**УДК 681.51**

***к.т.н. Зотов В.А.***
***(ДонГТУ, г. Алчевск, ЛНР)***

# ПЕРЕХОД ОТ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ

*Предложена методика расчета процессов в динамических системах в реальном времени. Получены рекуррентные выражения состояния выходов типовых инерционных звеньев в функции произвольного состояния их входов.*

***Ключевые слова:*** *динамическая система, инерционное звено, рекуррентное выражение.*

Постановка задачи анализа процессов в динамической системе часто представляется в виде структурной схемы, содержащей типовые инерционные звенья, нелинейности, алгебраические функции и т. п. Анализ процессов в такой структуре может выполняться микропроцессорными модулями мехатронных систем или подсистемами автоматизированного проектирования.

Различного рода алгебраические и нелинейные звенья легко реализуются программно в соответствии с типовыми алгоритмами [1, 2].

Для вычисления процессов, определенных как инерционные звенья, с помощью микропроцессорных устройств, удобно использовать рекуррентные формулы зависимости состояния выходов звеньев от произвольного состояния соответствующих входов. Это позволяет выполнять анализ процессов непрерывно, в реальном времени.

Указанные зависимости можно получить, используя усовершенствованный метод Эйлера-Коши, применяемый для структурного моделирования систем автоматического управления [2]. Организуя в программе анализа системы взаимодействие между отдельными звеньями, можно рассчитывать процессы в системе, не прибегая к составлению дифференциальных уравнений. При этом обеспечивается простота получения и наглядность результатов, снижается вероятность получения разошибочного решения.

Линейная часть любой динамической системы может быть описана с помощью интегрирующих и дифференцирующих звеньев. Как правило, на основе интегрирующего звена дополнительно строят апериодические звенья первого и второго порядка, а также колебательные звенья.

Для дискретного описания интегрирующего звена, описываемого уравнением вида

$$y(t) = \frac{1}{T}\int_0^t x(\tau)d\tau ,$$

где $x$ – входная координата звена; $y$ – выходная координата звена; $t$ – время; $T$ – постоянная времени,

используем численное интегрирование по методу трапеций

$$y_n = h\left(\frac{x_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} x_i + \frac{x_n}{2}\right), \qquad (1)$$

где $x_0$ – состояние входа в начальный момент времени; $x_i$ – состояние входа в текущий момент времени; $y_i$ – состояние выхода в текущий момент времени; $n$ – номер интервала разбиения; $h$ –шаг квантования.

Время на $n$-м интервале определяется как произведение $t = nh$ .

Для получения рекуррентного выражения, отражающего зависимость состояния выхода $y_n$ от состояния входа $x_n$, и использующего минимальное количество предыдущих состояний, из (1) найдем предыдущее значение функции и составим разность $y_n - y_{n-1}$ .

$$y_{n-1} = h\left(\frac{x_0}{2} + \sum_{i=1}^{n-2} x_i + \frac{x_{n-1}}{2}\right);$$

$$y_n - y_{n-1} = h\left(\sum_{i=1}^{n-1} x_i - \sum_{i=1}^{n-2} x_i + \frac{x_n}{2} - \frac{x_{n-1}}{2}\right) =$$

$$= \frac{h}{2}\left(x_n + x_{n-1}\right).$$

Из полученного разностного уравнения найдем $y_n$, получая рекуррентное выражение

$$y_n = y_{n-1} + \frac{h}{2}\left(x_n + x_{n-1}\right).$$

Таким образом, выход интегрирующего звена в функции произвольного состояния его входа, запишется в виде

$$y_n = \frac{1}{T}\left[y_{n-1} + \frac{h}{2}\left(x_n + x_{n-1}\right)\right]. \qquad (2)$$

Апериодическое звено первого порядка можно представить в виде интегрирующего звена, охваченного обратной связью, описываемого системой уравнений

$$\begin{cases} A(t) = \int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau; \\ \varepsilon(t) = x(t) - \frac{1}{T}A(t); \\ y(t) = \frac{k}{T}A(t), \end{cases}$$

где $\varepsilon(t)$ и $A(t)$ – промежуточные координаты модели звена.

Используя выражение (2), запишем эту систему в виде

$$\begin{cases} A_n = A_{n-1} + \frac{h}{2}\left(\varepsilon_n + \varepsilon_{n-1}\right) \\ \varepsilon_n = x_n - \frac{1}{T}A_n; \\ y_n = \frac{k}{T}A_n, \end{cases} \qquad (3)$$

где $\varepsilon_n$ и $A_n$ – промежуточные координаты модели звена, соответствующие текущим значениям величин $\varepsilon(t)$ и $A(t)$.

