаний давления газа во всасывающей системе в последнее время привлекается возрастающее внимание как со стороны потребителей, так и со стороны создателей компрессорной техники. Особенно это видно по публикациям, касающимся воздушных поршневых компрессоров, у которых всасывающий трубопровод не входит в технологическую линию, и реализация интенсификации работы компрессора акустическим наддувом может быть получена без каких-либо капитальных затрат путем изменения длины всасывающего трубопровода. Резонансная интенсификация может явиться наиболее экономичным методом повышения производительности компрессора при его эксплуатации в промышленных условиях [3].

На рисунке 3 представлены экспериментальные зависимости производительности компрессора ВП-50/8М от длины всасывающего трубопровода при прямооточных всасывающих клапанах типа ПИК (кривая 1) и кольцевых клапанах типа 10К-180 (кривая 2). В технической литературе они полу-

чили название характеристик производительности поршневого компрессора при резонансной интенсификации его работы [4].

Как видно из рисунка 3, повышение производительности компрессора ВП-50/8М при резонансной длине всасывающего трубопровода, равной  $L_{вс} = 4,2$  м, составили 16,2 % при прямооточных клапанах типа ПИК и 9 % при кольцевых клапанах типа 10К-180. Изменение конструкции клапана не повлияло на величину резонансной длины всасывающего трубопровода, однако существенно отразилось на эффективности резонансной интенсификации производительности компрессора – прибавка производительности уменьшилась почти на 7%.

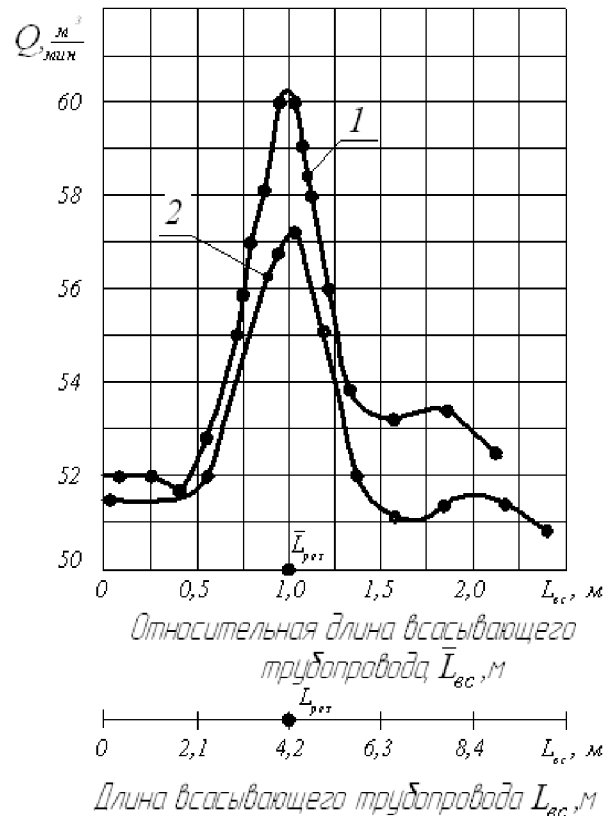


Рисунок 3 – Характеристики производительности поршневого компрессора ВП-50/8М при резонансной интенсификации его работы  
кривая 1 – прямооточные клапаны;  
кривая 2 – кольцевые клапаны

**Постановка задачи.**

В настоящей работе ставится задача определения амплитуды и фазы вынужденных колебаний давления газа во всасывающей системе с учетом переменного объема цилиндра, соизмеримого с объемом всасывающего трубопровода, методом интегральных рядов [5, 6]. Следует отметить, что подобную задачу решал Боднер В. А. [2], однако в своих исследованиях он заменил переменный объем цилиндра его средним значением. Такая замена позволила лишь учесть объем цилиндра как важный акустический элемент, влияющий на собственную частоту системы. В действительности мы имеем дело с переменным объемом цилиндра, величина которого, как указано выше, соизмерима с объемом всасывающего трубопровода, настроенного на резонанс по второй гармонике (рис. 2). Это обстоятельство нельзя не учитывать при исследовании колебаний давления на работу и энергетические затраты на привод поршневого компрессора.

