

*д.т.н. Фрумкин Р.А.
(ДонГТУ, г. Алчевск, Украина)*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДОЛОГИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ГОРНЫХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ

Викладено теоретичні підґрунтя методології прогнозування багатопараметричних гірничих процесів і явищ.

***Ключові слова:** багатопараметричні гірничі процеси і явища, теорія, методологія, прогнозування.*

Изложены теоретические основы методологии прогнозирования многопараметрических горных процессов и явлений.

***Ключевые слова:** многопараметрические горные процессы и явления, теория, методология, прогнозирование.*

Введение. Методология прогнозирования многопараметрических горных процессов и явлений впервые была предложена автором в 1973 году в виде конкретных алгоритмов для их изучения, анализа и прогноза [1]. Учитывая простоту её практического применения, доступность для широкого круга пользователей и ряд других крупных преимуществ по сравнению с существующими методами, уже после первых публикаций автора она начала широко использоваться в работах ДонГТУ, ИГД им. А.А.Скочинского, МГГУ, ЮРТУ, ГИГС, ТулГУ, ВНИГРИуголь, ЦНИЭИ-уголь и др. НИИ, вузах, проектных и производственных организациях при ведении НИР, проектировании и планировании горных работ. Как первая, так и последующие публикации автора, в которых она получила дальнейшее развитие, были рассчитаны на читателя, имеющего минимальную математическую подготовку, особенно в области теорий вероятностей, распознавания и принятия решений. Основной целью, которая преследовалась автором при этом, было убедить потребителя в эффективности предложенной методологии, её высокой надёжности, привлекательности и доступности для использования инженерно-техническими работниками производства, студентами, аспирантами, рядовыми научными сотрудниками, проектировщиками, работниками плано-

вых и управленческих структур. Поэтому теоретические основы предложенной методологии оказались не опубликованными, что, безусловно, является существенным пробелом.

В настоящей работе автор попытался в доходчивой форме изложить суть теории, основные её идеи, опуская наиболее сложные математические выкладки и используя математический аппарат в объёме технического вуза, что позволит в дальнейшем не только грамотно её применять, но и исключить ошибки, допускаемые при интерпретации получаемых результатов.

Концепция различия У.Р.Эшби. Основополагающей идеей, положенной в основу предложенной методологии, является идея количественной оценки различий при сравниваемых состояниях процесса или явления.

Вторую главу своей известной книги "Введение в кибернетику" У.Р.Эшби [2] начинает так: "Самым фундаментальным понятием кибернетики является понятие "различия", означающее, что либо две вещи ощутимо различны, либо одна вещь изменилась в течение времени". Таким образом, не понятия "система", "обратная связь", "информация", "управление" и др., а понятие различия считается самым фундаментальным в кибернетике. Эту оригинальную концепцию У.Р.Эшби можно назвать "концепцией различия". Её с полным

основанием следует считать основополагающей и для теории естественнонаучного эксперимента, в том числе в горных науках. Действительно, от того, какой вклад вносит фактор или система факторов в различие тех или иных явлений (например, выбросо- и невыбросоопасного состояния массива) зависит наше понимание роли фактора в исследовании этих явлений. Даже оценка взаимосвязи между факторами и конструирование структурных параметров, а также выявление взаимосвязей между целевыми (результативными) и информативными признаками (факторами) в основе своей обеспечивается умением оценивать различие.

Концепция различия У.Р.Эшби лежит в основе и одного из основополагающих понятий кибернетики-и н ф о р м а ц и .

Одна из трудностей, возникающих при выявлении различий, заключается в том, что не всегда ясно, какие множества (образы, классы, явления) следует считать различными. Когда они не пересекаются, то обычно нет сомнений в их различии. Однако для пересекающихся множеств необходимо установить некоторые формальные правила, позволяющие делать выводы об их различии с заданным уровнем надёжности.

Сравнение эмпирических образов. Модели Фишера, Неймана-Пирсона и их ограничения. Задачи установления сходства и различий исследуемых объектов рассматриваются в теории распознавания образов, широко использующей математический аппарат теорий вероятностей, математической статистики, информации и принятия решений.

