

УДК 658.15.336.5.02:622.33

д.э.н. Гришко Н.В.,  
Калмыкова Е.Ю.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДАМИ УГЛЕДОБЫВАЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ

*Разработана математическая модель управления расходами угледобывающих предприятий. Полученные с помощью математической модели прогнозные данные расчета полной себестоимости в разрезе элементов затрат дают возможность анализировать факторы и причины, которые обуславливают изменения управляющей системы, и применить альтернативные способы и методы достижения ожидаемого результата.*

**Ключевые слова:** затраты, капитал, модель, нелинейность, предприятие, прогноз, себестоимость, система, фактор, функция, труд, этап.

### Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

При классическом подходе к моделированию экономических систем используются линейные системы, в которых на небольшое количество сигналов на входе реагирует незначительная реакция на выходе. Интерес постнеоклассической науки, парадигматика которой в большинстве случаев обуславливается термодинамикой неравновесных процессов, смещается в сторону нелинейных систем как более присущих природе.

Неоклассические модели экономического роста преодолели ряд ограничений кейнсианских моделей и позволили более точно описывать особенности макроэкономических процессов [1, 2]. Неоклассическая теория экономического роста исследует механизм действия таких его факторов как капитал (K) и труд (L) через индекс многофакторной производительности и производственной функции.

Оценивание параметров производственной функции Кобба-Дугласа осуществляли В. Дубницкий, Г. Клейнер, В.Лотов, Ю. Лукашин и др. [3, 4, 5, 6, 7].

Харьковские ученые в статье [8] осуществили сравнение качества оценок параметров производственной функции Кобба-Дугласа, полученных методами линейного и нелинейного регрессионного анализа, с

помощью методов Ньютона-Гаусса и Левенберга-Марквардта.

Установление конкретной количественной формы выражения взаимосвязи между уровнем производительности труда и его капиталовооруженностью в процессе экономического роста основывается на производственных функциях. Экономическое содержание производственных функций состоит в выявлении влияния на экономический рост каждого производственного фактора в частности и результата их совокупного действия, то есть производственные функции раскрывают механизм действия факторов экономического роста.

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является создание математической модели прогнозирования себестоимости и управления расходами угледобывающего предприятия.

**Изложение материала и его результаты.** Производственная функция – уравнение функциональной взаимосвязи между объемами выпуска национального продукта и затратами экономических ресурсов. В наиболее общем виде эта функциональная связь представлена формулой:

$$Y = f(K, L). \quad (1)$$

Если принять допущение о том, что затраты капитала и труда могут осуществ-

ляться независимо друг от друга, то, по теореме Эйлера, получим:

$$Y = \frac{\Delta Y}{\Delta K} \times K + \frac{\Delta Y}{\Delta L} \times L, \quad (2)$$

где  $\Delta Y$ ,  $\Delta K$ ,  $\Delta L$  – темпы прироста национального продукта, капитала и труда.

При этом  $\Delta Y/\Delta K$  показывает предельную производительность капитала (предельную капиталотдачу), а  $\Delta Y/\Delta L$  – предельную производительность труда,  $K$  и  $L$  – стоимостный объем капитала (стоимость средств труда) и труда (величина совокупной заработной платы). Итак, первая часть тождества ( $\Delta Y/\Delta K \times K$ ) указывает на объем национального продукта, созданного капиталом, а вторая ( $\Delta Y/\Delta L \times L$ ) – на объем ВВП, созданного трудом. Первой стала модель агрегированной производственной функции американских исследователей Ч. Кобба и П. Дугласа, которая была построена в 1928 г. по данным развития промышленности США в 1899-1922 гг. и представлена такой формулой:

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \text{ при } \alpha + \beta = 1, \quad (3)$$

где  $Y$  – национальный продукт;  $A$  – коэффициент масштабности;  $K$  – объем использованного в экономике капитала (среднегодовая стоимость средств труда);  $L$  – применяемый объем труда (среднегодовой фонд заработной платы);  $\alpha$  – коэффициент эластичности капитала;  $\beta$  – коэффициент эластичности труда. Коэффициенты эластичности показывают меру зависимости изменения объема продукта от капитала и труда (на 1 % их роста).

