

УДК 620.171.2:519.2

к.т.н. Долголатев В.М.,
Козачишена Е.С.
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРАЙНИХ ЗНАЧЕНИЙ ПРОЧНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ СТЕКЛА

Приведены результаты обработки механических испытаний на изгиб образцов электровакуумного стекла марки С 90-1 при помощи методов математической статистики.

Ключевые слова: нормальное распределение, среднеквадратичное отклонение, накопленная частота, критерий ω^2 , электровакуумное стекло марки С. 90–1.

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Все характеристики механических свойств материалов являются непрерывными случайными величинами. Проведя испытания n образцов, мы вправе ожидать n различных значений интересующей нас характеристики. При этом особый интерес представляет задача о распределении крайних значений. Например, с точки зрения расчетов на прочность, наибольший интерес представляет минимальное значение прочности материала.

Решение данной задачи является сугубо математическим и описано в классических работах таких как [1, 2, 3]. Вместе с тем, следует отметить, что данные работы содержат огромный объем теоретических выкладок, практическое использование которых часто затрудняется отсутствием примеров расчета с численными результатами конкретных испытаний.

Представленный алгоритм определения крайних значений прочности позволяет облегчить обработку результатов механических испытаний и правильно оценить реальные прочностные характеристики образцов.

Постановка задачи. Задачей данной работы является показать, как при помощи методов математической статистики практически определить минимальные значения прочности результатов механических испытаний.

Изложение материала и его результаты.

Проведем обработку результатов испытаний на изгиб образцов из электровакуумного стекла марки С. 90–1 диаметром 4 мм. Испытания проводились по схеме трехточечного изгиба при расстоянии между опорами 100 мм. Полученные значения прочности при изгибе представляют собой случайные величины X_i , которые можно представить в виде вариационного ряда от меньшего значения к большему значению: $X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq \dots X_n$. Задача заключается в подборе функции распределения полученных значений.

Предпримем попытку оценить соответствие результатов испытаний нормальному закону распределения. Проверку гипотезы о нормальности распределения проведем при помощи критерия ω^2 , который рекомендуется использовать при объемах $n \leq 100$ [2].

$$\left\{ \begin{array}{l} n \cdot \omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n [F(x) - W(x)]^2 \\ F(x < x_i) = 0.5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{z_i} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \\ z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \\ S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \\ W(x) = \frac{i-0.5}{n} \end{array} \right. , \quad (1)$$

где $F(x)$ – значение функции нормального распределения, вычисленное на основе выборочных значений среднего и среднеквадратичного отклонения; z_i – нормированная случайная величина; i – номер образца в вариационном ряду; \bar{x} – среднее значение; S – среднеквадратичное отклонение; $W(x)$ – накопленная частота; n – число значений случайной величины x .

После вычисления $n\omega^2$ составляют неравенство

$$n\omega^2 \leq z_\alpha, \quad (2)$$

где z_α – критическое значение критерия $n\omega^2$; α – уровень значимости. Значения z_α можно найти в таблице 7.3.4 работы [1] или таблице II работы [2].

Необходимые расчеты для проверки гипотезы о нормальности распределения производим при помощи формул (1) и сводим в таблицу 1. Среднее значение прочности составило $\bar{x} = 89,6$ МПа, среднеквадратичное отклонение $S = 15,55$ МПа, коэффициент вариации $v = \frac{15,55}{89,60} = 0,174$.

Таблица 1 – Проверка гипотезы о нормальности распределения с помощью ω^2 критерия

i	x_i , МПа	$x_i - \bar{x}$, МПа	z_i	$F(x_i)$	$W(x_i)$	$F(x_i) - W(x_i)$
1	60,7	-28,90	-1,8585	0,0315	0,0417	0,0102
2	72,4	-17,20	-1,1061	0,1344	0,1250	0,0094
3	82,8	-6,80	-0,4373	0,3310	0,2083	0,1227
4	84,0	-5,60	-0,3601	0,3594	0,2917	0,0677
5	85,1	-4,50	-0,2894	0,3861	0,3750	0,0111
6	86,5	-3,40	-0,1993	0,4210	0,4583	0,0373
7	88,1	-1,50	-0,0965	0,4616	0,5417	0,0801
8	93,8	4,20	0,2701	0,6054	0,6250	0,0196
9	97,9	8,30	0,5338	0,7032	0,7083	0,0051
10	100,4	10,80	0,6945	0,7563	0,7917	0,0354
11	100,9	11,30	0,7267	0,7663	0,8750	0,1087
12	122,6	33,00	2,1222	0,9831	0,9583	0,0248

Найденное значение $n\omega^2 = 0,0488$ удовлетворяет условию формулы (2) при уровне значимости $\alpha > 0,5$ ($z_{0,5} = 0,1184$), т.е. для статистической обработки полученных результатов оправдано применение нормального закона распределения. В этом случае для определения крайних значений возможно использование асимптотических формул согласно [3].