В терминах этой теории введем следующие основные понятия и обозначения.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_n – различные признаки, характеризующие рассматриваемые состояния, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – вектор, компонентами которого являются эти признаки. Обозначим через $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$ эмпирические образы двух состояний процесса A_1 и A_2 , а через $\{x_{A_1}\}$ и $\{x_{A_2}\}$ – соответствующие им теоретические образы.

Под эмпирическим образом будем понимать конечное множество точек в многомерном пространстве признаков, т.е. множество различных представлений объекта, из которых вычлениются наиболее устойчивые, инвариантные его характеристики или состояния.

Теоретический образ является математической абстракцией, аналогом генеральной совокупности, представляющей собой бесконечное множество наблюдений. Следуя Фишеру, будем считать, что один и тот же теоретический образ (генеральная совокупность), обусловленный системой информативных признаков, имеет бесчисленное количество реализаций в виде эмпирических образов (конечных выборок из генеральной совокупности). Будем считать два эмпирических образа неразличимыми, если они принадлежат одному и тому же теоретическому образу. Когда же эмпирические образы принадлежат разным теоретическим образам, то они считаются различными.

Задача объективной классификации (или, что то же, задача обучения распознаванию образов) состоит в том, чтобы на основании информации, заключенной в эмпирических образах, для каждого вектора сделать вывод (прогноз) о его принадлежности к множеству $\{x_{A_1}\}$ или множеству $\{x_{A_2}\}$:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \{x_{A_1}\} \cup \{x_{A_2}\}. \quad (1)$$

Методы решения этой задачи рассмотрены в специальной литературе [3, 4]. Мы остановимся только на наиболее простой и основополагающей из них: распознавание одного из двух состояний процесса или явления.

Эффективность и простота решения задачи классификации на два класса зависят от того, как отделяются эмпирические образы друг от друга. Для нормальных образов (точки которых являются реализациями нормального распределения) адекватной мерой этой отделимости является расстояние Маханалебиса [3, 4]:

$$T^2 = (M_1 - M_2) R^{-1} (M_1 - M_2)^t, \quad (2)$$

где M_1 и M_2 – векторы средних сопоставляемых образов;

R – матрица ковариаций: знак $(^t)$ означает операцию транспонирования, а $(^{-1})$ – обращение матрицы.

В более общем случае расстояние между образами оценивается информационными статистиками [3, 4]:

$$I_{(1,2)} = \int \int_{\{x_{A_1}\} \cup \{x_{A_2}\}} \dots \int ((P_1(X_1, X_2, \dots, X_n) - P_2(X_1, X_2, \dots, X_n)) \times \log \frac{P_1(X_1, X_2, \dots, X_n)}{P_2(X_1, X_2, \dots, X_n)} dX_1 dX_2 \dots dX_n, \quad (3)$$

где $P_1(X_1, X_2, \dots, X_n)$ и $P_2(X_1, X_2, \dots, X_n)$ – плотности вероятностей вектора X соответственно для состояний 1 и 2, а n – мерная область интегрирования состоит из всех точек множеств $\{x_{A_1}\}$ и $\{x_{A_2}\}$.

Чем больше расстояние (2), тем с большим уровнем значимости устанавливается различие между средними векторами сопоставляемых эмпирических образов. Однако и тогда, когда выводы о статистическом различии $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$ делаются с высоким уровнем значимости, пересечение $\Pi = \{X_{A_1}\} \cap \{X_{A_2}\}$ может заключать значительную часть эмпирических образов. А если Π не пусто, то ошибки при прогнозе неизбежны. При этом чем больше Π , тем больше их будет. Поэтому сам факт выявления статистических различий для эмпирических образов еще не обеспечивает хорошей классификации (прогноза).

Чтобы уменьшить зону пересечения эмпирических образов, Фишер предложил предварительно находить такое линейное преобразование множества $\{X_{A_1}\} \cup \{X_{A_2}\}$, в результате которого расстояние между множествами $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$ стало бы наибольшим из всех возможных. Это преобразование сводится к тому, что для линейной формы результатов наблюдений, называемой дискриминантной функцией, находятся соответствующие коэффициенты c_1, c_2, \dots, c_n ,

которые обеспечивают максимум дисперсии:

$$\{X_{A_1}\} \cup \{X_{A_2}\}: Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n. \quad (4)$$

В результате решения экстремальной задачи Фишер установил, что если ковариационные матрицы для эмпирических образов равны $R = R_1 = R_2$, а $M_1 - M_2$ – разность средних векторов, то

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} m_1^1 - m_1^2 \\ m_2^1 - m_2^2 \\ \vdots \\ m_n^1 - m_n^2 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где r_{ij} – коэффициенты парной корреляции;

m_i – средние значения соответствующих векторов.