Ч. Кобб и П. Дуглас нашли значение приведенных коэффициентов ( $A = 1,01$ ;  $\alpha = 0,25$ ;  $\beta = 0,75$ ). Относительно последних величин это означает: когда капитал возрастет на 1 %, то это приведет к росту продукта на 0,25 %, когда труд возрастет на 1 %, то продукт увеличится на 0,75 %. Если факторы одновременно увеличатся на 1 %, то и продукт увеличится на 1 %.

Производственная функция Кобба-Дугласа показывает постоянную отдачу от масштаба (пропорциональный количественный рост факторов и продукта), которая существует при условии, что  $\alpha + \beta = 1$  (эластичность этой функции постоянная). Это означает, что она отображает экстенсивный экономический рост, то есть не учитывает влияния интенсивных (качественных) факторов роста.

Влияние интенсивных факторов показывает другая производственная функция – модифицированная функция Кобба-Дугласа, которая была усовершенствована Я. Тинбергеном. Производственная функция Кобба-Дугласа-Тинбергена имеет такой вид:

$$Y = AK^\alpha L^\beta \quad \alpha + \beta > 1, \quad (4)$$

где  $r$  – комплексный коэффициент многофакторной (совокупной) эффективности (он показывает рост качества капитала и труда под влиянием НТП, то есть повышение эффективности их использования). Теперь  $\alpha + \beta = r$ , при  $r > 1$  (эластичность данной функции переменная). Если  $\alpha + \beta > 1$ , это означает: темп прироста национального продукта превышает темп прироста количества примененных факторов капитала и труда, отображая преимущественно интенсивный экономический рост.

Выраженная в показателях среднегодовых темпов прироста, производственная функция Кобба-Дугласа-Тинбергена приобретает такой вид:

$$Y = a^k + \beta^j + r, \quad (5)$$

где  $Y$ ,  $k$ ,  $j$  – темпы прироста национального продукта, капитала и труда.

Показатель  $r$  отображает повышение качества и рост производительности капитала и труда. Производственная функция Кобба-Дугласа-Тинбергена описывает реальные процессы экономического роста, в которых переплелись как экстенсивные, так и интенсивные факторы.

Этот тип производственной функции широко применяется для оценки макро-

экономической роли отдельных факторов производства (капитала и труда) в экономическом росте (определение возможного объема продукта при определенных объемах капитала и труда и определенной эффективности их применения), что и определяет ее экономическое содержание.

«Нелинейность» – фундаментальное концептуальное направление новой парадигмы, которую называют также парадигмой нелинейности. В математическом смысле нелинейность означает определенный вид уравнений, которые содержат искомые величины в степенях больше единицы или коэффициенты, которые зависят от свойств среды. Нелинейные уравнения могут иметь несколько (более одного) качественно разных решений. Отсюда возникает физическое содержание нелинейности: множеству решений нелинейного уравнения отвечает множество путей эволюции системы, которая описывается такими уравнениями (нелинейной системы).

Более того, на разных стадиях развития процессов в открытой нелинейной среде, можно ожидать изменения результатов процессов, в том числе переструктурирования – осложнение и деградация – организация среды. Причем это происходит не за счет изменения параметров среды, а как результат саморазвития процессов в нем.

Новое осмысление нелинейности динамических систем повлияло на развитие таких научных убеждений: многовариантности, альтернативности путей эволюции; выбора вариантов из данных альтернатив; темпов развития процессов в среде (эволюции); необратимости эволюции.

В рамках исследования с помощью нелинейного оценивания параметров производственной функции Кобба-Дугласа составлена математическая модель прогнозирования расходов угледобывающих предприятий, включающая такие этапы.

Этап 1. Расчет основных статистических показателей расходов: максимальные  $X_{max}$  и минимальные  $X_{min}$  значения; средние значения  $X_{ср.}$ ; среднеквадратич-

ные отклонения  $\sigma$ ; дисперсия  $d$ ; коэффициент корреляции  $\rho_c$ .

Этап 2. Расчет темпов изменений показателя себестоимости и показателей, которые формируют себестоимость.

Этап 3. Выявление факторов, которые более всего влияют на себестоимость добычи угля и степени их влияния.

Этап 4. Расчет отклонений и выявление расходов, которые имеют самые большие среднеквадратичные отклонения по методу анализа XYZ.

