

УДК 532.5.013

к.ф.-м.н. Рубежанский В.И.,  
к.т.н. Антропов И.И.  
(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР)

## КОНВЕКТИВНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ МИКРОПОЛЯРНОЙ ЖИДКОСТИ ВОЗЛЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ СТЕНКИ

Решена автомодельная задача пограничного слоя микрополярной жидкости на пластине с отрицательным градиентом температуры. Полученные результаты о распределении скорости, микровращения, температуры позволяют выяснить особенности поведения таких жидкостей по сравнению с ньютоновскими жидкостями.

**Ключевые слова:** микрополярная жидкость, пограничный слой, конвекция.

### Проблема и ее связь с научными и практическими задачами.

Реологические свойства жидких сред с внутренними степенями свободы [1, 2], используемые для описания течений суспензий, ферромагнитных жидкостей, крови, жидких кристаллов, находят дальнейшие обобщения [3]. Интерес к задачам свободноконвективного теплообмена сред с неньютоновскими свойствами обусловлен, в первую очередь, разнообразными практическими применениями [4]: производство и переработка полимерных материалов, хранение и транспорт нефти и нефтепродуктов, процессы химической и металлургической [5] технологий и т.д.

Проявления особых свойств микрополярных жидкостей (МПЖ) проще выявляются в уравнениях пограничного слоя. В общем случае нелинейная система уравнений пограничного слоя не поддается интегрированию. Однако, может быть найден класс автомодельных преобразований, сводящих исходную систему нелинейных уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Одним из эффективных способов отыскания автомодельных задач является инвариантно-групповой метод [6].

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является установление влияния особых реологических свойств МПЖ на динамический и тепловой пограничные слои.

### Изложение материала и его результаты.

Рассмотрим задачу плоского пограничного слоя МПЖ, возникающего в результате свободноконвективного течения возле вертикальной неизотермической пластины или стенки.

Уравнения плоского конвективного слоя имеют вид

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2\mu + k}{2\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{k}{\rho} \frac{\partial v}{\partial y} + g\beta^* T,$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\gamma}{\rho j} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Система координат выбрана следующим образом: ось  $x$  направлена вертикально вверх, ось  $y$  – горизонтально.

Этот тип пограничного слоя характеризуется тем, что в уравнении для скорости микровращения моментные напряжения играют определяющую роль [7].

Более того, не учитывая вязкую диссипацию и термомеханические эффекты, влияние микровращения проявляются только через динамические уравнения.

Инвариантно-групповой метод позволяет [6] определить вид закона изменения температуры стенки, при которой существует автомодельность поставленной задачи. Из большого числа [8] возможностей изменения температуры стенки выбираем для численного решения следующий:

$T = \Theta x^{-\frac{3}{5}}$ . Такой закон изменения температуры стенки с отрицательным градиентом приводит к автомодельной задаче, которая численно и экспериментально исследовалась в конвективном пристеночном факеле для ньютоновской [9] жидкости.

Система уравнений (1) после введения функции тока  $\phi$  посредством соотношений

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

с граничными условиями:

$$y=0, \quad u=v=0, \quad v = -\frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y}, \quad T = \Theta x^{-\frac{3}{5}}$$

$$y=\infty, \quad u=0, \quad v=0, \quad T=0 \quad (3)$$

допускает преобразования подобия

$$\phi = 5\mu\rho^{-1}cx^{\frac{3}{5}}\varphi, \quad u = 5\mu\rho^{-1}c^2x^{\frac{1}{5}}\varphi'$$

$$v = \mu\rho^{-1}cx^{-\frac{2}{5}}(2\eta\varphi' - 3\varphi),$$

$$v = 5\mu\rho^{-1}c^3x^{-\frac{1}{5}}\psi, \quad T = \Theta\tau \cdot x^{-\frac{3}{5}}, \quad (4)$$

$$\eta = c y x^{-\frac{2}{5}}, \quad \text{где } c = 4\sqrt{\frac{g\beta^*\Theta\rho^2}{5\mu^2}}.$$