Классификация теперь осуществляется следующим образом: находится некоторое пороговое число Q ; если для вектора $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_n x_n > Q, \quad (6)$$

то принимается решение, что он принадлежит $\{X_{A_1}\}$, а если $c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \dots + c_n x_n < Q$, то $X \in \{X_{A_2}\}$.

Хотя нахождение коэффициентов линейной формы не предполагает допущения о нормальности распределения элементов эмпирических образов, эффективность этого метода существенно зависит от характера распределения X , так как нахождение вектора $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ связано со свойствами ковариационной матрицы R и векторов средних M_1 и M_2 . При существенном отклонении от нормальности они могут очень плохо характеризовать структуры эмпирических образов и, как следствие, дискриминантный анализ с помощью правила (6) оказывается столь ненадежным, что не позволяет делать правильные статистические выводы [6, 7].

В отличие от модели Фишера подход Неймана-Пирсона предполагает, что известна вероятностная мера, ставящая в соответствие каждому вектору X вероятность его принадлежности к множеству $\{X_{A_1}\}$ и

$\{X_{A_2}\}$. Пусть $P_1(X_1, X_2, \dots, X_n)$ и $P_2(X_1, X_2, \dots, X_n)$ – соответствующие плотности вероятностей. В этом методе для каждого вектора $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ вычисляется число

$$\lambda = \frac{P_1(x_1, x_2, \dots, x_n)}{P_2(x_1, x_2, \dots, x_n)}, \quad (7)$$

которое называется отношением правдоподобия. Это число показывает, насколько наблюдаемые значения признаков x_1, x_2, \dots, x_n вероятнее для одного из сравниваемых эмпирических образов $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$, т.е. оно имеет четкую вероятностную интерпретацию.

Рассматривая разные значения вектора признаков (разные его реализации), принадлежащие одному и тому же эмпирическому образу, мы будем каждый раз получать свое значение λ . Если эмпирические образы достаточно различны, то значения λ для каждого из них будут занимать различные интервалы на числовой оси. Если, как в (7), числителем является плотность вероятностей для элементов образа $\{x_{A_1}\}$, то значения λ при $X \in \{x_{A_1}\}$ должны быть больше, чем при $X \in \{x_{A_2}\}$.

Задача классификации многомерного вектора осуществляется теперь так.

Выбирается определенное пороговое число Q , и если

$$\lambda = \frac{P_1(x_1, x_2, \dots, x_n)}{P_2(x_1, x_2, \dots, x_n)} > Q, \quad (8)$$

то принимается решение, что $X \in \{x_{A_1}\}$, а если $\lambda < Q$, то $X \in \{x_{A_2}\}$.

Если интервалы изменения λ для множеств $\{x_{A_1}\}$ и $\{x_{A_2}\}$ пересекаются, то ошибки неизбежны. На рисунке 1 дана схематическая иллюстрация распределения λ для элементов сопоставляемых множеств. Область пересечения распределений – это тот интервал изменения λ , где возможны ошибки. Обозначим вероятность ошибочного решения о принадлежности $X \in \{x_{A_2}\}$, когда на самом деле $X \in \{x_{A_1}\}$, буквой α ; вероятность другой возможной ошибки – принятия решения $X \in \{x_{A_1}\}$, когда на самом деле $X \in \{x_{A_2}\}$, обозначим буквой β .

Перемещая порог, можно уменьшить одну из вероятностей ошибок, но при этом будет увеличиваться другая (рис. 1). Уровень вероятностей ошибок α и β полностью характеризует качество алгоритма распознавания.