Этап 5. Расчет прогнозной себестоимости готовой угольной продукции.

Исследования проводились на основе статистической обработки данных полной себестоимости готовой угольной продукции в разрезе элементов расходов по угледобывающим предприятиям Луганской области за 11 лет.

Для прогнозирования и управления расходами угледобывающих предприятий предлагается такая базовая математическая модель себестоимости (С):

$$C = C_M \cdot K_M + C_{зч} \cdot K_{зч} + C_{ээ} \cdot K_{ээ} + C_m \cdot K_{\Pi} + Z_n(1 + K_{нзн}) + B_{пр}, \quad (6)$$

где  $C_M$  и  $K_M$  – цена и количество материалов, которые используются на добычу 1 т угля, ден. ед.;

$C_{зч}$  и  $K_{зч}$  – цена и количество запасных частей, которые используются на добычу 1 т угля, ден. ед.;

$C_{ээ}$  и  $K_{ээ}$  – цена и количество электрической энергии, которые используются на добычу 1 т угля, ден. ед.;

$C_T$  и  $K_m$  – цена и количество топлива, которые тратятся на добычу 1 т угля, ден. ед.;

$Z_n$  – заработная плата в себестоимости 1 т угля, ден. ед.;

$K_{нзн}$  – коэффициент начисления на заработную плату;

$B_{пр}$  – прочие расходы в себестоимости 1 т угля, ден. ед.

Из проведенного анализа и реальных тенденций развития экономики необходимо к модели (6) внести такие коррективы:

учет изменения стоимости материалов, запасных частей, топлива и электрической энергии во времени (рыночная составляющая);

учет изменения заработной платы и начислений на нее во времени (рыночная и законодательная составляющие);

учет изменения других расходов во времени (промышленная или отраслевая составляющие).

Если представить функции изменения указанных выше составляющих во времени непрерывными функциями времени, их рост с постоянным темпом можно представить формулой:

$$A(t) = A(0)e^{\lambda t}, \quad (7)$$

где  $e$  – основа натурального логарифма;  $\lambda$  – непрерывный темп роста.

Беспрерывный темп роста рассчитывается по формуле:

$$\lambda(t) = \frac{d A(t)}{dt} \cdot \frac{1}{A(t)}, \quad (8)$$

где  $A(t)$  – величина, для которой рассчитывается темп роста;  $t$  – время.

На основании проведенных расчетов темпов роста для всех показателей, которые входят в себестоимость добычи угля, можно составить формулы исчисления величины расходов на определенные статьи затрат, которые являются составляющими полной себестоимости добычи угля.

Так, для фактической величины расходов на материалы формула для угледобывающего предприятия выглядит таким образом:

$$B_M(t) = 10,6 \cdot e^{18,02 \cdot t}. \quad (9)$$

Таким образом, скорректированная модель с учетом темпов роста показателей для себестоимости добычи угля конкретным угледобывающим предприятием будет иметь вид:

$$\begin{aligned} C = & ДМ0 \cdot e^{T_M \cdot t} + ДЗЧ0 \cdot e^{T_{ЗЧ} \cdot t} + \\ & ДЭЭ0 \cdot e^{T_{ЭЭ} \cdot t} + ДТ0 \cdot e^{T_T \cdot t} + \\ & ДЗП0(1+КНЗП) \cdot e^{T_{ЗП} \cdot t} + ДПР \cdot e^{T_{ПР} \cdot t} = \\ = & 10,6 \cdot e^{18,02(t-t_0)} + 11,17 \cdot e^{11,41(t-t_0)} + \\ & + 1,69 \cdot e^{10,4(t-t_0)} + 0,35 \cdot e^{15,89(t-t_0)} + \\ & + 19,95 \cdot e^{15,18(t-t_0)} (1 + 0,5) + 10,4 \cdot e^{-1,34(t-t_0)}, \end{aligned}$$

где  $t$  – номер года;  $t_0$  – базовый год;  $D_i$  – доля расходов  $i$ -группы в полной себестоимости добычи угля;  $T_e$  – темп роста  $i$  – величины.