Преобразования (4) сводят уравнения (1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(1+0,5\varepsilon)\varphi''' + 3\varphi\varphi'' - (\varphi')^2 + \varepsilon\psi' + \tau = 0,$$

$$\psi'' + M(\varphi'\psi + 3\varphi\psi') = 0 \quad (5)$$

$$\tau'' + 3\text{Pr}(\varphi'\tau + \varphi\tau') = 0,$$

где  $\varepsilon = \frac{k}{\mu}$ ,  $M = \frac{j\mu}{\gamma}$ ,  $\text{Pr}$  – число Прандтля,

(') – знак производной по переменной  $\eta$ .

Численное решение задачи (5) с граничными условиями:

$$\varphi = 0, \quad \varphi' = 0, \quad \psi = -\frac{1}{2}\varphi'', \quad \tau = 1 \quad (\eta = 0);$$

$$\varphi' = 0, \quad \psi = 0, \quad \tau = 0 \quad (\eta = \infty) \quad (6)$$

проводилось для различных значений числа Прандтля и изменений параметров МПЖ в диапазонах:  $0 \leq \varepsilon \leq 10$ ,  $0 \leq M \leq 5$ .

Распределение безразмерных скоростей, скоростей микровращений и температур для нескольких значений  $\text{Pr}$ ,  $\varepsilon$ ,  $M$  показаны на рисунках (1 - 3). Они позволяют проанализировать влияние параметров МПЖ на динамические и температурные слои.

В таблице 1 приведены численные значения максимумов продольной скорости и координаты их расположения по отношению к пластине.