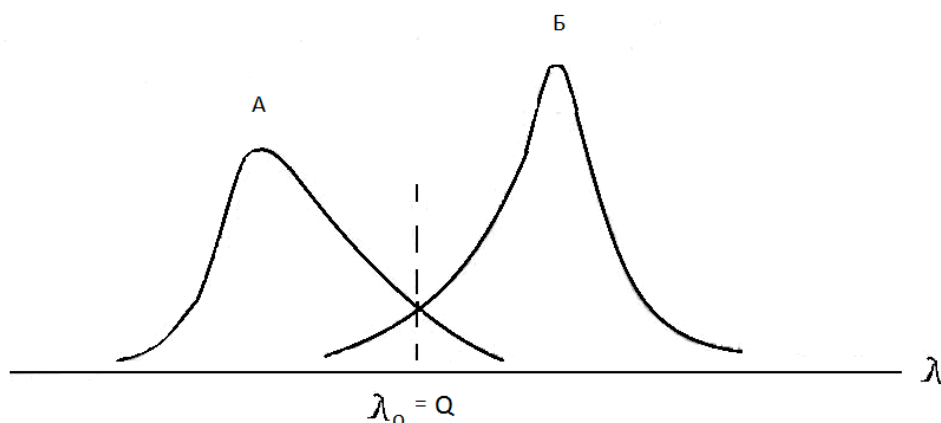


Рисунок 1 – Схематическое изображение распределения вероятностей отношения правдоподобия λ для элементов двух множеств: А – для $\{x_{A_1}\}$; Б – для $\{x_{A_2}\}$; по горизонтали – значения λ ; по вертикали – величина вероятности

Нейман и Пирсон показали, что принятие статистического решения с помощью правила (8) оптимально в том смысле, что, фиксируя одну из вероятностей ошибок, например, α , мы добиваемся минимизации другой ошибки β по сравнению с другими методами классификации [3, 4].

Рассмотрим частный случай, когда распределения векторов, образующих эмпирические образы, являются нормальными и имеют одну и ту же ковариационную матрицу R , а векторы средних M_1 и M_2 .

В этом случае в матричных обозначениях:

$$P_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1}{2\pi^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det R}} e^{-\frac{1}{2}(X-M_1)R^{-1}(X-M_1)^1} \quad (9)$$

и

$$P_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = \frac{1}{2\pi^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det R}} e^{-\frac{1}{2}(X-M_2)R^{-1}(X-M_2)^1}.$$

Отношение правдоподобия:

$$\lambda = \frac{P_1(x_1, x_2, \dots, x_n)}{P_2(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \frac{e^{-\frac{1}{2}(X-M_2)R^{-1}(X-M_2)^1}}{e^{-\frac{1}{2}(X-M_1)R^{-1}(X-M_1)^1}}. \quad (10)$$

Прологарифмируем полученное выражение:

$$\ln \lambda = \frac{1}{2}XR^{-1}(X-M_2)^1 - \frac{1}{2}M_2R^{-1}(X-M_2)^1 - \frac{1}{2}XR^{-1}(X-M_1)^1 + \frac{1}{2}M_1R^{-1}(X-M_1)^1. \quad (11)$$

Так как логарифмическая функция монотонно возрастает, то неравенству для отношения правдоподобия будет соответствовать эквивалентное неравенство для его логарифма. Раскрыв скобки, группируя подобные члены и выделяя члены, содержащие вектор наблюдений $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, получим:

$$\ln \lambda = XR^{-1}(M_1 - M_2)^1 + E. \quad (12)$$

Как видно, логарифм отношения правдоподобия равен сумме некоторой линейной функции $Z = XR^{-1}(M_1 - M_2)^1$ вектора признаков $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и постоянного числа $E = \frac{1}{2}M_2R^{-1}M_2^2 - \frac{1}{2}M_1R^{-1}M_1^1$.

Коэффициенты линейной функции

$$Z = XR^{-1}(M_1 - M_2)^1 = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (13)$$

находятся по формуле (5) и правило (алгоритм) вынесения решения (8) оказывается в данном случае эквивалентным правилу вынесения решения по методологии Фишера.

Таким образом, в случае нормальности дискриминантная функция (13), получаемая из отношения правдоподобия, приводит к тем же результатам, что и экстремальная задача Фишера. Однако оптимальной является и методология Неймана-Пирсона, позволяющая, в отличие от дискриминантной функции Фишера, оптимально различать не только нормальные эмпирические образы.