**Изложение материала и его результаты.**

Рассмотрим процесс возникновения колебаний давления во всасывающей системе. Обычно компрессор имеет прямую всасывающую трубу длиной  $L$ , открытую с одного конца, а второй конец подключен к цилиндру, объем которого периодически меняется (рис. 1). В качестве физической модели принимаем идеальный компрессор с цилиндром двойного действия. Импульсом движения газа служит движение поршня. Движение газа в трубе считается одномерным, число Маха не превышает 0,06.

И. А. Чарный [7] показал, что движение газа с дозвуковой скоростью в длинных трубах достаточно точно описывается линейаризованной системой уравнений:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + 2a\rho u, \quad (1)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = C_{36}^2 \frac{\partial}{\partial t}(\rho u), \quad (2)$$

$$\frac{p}{\rho^k} = const, \quad (3)$$

где  $u$  – скорость;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $2a$  – постоянный множитель, зависящий от гидравлического сопротивления трубы, от гидравлического радиуса и от средней скорости газа в трубе.

Отличительной особенностью идеального компрессора является отсутствие теплообмена со стенками цилиндров при всасывании газа.

В этом случае приращение внутренней энергии газа в цилиндре находится как разность энтальпии поступающего газа и работы, затраченной газом при движении поршня [1]:

$$C_v d(MT) = C_p T_{gc} dM - p dV, \quad (4)$$

где  $C_v$ ,  $C_p$  – соответственно теплоемкость газа при постоянном объеме и давлении;  $M$  – массовое количество газа в цилиндре;  $T$  и  $T_{gc}$  – абсолютная температура газа в цилиндре и перед всасывающим клапаном в СТВ (стандартной точке всасывания) °К;  $p$  – давление в цилиндре (абсолютное) Па;  $V$  – переменный объем цилиндра, м<sup>3</sup>.

Принимая во внимание соотношение:

$$MT = \frac{pV}{R},$$

где  $R$  – газовая постоянная, Дж/(кг·град),

получим

$$\frac{C_v}{R} V dp + \frac{C_p}{R} p dV = C_p T_{gc} dM. \quad (5)$$

Учитывая, что  $\frac{C_p}{C_v} = K$ , где  $K$  – показатель адиабаты, а  $C_{36} = \sqrt{KRT_{gc}}$  – скорость

звука во всасывающей системе, уравнение (5) после деления на  $dt$  принимает вид

$$C_{36}^2 \frac{dM}{dt} = V \frac{dp}{dt} + KP \frac{dV}{dt}. \quad (6)$$

Очевидно, что  $\frac{dM}{dt}$  есть то количество газа, которое поступает в цилиндр в единицу времени за период всасывания. Этот мгновенный расход может быть выражен через скорость около клапана и плотность.

$$\frac{dM}{dt} = Spu, \quad (7)$$

где  $S$  – площадь сечения отверстия клапана.

Таким образом, граничное условие при  $x = l$  запишется:

$$SC_{36}^2 pu = V \frac{dp}{dt} + KP \frac{dV}{dt}. \quad (8)$$

Дадим другое выражение граничного условия. Определим  $u$  из уравнения (8) и, взяв его производную по времени, подставим ее значение в уравнение (1). После ряда простых преобразований получим исходное дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами:

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + \left( 2a + \frac{1+K}{V} \frac{dV}{dt} \right) \frac{dp}{dt} + \left( \frac{K}{V} \frac{d^2 V}{dt^2} + \frac{2aK}{V} \frac{dV}{dt} \right) p = \frac{C_{36}^2 S}{V} \frac{dp}{dx} \Big|_{x=l} \quad (9)$$

Пользуясь подстановкой:

$$dt = \frac{d\alpha}{d\omega},$$

где  $\alpha$  – угол поворота кривошипа,  $\omega$  – угловая скорость, получим другой вид уравнения:

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + A(\alpha) \frac{dp}{d\alpha} + B(\alpha) p = f(\alpha), \quad (10)$$

где

$$A(\alpha) = \frac{2a}{\omega} + \frac{1+K}{V} \frac{dV}{d\alpha};$$

$$B(\alpha) = \frac{K}{V} \frac{d^2 V}{d\alpha^2} + \frac{2aK}{\omega} \frac{dV}{d\alpha};$$

$$f(\alpha) = - \frac{C_{36}^2 V}{\omega^2 V} \frac{dp}{dx} \Big|_{x=l}. \quad (11)$$

Рассмотрим сначала однородное дифференциальное уравнение (ДУ):

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + A(\alpha) \frac{dp}{d\alpha} + B(\alpha) p = 0, \quad (12)$$

которое получено из ДУ (10) для случая, когда  $f(\alpha) = 0$ .