Получив из второго уравнения системы (3) предыдущее значение $\varepsilon_{n-1}$ и подставив в первое уравнение, получим рекуррентное выражение, описывающее состояние выхода апериодического звена на $n$-м интервале интегрирования в функции его входа

$$y_n = A_n \frac{k}{T},$$

где $A_n = \frac{(2T-h)A_{n-1} + Th(x_n + x_{n-1})}{2T+h}$.

Рекуррентное описание звена второго порядка получаем аналогично.

Система уравнений, описывающая процессы в звене:

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = x(t) - \frac{2\xi}{T}A(t) - \frac{1}{T^2}B(t); \\ A(t) = \int_0^t \varepsilon(\tau)d\tau; \\ B(t) = \int_0^t A(\tau)d\tau; \\ y(t) = \frac{k}{T^2}B(t), \end{cases}$$

где $B(t)$ – промежуточная координата звена второго порядка.

С использованием (2) эта система преобразуется к виду

$$\begin{cases} \varepsilon_n = x_n - \frac{2\xi}{T}A_n - \frac{1}{T^2}B_n; \\ A_n = A_{n-1} + \frac{h}{2}\left(\varepsilon_n + \varepsilon_{n-1}\right); \\ B_n = B_{n-1} + \frac{h}{2}\left(A_n + A_{n-1}\right); \\ y_n = \frac{k}{T^2}B_n, \end{cases}$$

где $B_n$ – промежуточная координата звена второго порядка, соответствующая текущему значению величины $B(t)$ в текущий момент времени.

Путем аналогичных преобразований получаем рекуррентное описание звена второго порядка

$$y_n = B_n \frac{k}{T^2},$$

где $B_n = B_{n-1} + \frac{h}{2}\left(A_n + A_{n-1}\right);$

$$A_n = \frac{\left[4T(T - \xi h) - h^2\right]A_{n-1} + 2h\left[T^2(x_n + x_{n-1}) - 2B_{n-1}\right]}{4T(T + \xi h) + h^2}.$$

Выходная координата дифференцирующего звена записывается в виде $y_n = (x_n - x_{n-1})/h$.

Для оценки погрешности расчетов вычислялись реакции апериодических звеньев первого и второго порядков на единичное ступенчатое воздействие при $k=T=1$ и шаге квантования $h=0.05T$. Сравнение с результатами, полученными аналитически, показывает, что относительная погрешность расчетов не превышает 5%. При этом она имеет наибольшее значение только в начале процесса интегрирования, а с момента времени $t > 1.25T$ стремится к нулю. Так как время переходных процессов в звеньях в практических случаях оценивается как $(3 \div 5)T$, расчет производится с достаточной точностью. Уменьшить погрешность удается уменьшением шага квантования.

**Библиографический список**

*1. Краскевич В. Е. Численные методы в инженерных исследованиях / В. Е. Краскевич, К. Х. Зелинский, В. И. Гречко. — Киев : Вища школа, 1986. — 263 с.*

*2. Гостев В. И. Системы управления с цифровыми регуляторами : справочник / В. И. Гостев. — Киев: Тэхника, 1990. — 280 с.*

***Рекомендована к печати д.т.н., проф. ДонГТУ Корнеевым С.В,***
***д.т.н., проф. НГУУ Шириным Л.Н.***

**к.т.н. Зотов В.О.** *(ДонДТУ, м. Алчевськ, ЛНР)*

**ПЕРЕХІД ВІД ДИНАМІЧНОЇ СТРУКТУРИ ДО ЧИСЕЛЬНОГО РІШЕННЯ**

*Запропонована методика розрахунку процесів в динамічних системах у реальному часі. Отримані рекурентні вирази стану виходів типових інерційних ланок в функції вільного стану їх входів.*

***Ключові слова:*** *динамічна система, інерційна ланка, рекурентний вираз.*

**PhD Zotov V.A.** *(DonSTU, Alchevsk, LPR )*

**TRANSFORMATION FROM DINAMIC STRUCTURE TO NUMERICAL SOLVING**

*Calculation procedure of processes in dynamic real time systems was proposed. Recurrent expressions of output condition of typical inertia chains in unspecified state function of their inputs were obtained.*

***Key words:*** *dynamic system, inertia chain, recurrent expression.*