Анализируя результаты расчетов и фактические данные себестоимости угледобывающих предприятий, отметим, что общие тенденции совпадают. Более того, по основным статьям расходов отклонения фактических значений от теоретических не превышают 3 %, что является свидетельством о достаточном уровне адекватности модели.

#### **Выводы и направление дальнейших исследований.**

Математическое моделирование определенным образом предполагает верификацию параметров и функциональных связей, которые используются в построении модели.

Как свидетельствуют исследования по угледобывающим предприятиям за последние 10 лет наблюдается неуклонный рост расходов на материалы, электроэнергию, заработную плату, амортизацию и прочие. Сравнение динамики добычи угля с динамикой себестоимости добычи угля показывает, что при снижении добычи угля наблюдается неуклонный рост себестоимости, и рост себестоимости осуществляется более быстрыми темпами.

С целью прогнозирования и управления расходами угледобывающих предприятий в долгосрочном периоде приведены формулы расчета величины затрат по составляющим полной себестоимости добычи угля.

#### **Библиографический список**

1. Гладун О. М. Питання класифікації вибірок / О. М. Гладун // Статистика України. — 2006. — № 1. — С. 8–14.

2. Ковальчук В. Ян Тінберген – перший нобелівський лауреат з економіки [Електронний ресурс] / В. Ковальчук // Вісник ТАНГ, 2005. — №3. — Режим доступу: [http://www.library.tane.edu.ua/images/nauk\\_vydannya/Ma50zx.pdf](http://www.library.tane.edu.ua/images/nauk_vydannya/Ma50zx.pdf)

3. Дубницький В. Ю. Нелинейное оценивание параметров производственной функции Кобба-Дугласа / В. Ю. Дубницький, А. А. Савченко // Системи обробки інформації : зб.наук. пр. — Х. : ХУПС, 2009. — Вип. 2(76). — С. 109–112.

4. Задорожна Н. В. Макроекономічна теорія виробництва і витрат : навч. посіб. / Н. В. Задорожна. — К. : Знання, 2003. — 219 с.

5. Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. — М. : Финансы и статистика, 1996. — 239 с.

6. Леонтьева Е. Японская экономика вчера, сегодня, завтра: Общие условия развития / Е. Леонтьева // Знакомьтесь — Япония. — 2000. — № 26. — С. 3.

7. Лукашин Ю. Производственные функции в анализе мировой экономики / Ю. Лукашин, Л. Рахлина // Мировая экономика и международные отношения, 2004. — №1. — С.17–27.

8. Дубницький В. Ю. Визначення параметрів виробничої функції із сталюю еластичністю / В. Ю. Дубницький, Б. В. Самородов // Системи обробки інформації : зб.наук. пр. — Харків : ХУПС, 2008. — Випуск 7(74). — С. 169-173.

**Рекомендована к печати д.э.н., проф. ДонГТУ Коваленко Н.В.,  
директором ООО "Западная энергетическая компания -1" Олифиром Р.С.**

Статья поступила в редакцию 11.11.15.

**д.е.н. Гришко Н.В., Калмыкова О.Ю. (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)**

#### **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ УПРАВЛІННЯ ВИТРАТАМИ ВУГЛЕДОБУВНОГО ПІДПРИЄМСТВА**

Розроблено математичну модель управління витратами вугледобувних підприємств. Отримані за допомогою математичної моделі прогностичні дані розрахунку повної собівартості в розрізі елементів витрат дають можливість аналізувати фактори й причини, які обумовлюють зміни керуючої системи, та застосовувати альтернативні методи досягнення очікуваного результату.

**Ключові слова:** витрати, капітал, модель, нелінійність, підприємство, прогноз, собівартість, система, фактор, функція, праця, етап.

**PhD in Economics Grishko N.V., Kalmykova E.Yu. (DonSTU, Alchevsk, LPR)**

#### **MATHEMATICAL MODEL OF COST MANAGEMENT AT COAL PRODUCING ENTERPRISES**

Mathematical model of cost management at coal producing enterprises was developed. Obtained through mathematical model the prognostic calculated data of a whole cost value considering costs elements allow analyzing factors and reasons, which cause changes in the controlling system and apply alternative ways and methods to achieve necessary results.

**Key words:** costs, assets, model, nonlinearity, enterprise, forecast, cost value, system, factor, function, labour, stage.