Преобразуем ДУ (12) с помощью подстановки:

$$p(\alpha) = e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} z(x), \quad (13)$$

где  $z(x)$  – новая искомая функция.

Согласно (13) имеем:

$$p' = -\frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} \cdot z + e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} \cdot z'; \quad (14)$$

$$p'' = \frac{1}{4} A^2 e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} - \frac{1}{2} A e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} \cdot z - A e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} \cdot z' + e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} \cdot z''. \quad (15)$$

Подставляя (13)...(15) в ДУ(12), получим

$$z'' + D(\alpha) z = 0, \quad (16)$$

$$\text{где } D(\alpha) = B(\alpha) - \frac{1}{2} A(\alpha) - \frac{1}{4} A^2(\alpha).$$

Будем решать ДУ методом интегральных рядов (МИР) [5]. Применяя МИР к ДУ(16), запишем частные решения  $z_1(\alpha)$  и  $z_2(\alpha)$  в виде:

$$z_1(\alpha) = 1 - \int (\int D(\alpha) d\alpha) d\alpha + \int \left\{ \left( D(\alpha) \cup (\int D(\alpha) d\alpha) d\alpha \right) \right\} d\alpha - \dots, \quad (17)$$

$$z_2(\alpha) = \alpha - \int (\int \alpha D(\alpha) d\alpha) d\alpha + \dots \quad (18)$$

Скорость сходимости рядов-решений (17) и (18) достаточно хорошая [5, 6]. Поэтому в рядах (17) и (18) (при практическом их использовании) можно ограничиться небольшим числом членов в этих рядах. Наличие такой ситуации значительно облегчает дальнейшие исследования. Особенно это важно при числовых экспе-

риментах [5, 6]. При этом отметим, что ряды-решения (17) и (18) являются не приближенными, а точными, т. е. они тождественно удовлетворяют ДУ (16).

Частные решения (17) и (18) линейно независимы [5], поэтому общее решение ДУ (16) находится по формуле:

$$z(\alpha_0) = C_1 z(\alpha) + C_2 z_2(\alpha), \quad (19)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования, которые могут быть определены из заданных начальных условий:

$$z(\alpha_0) = z_0, \quad z'(\alpha_0) = z'_0.$$

Для нахождения общего решения ДУ (10) используется известная формула [9]:

$$P(\alpha) = P_{од}(\alpha) + P_{чнд}(\alpha), \quad (20)$$

где  $P_{од}(\alpha)$  – общее решение однородного ДУ (12), которое находится по формуле (19), а  $P_{чнд}(\alpha)$  – частное решение неоднородного ДУ (10).

Согласно (13) и (19), общее решение  $P_{од}(\alpha)$  можно представить в виде

$$P_{од}(\alpha) = e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} [C_1 z_1(\alpha) + C_2 z_2(\alpha)], \quad (21)$$

а частное решение неоднородного ДУ (10) находится по формулам [10]:

$$P_{чнд}(\alpha) = P_2(\alpha) \int \frac{P_1(\alpha) f(\alpha)}{W(\alpha)} d\alpha - P_1(\alpha) \int \frac{P_2(\alpha) f(\alpha)}{W(\alpha)} d\alpha, \quad (22)$$

где

$$P_1(\alpha) = e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} z_1(\alpha); \quad (23)$$

$$P_2(\alpha) = e^{-\frac{1}{2} \int A d\alpha} z_2(\alpha); \quad (24)$$

$W(\alpha)$  – определитель Вронского:

$$W(\alpha) = \begin{vmatrix} P_1(\alpha) & P_2(\alpha) \\ P_1'(\alpha) & P_2'(\alpha) \end{vmatrix}.$$