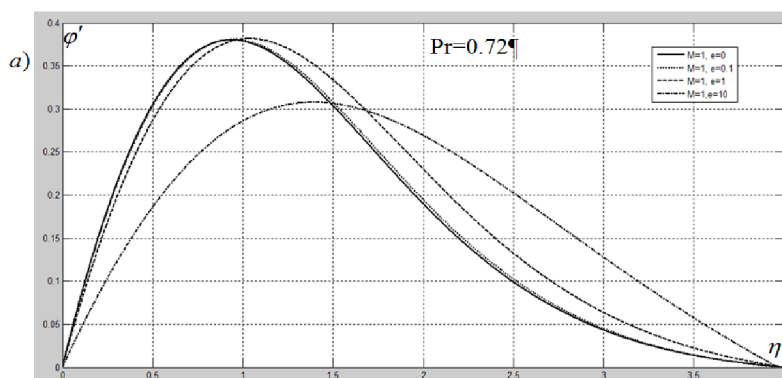
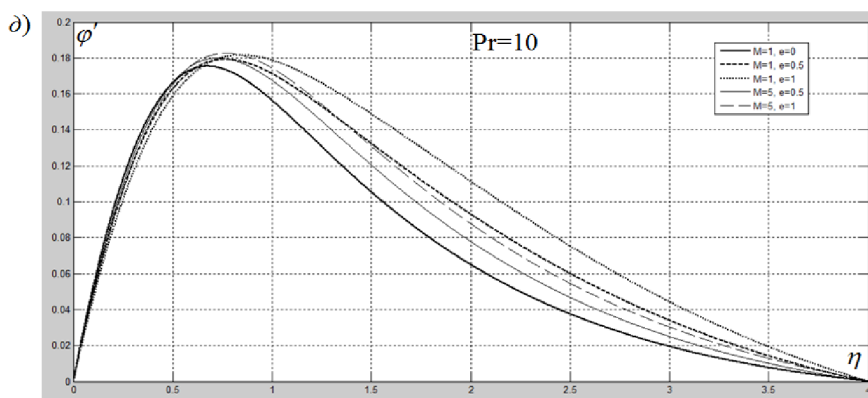
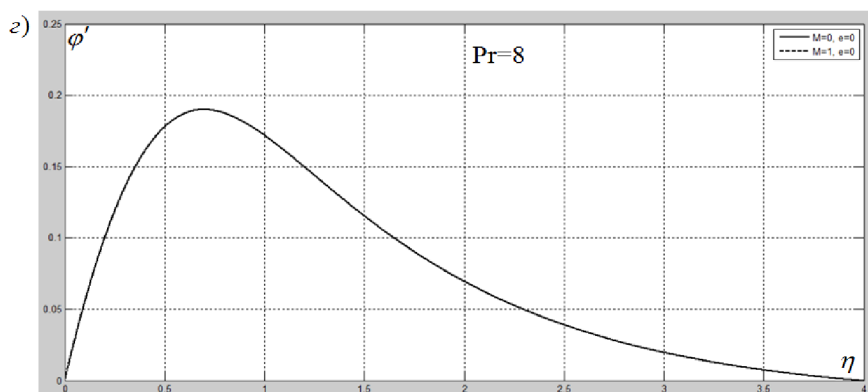
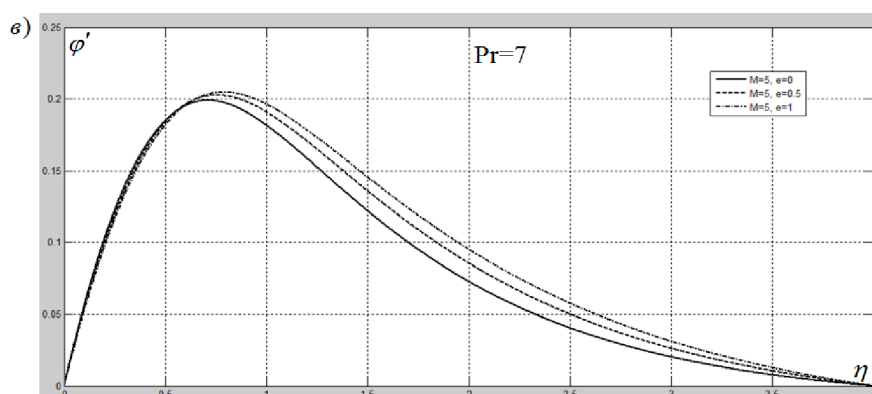
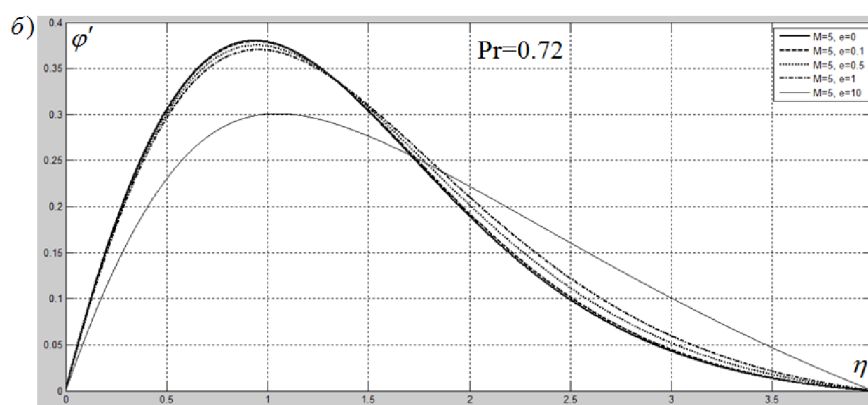


Рисунок 1 – Распределение продольной скорости течения при различных значения чисел  $\text{Pr}$  и параметров МПЖ