В критерии принятия решений по Нейману-Пирсону можно добиться какой угодно малой вероятности ошибки для классификации векторов, принадлежащих к одному из классов $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$. Мы можем сами назначить возможный уровень вероятности одной из ошибок, если знаем цену последствий, связанных с неправильным отнесением вектора к одному из множеств. Но при этом вероятность другой ошибки может быть достаточно велика. Несимметричность по отношению к разным событиям, вытекающая из неё недостаточная надёжность распознаваемых состояний и сложность оценки параметров многомерных распределений по опытным данным являются основными крупными недостатками рассматриваемой модели.

Модель А. Вальда. Идея последовательного анализа А. Вальда за-

ключается в том, что принятие решения (статистической гипотезы) делается не сразу на основании всей имеющейся информации, а последовательно, шаг за шагом [5]. Это позволяет, во-первых, делать выводы с заранее фиксированными, как угодно малыми вероятностями ошибок классификации α и β , а не только обеспечивая минимизацию вероятности одной из ошибок, как это было в модели Неймана-Пирсона, и, во-вторых, принимать решение по минимуму информации, которой располагает исследователь, по сравнению с другими методами, что особенно важно для наших целей.

Рассмотрим одну случайную величину x . Пусть $P_1(x)$ и $P_2(x)$ – известные плотности её вероятностей для состояний A_1 и A_2 , а $\{x_1\}$ и $\{x_2\}$ – соответствующие одномерные образы. В процессе наблюдений последовательно появляются значения случайной величины $x : x_1, x_2, \dots, x_n$.

Обозначим через X^o набор этих значений, на основании которого надо сделать вывод о принадлежности этой реализации к $\{x_1\}$ или $\{x_2\}$,

$$X^o = (x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (14)$$

Последовательность (14) в ситуациях, которые рассматриваются при прогнозе состояний процессов подземных горных работ, можно трактовать и несколько иначе – как реализацию не одной случайной величины x , а l независимых случайных величин x_1, x_2, \dots, x_l , имеющих одну и ту же плотность вероятностей $P_1(x)$, если наблюдения принадлежат состоянию A_1 и $P_2(x)$, если состоянию A_2 . Второй подход акцентирует внимание на наблюдениях, как на реализации стационарного процесса в узком смысле, и поэтому более оправдан при анализе ситуаций, протекающих во времени.

Последовательный анализ отношения вероятностей заключается в испытании отношения правдоподобия:

$$\lambda = \frac{P_1(x)}{P_2(x)}, \quad (15)$$

вычисляемого не сразу для всех значений

(14), как в модели Неймана-Пирсона, а вначале для одного λ_1 , затем для двух λ_2 , для трёх λ_3 и т.д. Другое отличие заключается в сравнении отношения правдоподобия не с одним порогом, а с двумя A_1^{Π} и A_2^{Π} , величины которых зависят от вероятностей ошибок классификации α и β и легко находятся как функции этих вероятностей.

Если $\lambda_1 = \frac{P_1(x_1)}{P_2(x_1)} > A_1^{\Pi}$, то на основании

только одного значения x_1 с определенным уровнем надёжности делается вывод о принадлежности всей реализации X^o к образу $\{x_1\}$, если же $\lambda_1 = \frac{P_1(x_1)}{P_2(x_1)} < A_1^{\Pi}$, то с

тем же уровнем надёжности делается вывод $X^o \in \{x_2\}$. Уровень надёжности определяется заранее выбором вероятностей ошибок α и β , от которых зависят пороги A_1^{Π} и A_2^{Π} . Если же

$$A_2^{\Pi} < \frac{P_1(x_1)}{P_2(x_1)} < A_1^{\Pi}, \quad (16)$$

то переходят ко второму значению x_2 .

Если теперь

$$\lambda_2 = \frac{P_1(x_1) \cdot P_1(x_2)}{P_2(x_1) \cdot P_2(x_2)} > A_1^{\Pi}, \quad (17)$$

то делается вывод $X^o \in \{x_1\}$, при $\lambda_2 < A_2^{\Pi}$ – вывод $X^o \in \{x_2\}$, а при

$$A_2^{\Pi} < \frac{P_1(x_1) \cdot P_1(x_2)}{P_2(x_1) \cdot P_2(x_2)} < A_1^{\Pi} \quad (18)$$

переходят к следующему значению x_3 .