Для упрощения дальнейших выкладок в формулах (11) будем полагать  $a = 0$ ,  $k_1 = 1$ , тогда

$$A(\alpha) = \frac{2dV}{Vdt}, \quad B(\alpha) = \frac{d^2V}{Vd\alpha^2}. \quad (25)$$

Подставляя выражения (23) и (24) в (25), имеем

$$A(\alpha) = \frac{2 \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}, \quad B(\alpha) = \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha}. \quad (26)$$

Учитывая (26), ДУ (16) примет вид:

$$z'' - \frac{4}{(1 - \cos \alpha)^2} z = 0. \quad (27)$$

Теперь запишем одно решение ДУ (28). Согласно (17) во втором приближении  $z_1(\alpha)$  запишется так:

$$z_1(\alpha) = 1 + 4 \int \left( \int \frac{d\alpha}{(1 - \cos \alpha)} \right) d\alpha - \dots \quad (28)$$

После интегрирования получим:

$$z_1(\alpha) = 1 + \frac{2}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha - \ln |\operatorname{tg} \alpha| - \dots \quad (29)$$

Тогда  $P_1(\alpha)$  найдем по формуле:

$$P_1(\alpha) = e^{-\frac{1}{2} \int \frac{2 \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} d\alpha} z_1(\alpha) = \frac{1}{1 - \cos \alpha} \left( 1 + \frac{2}{3} \operatorname{ctg}^2 \alpha - \ln |\operatorname{tg} \alpha| \right). \quad (30)$$

Используя выражение

$$D(\alpha) = -\frac{4}{(1 - \cos \alpha)^2}, \quad \text{находим } z_2(\alpha) \text{ по}$$

формуле (18). Тогда общее решение ДУ (10) строится согласно (20), учитывая при этом выражение  $P_{од}(\alpha)$  (21) и  $P_{чнд}(\alpha)$  (22). Используя выражение

$$D(\alpha) = -\frac{4}{(1 - \cos \alpha)^2},$$

находим  $z_2(\alpha)$  по формуле (18). Тогда общее решение ДУ (10) строится согласно (20), учитывая при этом выражение  $P_{од}(\alpha)$  (21) и  $P_{чнд}(\alpha)$  (22).

На рисунке 4 изображен график решения функции (30), из которого видно, что давление в результате его колебания приобретает предельные значения при изменении угла поворота коленчатого вала в пределах от 20 до 75°.

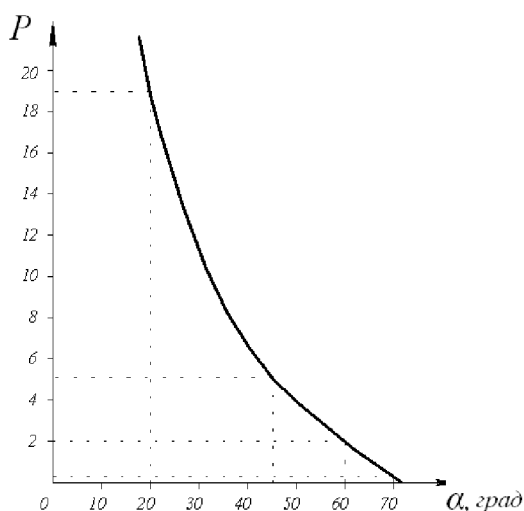


Рисунок 4 – График изменения давления в цилиндре при переменном угле поворота коленчатого вала

### Выводы и направление дальнейших исследований.

Полученные в работе с помощью интегральных рядов уравнения собственных колебаний давления газа во всасывающей системе поршневого компрессора являются необходимым, но еще недостаточным условием определения влияния этих колебаний на производительность компрессора. Задачей дальнейшего исследования является установление закономерностей между газодинамическими явлениями во всасывающей системе и термодинамическими процессами, имеющими место при всасывании, сжатии, нагнетании и расширении сжатого воздуха из вредного пространства, что дает возможность определить положительные и отрицательные стороны резонансной интенсификации поршневых компрессоров.