Продолжение рисунка 1

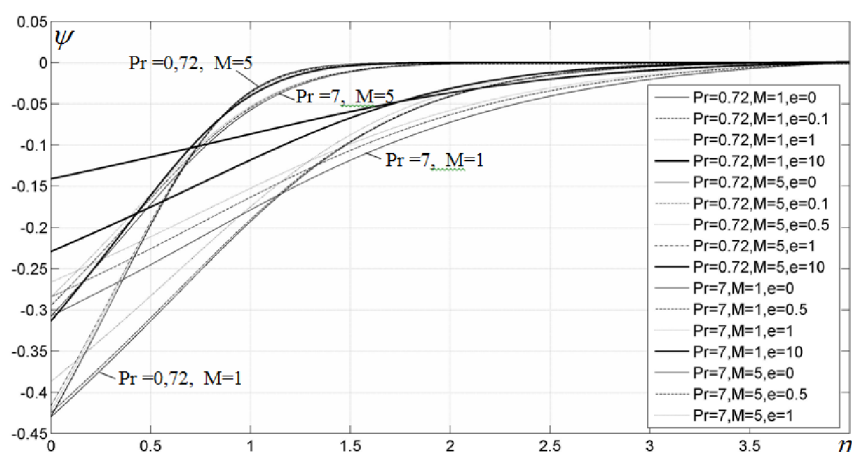


Рисунок 2 – Распределение скорости микровращения при различных значения чисел Прандтля и параметров МПЖ

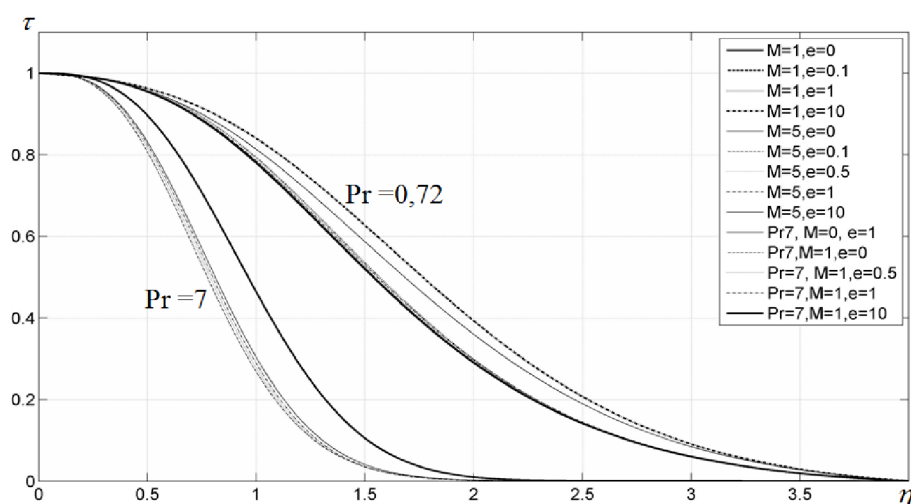


Рисунок 3 – Распределение температуры в пограничном слое при различных значения чисел Прандтля и параметров МПЖ

Таблица 1 – Значения максимумов продольной скорости  $\varphi'$  и координаты  $\eta$  их расположения по отношению к пластине

№ п/п	Pr	M	$\varepsilon = e$	$\varphi'_{\max}$	$\eta$
1	2	3	4	5	6
1	0,72	1	0	0,3802	0,9370
2	0,72	1	0,1	0,3807	0,9490
3	0,72	1	1	0,3816	1,0370
4	0,72	1	10	0,3078	1,3940
5	0,72	5	0	0,3802	0,9370
6	0,72	5	0,1	0,3792	0,9400
7	0,72	5	0,5	0,3750	0,9470
8	0,72	5	1	0,3703	0,9560

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6
9	0,72	5	10	0,3010	1,0490
10	7	0	1	0,1975	0,8790
11	7	1	0	0,1990	0,7110
12	7	1	0,5	0,2028	0,7950
13	7	1	1	0,2050	0,8680
14	7	1	10	0,1696	1,3780
15	7	5	0	0,1991	0,7110
16	7	5	0,5	0,2028	0,7540
17	7	5	1	0,2047	0,7890
18	8	0	0	0,1899	0,6980
19	8	1	0	0,1899	0,6980
20	10	1	0	0,1753	0,6760
21	10	1	0,5	0,1792	0,7650
22	10	1	1	0,1817	0,8460
23	10	5	0,5	0,1799	0,7280
24	10	5	1	0,1828	0,7700
25	60	5	0,5	0,0925	0,6370

### Выводы и направление дальнейших исследований.

Как и для изотермической пластины [7] в пределах изменения  $0 \leq \varepsilon \leq 1$  при  $M=1$  и  $M=5$  течение в пограничном слое МПЖ становится более интенсивным, чем в ньютоновской жидкости. Такое влияние параметров МПЖ обнаруживалось [7] только для более вязких сред ( $Pr=7; 10$ ) при изотермической пластине.