Если при каком-то K еще не принято определенное решение, т.е.

$$A_2^{\Pi} < \frac{P_1(x_1) \cdot P_1(x_2) \dots P_1(x_K)}{P_2(x_1) \cdot P_2(x_2) \dots P_2(x_K)} < A_1^{\Pi}, \quad (19)$$

то переходят к анализу следующего значения x_{K+1} .

Отношение правдоподобия накапливает информацию о значениях на-

блюдений до тех пор, пока находится такое l , при котором оказывается $\lambda_l > A_1^{\Pi}$ или $\lambda_l < A_2^{\Pi}$, что позволяет на шаге l делать вывод о принадлежности наблюдений (14) к одному или другому сопоставляемому классу (множеству) значений.

А. Вальд установил, что пороги A_1^{Π} и A_2^{Π} для рассмотренного случая находятся по формулам [5, 6]:

$$A_1^{\Pi} = \frac{1-\alpha}{\beta}, \quad A_2^{\Pi} = \frac{\alpha}{1-\beta}. \quad (20)$$

Он доказал также, что для любых α и β последовательная процедура принятия решения рано или поздно оканчивается и провёл глубокие исследования продолжительности этой процедуры. Он показал, что последовательный анализ требует в среднем примерно в два раза меньшего числа наблюдений, чем метод Неймана-Пирсона и в этом смысле является оптимальным.

Обычно вместо произведения отношений правдоподобия (19) рассматривается логарифм этого отношения. Тогда перемножение громоздких чисел заменяется суммой их логарифмов (натуральных или десятичных). При этом пороги A_1^{Π} и A_2^{Π} переходят в $\log A_1^{\Pi}$ и $\log A_2^{\Pi}$.

Среднее число шагов $E_1(n)$ и $E_2(n)$, необходимых для принятия в последовательном анализе определенного решения о принадлежности наблюдения $X^o=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ соответственно образу $\{x_1\}$ или $\{x_2\}$, вычисляется по формулам [5, 6]:

$$E_1(n) = \frac{\beta \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + (1-\beta) \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\int P_1(x) \ln \frac{P_1(x)}{P_2(x)} dx}, \quad (21)$$

$$E_2(n) = \frac{(1-\alpha) \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \alpha \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\int P_2(x) \ln \frac{P_1(x)}{P_2(x)} dx}. \quad (22)$$

Из них видно, что оно зависит от вероятностей ошибок α и β . Чем они меньше, тем потребуется больше шагов, т.е. больше информации для того, чтобы принять определенное решение.

В знаменателе формул (21) и (22) стоят выражения, называемые функционалами Кульбака-Вальда, являющиеся информационными мерами отделимости сравниваемых образов. Чем больше значения функционалов Кульбака-Вальда, тем больше информации содержится в данном признаке для классификации $\{X_{A_1}\}$ и $\{X_{A_2}\}$ и поэтому потребуется меньше число шагов для принятия определенного решения.

Когда плотности $P_1(x)$ и $P_2(x)$ дискретны, интегралы в формулах (21) и (22) заменяются соответствующими суммами.

Легко показывается, что для случая двух нормальных распределений с одной и той же дисперсией σ^2 и разными средними значениями m_1 и m_2 :

$$E_1(n) = \frac{\sigma^2 \left[\beta \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + (1-\beta) \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \right]}{(m_1 - m_2)^2} \quad (23)$$

- среднее число шагов, необходимое для вынесения решения о принадлежности наблюдений к $\{x_1\}$, а

$$E_2(n) = \frac{\sigma^2 \left[(1-\alpha) \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \alpha \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \right]}{(m_1 - m_2)^2} \quad (24)$$

- среднее число шагов, необходимое для вынесения решения о принадлежности наблюдения к $\{x_2\}$.