### Библиографический список

1. Френкель М.И. Поршневые компрессоры / М.И. Френкель. — М. : Машиностроение, 1969. — 742 с.
2. Боднер В.А. Повышение мощности двигателя внутреннего сгорания / В.А. Боднер // Дизелестроение, 1939. — № 10–11. — С. 48–51.
3. Рутковский Ю.А. Повышение подачи поршневых компрессоров путем использования резонансных колебаний давления газа во всасывающих системах / Ю.А. Рутковский // Уголь Украины, 2011. — № 7. — С. 26–31.
4. Рутковский Ю.А. Резонансные волновые процессы во всасывающих системах поршневых компрессоров / Ю.А. Рутковский // Технические газы. — 2010. — № 2. — С. 20–29.
5. Різун В.І. Метод інтегральних рядів (МІР) / В.І. Різун // Праці Луганського відділення Міжнародної Академії інформатизації, 2009. — № 1(18). — С. 72–82.
6. Різун В.І. Застосування методу інтегральних рядів в задачах електричних ланцюгів / В.І. Різун // Праці Луганського відділення Міжнародної Академії інформатизації, 2009. — № 2(19). — С. 119–123.
7. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубе / И.А. Чарный. — М. : Гостехиздат, 1951. — 305 с.
8. Кондратьева Т.Ф. Теоретические положения акустического наддува поршневых компрессоров / Т.Ф. Кондратьева, Ф.П. Петрова // Труды НИИХиммашиа. — М. : Машиностроение, 1965. — № 48. — С. 40–51.
9. Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камкэ. — М. : ФМ, 1961. — 704 с.

*Рекомендована к печати д.т.н., проф. ДонГТУ Новохатским А.М.,  
помощником главного инженера ПАО «АМК» Колесниковым М.В.*

*Статья поступила в редакцию 22.01.16.*

**к.т.н. Рутковський Ю.О.** (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР), **к.ф.м.н. Різун В.І.** (м. Луганськ, ЛНР), **к.т.н. Рутковський О.Ю.** (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР), **Найчук В.В.** (інженер-конструктор Сумського НВО, м. Суми, Україна)

### **ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ ТИСКУ У ВСМОКТУВАЛЬНІЙ СИСТЕМІ ПОРШНЕВОГО КОМПРЕСОРА ПРИ РУСІ ГАЗУ В НІЙ З ДОЗВУКОВОЮ ШВИДКІСТЮ**

*Розглянуто питання виникнення та поширення хвиль тисків газу у всмоктувальній системі поршневого компресора, що складається з трубопроводу, клапана, що всмоктує, і змінного об'єму циліндра, що підключається до трубопроводу в період всмоктування. Отримано диференціальні рівняння, що дозволяють визначити амплітуду і фазу власних коливань тиску газу в трубі, що рухається з дозвуковою швидкістю, з наявністю на кінці ємності зі змінною місткістю. Вперше це рівняння вирішено методом інтегральних рядів.*

**Ключові слова:** компресор, усмоктувальна система, диференціальні рівняння, коливання тиску, циліндр, інтегральні ряди, визначник Вронського.

**PhD in Engineering Rutkovskiy Yu.A.** (DonSTU, Alchevsk, LPR), **PhD in Physics and Mathematics Rizun V.I.** (Lugansk, LPR), **PhD in Engineering Rutkovskiy A.Yu.** (DonSTU, Alchevsk, LPR), **Naichuk V.V.** (design engineer at PJSC "Sumy Machine-Building Science", Sumy, Ukraine)

### **INVESTIGATION OF PRESSURE FLUCTUATION IN SUCTION SYSTEM OF PISTON COMPRESSOR CONSIDERING SUBSONIC GAS FLOW**

*In the paper it has been analyzed the formation and distribution of gas pressure waves in the suction system of piston compressor consisting of pipeline, suction valve, and variable displacement volume connected to pipeline at suction. Obtained differential equations allow the authors to determine amplitude and phase of gas pressure fluctuation in the pipeline with variable capacity of the reservoir at its end. For the first time the equation was solved by integral equation method.*

**Key words:** compressor, suction system, differential equations, pressure fluctuation, cylinder, integral lines, Wronskian determinant.