Увеличение параметров вращательной вязкости  $\varepsilon$  при каждом  $M$  отдаляет мак-

симум продольной скорости течения от стенки.

В случае отрицательного градиента температуры пластины профили температуры (рис. 3) являются S-образными, как и для вынужденной конвекции [4] степенных жидкостей.

Увеличение коэффициентов  $\varepsilon$  и  $M$  слабо изменяет профили температур в пограничном слое, что естественно ожидать при принятом уравнении теплопроводности.

### Библиографический список

1. Eringen A. C. Theory of micropolar fluids / A. C. Eringen // *J. Math. Mech.* — 1966. — V 16. — pp.1–9.
2. Аэро Э. Л. Асимметричная гидромеханика / Э. Л. Аэро, А. Н. Булыгин, Е. В. Кувшинский // *Прикл. мат. и мех.* — 1965. — Т. 29, № 2. — С. 297–308.
3. Еремеев В. А. Основы механики вязкоупругой микрополярной жидкости / В. А. Еремеев, Л. М. Зубов. — Ростов-на-Дону : Изд. ЮНЦ РАН, 2009. — 128 с.
4. Шульман З. П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей / З. П. Шульман. — М., 1975. — 351 с.

5. Повх И. Л. Магнитная гидродинамика в металлургии / И. Л. Повх, А. Б. Капустин, Б. В. Чекин. — М. : Металлургия, 1974. — 240с.
6. Овсянников Л. В. Групповые свойства дифференциальных уравнений / Л. В. Овсянников. — Новосибирск : СО АН СССР, 1962. — 231 с.
7. Рубежанский В. И. Автомодельная задача конвективного пограничного слоя микроструктурной жидкости / В. И. Рубежанский // Вестник МАНЭБ. — Т. 9., № 7. — 2004. — С. 57–58.
8. Рубежанский В. И. Инвариантные решения уравнений конвективного пограничного слоя микроструктурной жидкости / В. И. Рубежанский // Тезисы докл. II Всесоюзн. конф. «Современные проблемы тепловой конвекции». — Пермь, 1975. — С. 71.
9. Зимин В. Д. Конвективный пристеночный факел / В. Д. Зимин, Ю. Н. Ляхов. — ПМТФ, 1970. — № 3. — С. 159–161.

*Рекомендована к печати д.т.н., проф. каф. гидрогазовых систем НАУ Мочалиным Е.В.,  
к.т.н., доц. ДонГТУ Чебаном В.Г.*

Статья поступила в редакцию 13.11.15.

**к.ф.-м.н. Рубежанський В.І., к.т.н. Антропов І.І.** (ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)

### **КОНВЕКТИВНИЙ ПОГРАНИЧНИЙ ШАР МІКРОПОЛЯРНОЇ РІДИНИ БІЛЯ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ СТІНКИ**

*Вирішена автомодельна задача пограничного шару мікрополярної рідини на пластині з негативним градієнтом температури. Отримані результати про розподіл швидкості, мікрообертання, температури дозволяють з'ясувати особливості поведінки таких рідин у порівнянні з ньютонівськими рідинами.*

**Ключові слова:** мікрополярна рідина, пограничний шар, конвекція.

**PhD in Physics and Mathematics Rybezhanyski V.I., Phd in Engineering Antropov I.I.** (Don-STU, Alchevsk, LPR)

### **CONVECTIVE BOUNDARY LAYER OF MICROPOLAR FLUID ALONGSIDE UNISOTHERMAL WALL**

*Self-simulation problem of boundary layer of micropolar fluid has been solved on a plate with negative temperature gradient. Obtained results on rate distribution, microrotation and temperature allow finding out peculiarities of fluid behavior in comparison with Newton fluids.*

**Key words:** micropolar fluid, boundary layer, convection.