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &\approx \bar{X} - S\sqrt{\ln n} \\ S_1 &= \frac{\pi \cdot S}{\sqrt{6 \cdot \ln n}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где \bar{X}_1 – математическое ожидание минимального значения случайной величины X ; \bar{X} – среднее значение; S – средне

квадратичное отклонение для \bar{X} ; S_1 – среднеквадратичное отклонение для \bar{X}_1 ; n – число значений случайной величины X .

Для исследуемых испытаний

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &\approx 89,6 - 15,55 \cdot \sqrt{\ln 12} \approx 65,1 \text{ МПа}; \\ S_1 &= \frac{\pi \cdot 15,55}{\sqrt{6 \cdot \ln 12}} = 12,65 \text{ МПа}. \end{aligned}$$

Определить значение X , при котором гарантированная доверительная вероятность обнаружить неравенство $65,1 \text{ МПа} > X$ была бы равна 95 %, можно по формуле

$$X_{0,95} = \bar{X}_1 - 1,64 \cdot S_1. \quad (4)$$

Следовательно, минимальное значение прочности результатов механических ис-

пытаний на изгиб образцов из электровакуумного стекла марки С 90-1 составит

$$X_{0,95} = 65,1 - 1,64 \cdot 12,65 = 44,35 \text{ МПа}.$$

Выводы и направление дальнейших исследований.

Предложенный в статье алгоритм позволяет при помощи методов математической статистики практически определить минимальные значения прочности результатов механических испытаний и может быть использован при статистической обработке любых числовых данных, представленных в виде вариационного ряда. При проверке гипотезы о нормальности распределения при ограниченном объеме выборки ($n \leq 50$) также целесообразно ис-

пользование критерия согласия Шапиро-Уилка W . Дальнейшие исследования могут быть направлены на оценку влияния условий проведения механических испытаний на прочностные характеристики образцов при помощи различных критериев и методов статистической обработки полученных результатов. Найденное минимальное значение прочности при изгибе электровакуумного стекла марки С. 90–1, создает предпосылки для прогнозирования на основе прочностных расчетов возможности использования данного стекла в качестве конструктивного материала.

Библиографический список

1. Смирнов Н. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1965. — 511 с.
2. Степнов М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний / М. Н. Степнов. — М. : Машиностроение, 1972. — 231 с.
3. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике / В. В. Болотин. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Стройиздат, 1965. — 279 с.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. ЛГУ им. Даля Харламовым Ю.А., к.т.н., проф. ДонГТУ Ульяницким В.Н.

Статья поступила в редакцию 11.11.15.

к.т.н. Долголаптев В.М., Козачишена О.С. (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)

ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ ЗНАЧЕНЬ МІЦНОСТІ ШЛЯХОМ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ МЕХАНІЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ СКЛА

Наведено результати обробки механічних випробувань на згинання зразків електровакуумного скла марки С. 90-1 за допомогою методів математичної статистики. Отримані дані утворюють передумови для прогнозування на ґрунті розрахунків міцності можливості використання даного скла в якості конструкційного матеріалу.

Ключові слова: нормальне розподілення, середньоквадратичне відхилення, накопичена частота, критерій ω^2 , електровакуумне скло марки С. 90–1.

PhD in Engineering Dolgolaptev V.M., Kozachishena E.S. (DonSTU, Alchevsk, LPR)

END-POINT STRENGTH VALUES DEFINITION AT PROCESSING THE RESULTS OF MECHANICAL TESTS ON GLASS

Mathematical statistics methods have been used for mechanical bending tests on electron-tube glass samples С 90-1 with the treatment results given. Obtained data create the prerequisites for prognosticating the opportunities of using the glass as a structural material basing the structural analysis.

Key words: normal distribution, root-mean-square deviation, cumulative frequency, criterion ω^2 , electron-tube glass С 90-1.