Из формул (23) и (24) следует, что продолжительность последовательной процедуры прямо пропорциональна дисперсии исследуемого параметра и обратно пропорциональна квадрату разности между средними значениями этих параметров в сопоставляемых состояниях. Их анализ показывает также, что оптимального интервала усреднения признака с формаль-

ной точки зрения не существует – во сколько раз мы уменьшим время усреднения, во столько же раз проиграем в числе шагов. Поэтому интервал усреднения должен выбираться, исходя из особенностей анализируемого состояния.

Модели А.А. Генкина и автора. Изложенная выше модель А. Вальда применима в тех случаях, когда сравниваются два распределения одного и того же признака (фактора), но многократными является испытания (например, при статистическом контроле качества продукции, когда производят измерения какого-то определённого параметра в последовательном ряде деталей из партии, которую надо принять или забраковать).

Более общий случай сравнения многих распределений факторов, имеющий большое значение для наших исследований, впервые рассмотрен А.А. Генкиным в 1962 г. для целей медицинской диагностики [8], который показал применимость теории последовательного анализа для случая многих распределений независимых факторов при соблюдении двух дополнительных условий: во-первых, допускается грубое квантование диапазона изменения факторов и, во-вторых, последние должны быть упорядочены по информативности. В этом варианте метод получил название **неоднородной последовательной статистической процедуры (НПП)**, которая получила большое распространение при исследовании и прогнозе процессов живой природы: биологических, патологических, нейропсихологических и др. [6].

Применение НПП применительно к исследованию и прогнозу горных процессов и явлений связано с преодолением целого ряда осложнений, вызванных реальной, а не идеализированной ситуацией. Совершенствование и модернизация модели

НПП, выполненное автором настоящей работы, кратко сводится к следующему:

доказана применимость модели НПП для распознавания сложных горных процессов и явлений, поддающихся как количественной, так и только качественной оценке;

обоснована необходимость установления наряду с теоретическими (Вальдовскими) эмпирических порогов, рекомендуемых к использованию только при получении неопределённых ответов; разработана методика их установления;

предложена методика выделения информативных признаков, обеспечивающая повышение надёжности прогнозов за счёт использования как вероятностной, так и детерминистской логики распознавания;

экспериментально обоснована критическая величина коэффициента парной корреляции, при которой факторы можно считать независимыми, и методика учёта априорных вероятностей распознаваемых процессов и явлений;

предложен зональный подход к анализу и прогнозу горных процессов и явлений, основанный на 2-х, 3-х и 5-ти оценочных шкалах, обеспечивающий повышение качества анализа и надёжности их прогнозов.

Выводы:

разработанные теоретические основы методологии прогнозирования многопараметрических горных процессов и явлений позволяют грамотно применять ее для решения многочисленных практических задач и не допускать ошибки, все еще нередко встречающиеся при интерпретации получаемых результатов;

развиты методические основы и базовые положения принятия решений при проектировании горных предприятий, планировании и управлении горными работами.

Библиографический список

1. Фрумкин Р.А. Методика прогнозирования процессов со многими параметрами и её приложение в горном деле / Р.А. Фрумкин // Уголь. – 1973. - № 1. – С. 16-22.
2. Эшби У.Р. Введение в кибернетику / У.Р. Эшби. – М.: Изд-во иностр. лит. – 1959. – 374 с.

3. Гренандер У. *Лекции по теории образов* / У. Гренандер. – М.: Мир. – 1979. – 383 с.
4. Фомин Я.А. *Статистическая теория распознавания образов* / Я.А.Фомин, Г.Р.Тарловский. – М.: Радио и связь. – 1989. – 264 с.
5. Вальд А. *Последовательный анализ* / А. Вальд. – М.: Физматгиз. – 1960. – 328 с.
6. Гублер Е.В. *Вычислительные методы распознавания патологических процессов* / Е.В.Гублер. – Л.: Медицина. – 1970. – 319 с.
7. Крамбейн У. *Статистические модели в геологии* / У. Крамбейн, Ф. Грейбилл. – М.: Мир. – 1969. – 397 с.
8. Генкин А.А. *Выступление в прениях.* – В кн.: *Биологические аспекты кибернетики* / А.А.Генкин. – Л.: Наука. – 1962. – С. 231-233.

Рекомендована к печати д.т.н., проф. Литвинским Г.Г.